矩形導波管を用いた新しい誘電率測定法[†]

矢代 弘 克*・大野 二 郎**

A New Method for Measuring Permittivity Using Terminated Rectangular Waveguide

Hirokatsu YASHIRO* and Jiro OHNO**

A new method for measuring the permittivity of liquid and powder sample using a rectangular X-band waveguide is described. One end of the waveguide is terminated and a transition terminal is connected to the other end. A sample is packed in the waveguide. An X band wave is transmitted to the waveguide and a reflected wave is detected through a directional coupler connecting to the transition. The reflected wave is fed to a network analyzer by which the amplitude and the phase of the reflected wave are measured. The permittivity of the sample is obtained from the ratio of the reflectances with and without the sample. The range of thickness of the sample is chosen so as to have the optimum sensitivity. Thus, the reflectance is measured by changing the thickness of sample. The permittivity is calculated from the rms method using the change of reflectance with thickness.

There are several advantages in this method. Because TE₁₀ mode within the waveguide is maintained correctly, accurate relationship between the reflectance and the permittivity is established, and the error can be reduced by adjusting the thickness of samples.

The propriety of this method was confirmed by measuring the liquid samples the permittivity of which is known. Powder samples were measured and good reproducibility was obtained.

Key Words: microwave, permittivity, reflectance, waveguide, powder

1. ま え が き

マイクロ波を応用するにあたって物質の誘電率はマイクロ波の伝搬・吸収特性を決める重要なパラメータであるために、誘電率測定に関する研究が種々行われてきた¹⁾。たとえば、

(1) 自由空間に置いた試料に向けてマイクロ波を放射してその反射・透過特性から誘電率を測定する方法²⁾、

(2) 共振器中に試料を挿入して共振周波数や Q 値の変化から誘電率を測定する方法^{3), 4)}、

(3) 伝送線上に試料を配置したり伝送線を一部被測定物で構成して、反射・透過特性から誘電率を測定する方法^{5), 6)}、

などがある。

本論文は閉端導波管を用いた誘電率測定方法について述べたものである。この方法は(3)の範ちゅうに属し標準的な誘電率測定方法の一つになるものと考えられる。本文では X バンドにおける測定に基づいて述べているが、測定原理は特に X バンドに限定されるものではない。論文の構成は、まず一部が誘電体で充填された導波管内の電磁界を求め、これにネットワークアナライザと方向性結合器を結合した構成での反射係数と誘電率の関係を導いている。この結果を誘電率が既知の液体に適用して測定方法の妥当性を確認し、更に初めての試みとして、製鉄原料に用いられているコークスと鉾石の粉状試料の誘電率を測定している。粉体の誘電率測定は粒径などの形状の影響や測定方法によって値が異なってしまうなどの問題があって著者らの知る限りでは研究例はない。また、本測定結果より、高炉内でのコークス層と鉾石層でのマイクロ波の伝搬特性が明らかになった。このデータは、高炉装入

[†] 第 24 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (昭 60・7)

* 新日本製鐵(株)第一技術研究所 川崎市中原区井田 1618

** 新日本製鐵(株)エレクトロニクス・情報通信事業本部 東京都千代田区大手町 2-6-3

* R & D Laboratories-I, Nippon Steel Co., Kawasaki

** Electronics & Information Systems Div., Nippon Steel Co., Chiyoda-ku, Tokyo

(Received November 19, 1987)

(Revised May 10, 1988)

物計測用マイクロ波センサの開発に利用されている⁷⁾.

2. 誘電率測定原理

Fig. 1 に測定方法を示すが、一端を短絡した X バンド矩形導波管 (22.9 mm×10.2 mm) の先端に粉体試料を充填する。他端に同軸・導波管変換器を接続し、X バンド波を送信する。反射波を方向性結合器で取り出し、その振幅と位相をネットワークアナライザを用いて測定する。導波管を用いた誘電率の測定方法の例として、von Hippel ら⁸⁾ はプローブを導波管内に挿入して定在波を測定している。これに対して本測定方法は完全に密閉した導波管で構成されているために電磁界が導波管の外に漏れず、さらに方向性結合器で導波管内の電磁界を取り出して反射波を測定しているために管内の電磁界を乱さず単一モードに保てるので、反射係数と誘電率の関係が正確に求まる。粉体などの試料を測定する際には、測定値が充填密度によって変化して再現性のあるデータが得にくいので、このような試料については試料厚みを変化させて反射係数を測定し、一つの試料について複数の反射係数のデータを求め、最小 2 乗法によって誘電率を計算している。このような構成における複素反射係数の導出をつぎに示す。単一モードの導波管を用いれば、管内の電磁界はよく知られているように TE₁₀ モードでの次式で表わされる。

$$E_y = -AZ(\gamma/k_c) \cdot \sin(\pi x/a) \cdot \exp(-\gamma z) \quad (1)$$

$$H_x = A(\gamma/k_c) \cdot \sin(\pi x/a) \cdot \exp(-\gamma z) \quad (2)$$

$$H_z = A \cos(\pi x/a) \cdot \exp(-\gamma z) \quad (3)$$

座標系は **Fig. 2** で定義する。A は比例定数、Z は特性インピーダンスで、波数 k_c は導波管のカットオフ波長 $\lambda_c (=2a)$ を用いて $k_c = 2\pi/\lambda_c$ と表わされる。

Fig. 1 Network diagram for measuring the permittivity of dielectric specimens

- 1, sweep generator; 2, transition terminal;
- 3, directional coupler; 4, coaxial cable;
- 5, wave guide; 6, dielectric specimen;
- 7, network analyzer

Fig. 2 Assignment of the symbols to a rectangular waveguide which is used for a sample chamber

伝搬定数 $\gamma (= \alpha + j\beta)$ は減衰定数 α と位相定数 β で表わされる。 γ は管内に充填された試料の比誘電率 $\epsilon = \epsilon_1 - j\epsilon_2$ の関数であり、マイクロ波の波長 λ と遮断波長 λ_c を用いれば、

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(\lambda/\lambda_c)^2 - (\epsilon_1 - j\epsilon_2)} \quad (4)$$

と表わされる。したがって試料のない部分では

$$\gamma_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(\lambda/\lambda_c)^2 - 1} \quad (5)$$

となる。

Fig. 1 において P での進行波を $E_y = E_0$ とおくと、終端 R での反射係数が -1 なので、試料がない状態で R で反射されて Q に戻る波は

$$E_{y0} = -E_0 \cdot \exp\{-\gamma_0(l_1 + l_2)\} \quad (6)$$

となる。

つぎに、終端に長さ L の試料が充填されている場合を考える。試料表面 S での反射係数を Γ_1 とすれば、S で反射されて Q に戻る波は

$$e_0 = E_0 \Gamma_1 \cdot \exp\{-\gamma_0(l_1 + l_2 - 2L)\} \quad (7)$$

となる。S と R の間を多重反射して Q へ戻る波は、SR 間を n 回往復したとすると

$$e_n = -E_0 T_1 T_2 \cdot \exp\{-\gamma_0(l_1 + l_2 - 2L) - 2\gamma L\} \cdot \{-\Gamma_2 \cdot \exp(-2\gamma L)\}^{n-1} \quad (8)$$

と表わされる。ここで、 Γ_2 は S において R 側から見た反射係数、 T_1 と T_2 は S においてそれぞれ下向きと上向きの透過係数である。これらをすべて加えれば試料があるときに Q に戻る波となり、

$$E_{y1} = \sum_n e_n = E_0 \Gamma_1 \cdot \exp\{-\gamma_0(l_1 + l_2 - 2L)\}$$

$$R = \frac{E_0 T_1 T_2 \cdot \exp \{-\gamma_0(l_1 + l_2 - 2L) - 2\gamma L\}}{1 + \Gamma_2 \cdot \exp(-2\gamma L)} \quad (9)$$

と表わされる。試料がない場合の E_{y_0} を基準にすれば反射係数は

$$R = \frac{E_{y_1}}{E_{y_0}} = -\Gamma_1 \cdot \exp(2\gamma_0 L) + \frac{T_1 T_2 \cdot \exp \{2(\gamma_0 - \gamma)L\}}{1 + \Gamma_2 \cdot \exp(-2\gamma L)}$$

と表わされる。境界での反射係数と透過係数は電磁界の連続性より求められて、

$$T_1 = \left(\frac{2\gamma_0}{\gamma_0 + \gamma} \right), \quad T_2 = \left(\frac{2\gamma}{\gamma_0 + \gamma} \right) \quad (10)$$

$$\Gamma_1 = \left(\frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 + \gamma} \right), \quad \Gamma_2 = \left(\frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0 + \gamma} \right) \quad (11)$$

となる。したがって、

$$R = \left(\frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0 + \gamma} \right) \cdot \exp(2\gamma_0 L) + \frac{\frac{4\gamma_0 \gamma}{(\gamma_0 + \gamma)^2} \cdot \exp(2\gamma_0 L)}{\exp(2\gamma L) + \left(\frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0 + \gamma} \right)} \quad (12)$$

の値が測定される。

特徴ある物質の R の変化を (12) 式から計算した例をつぎに示す。Fig. 3(a), (b), (c) は文献 9) から得た誘電率を用いて水、四塩化炭素、エチルアルコールの R を計算して複素平面上に示した。試料長 L をパラメータにとっている。水は吸収が大きいので、 L が 4 mm 以上になると位相のみが変化ようになる。四塩化炭素では吸収が小さいので振幅はほぼ一定 (~ 1) である。しかし、試料厚みが増しても RS 間を往復した波の寄与が減らないので干渉効果が残る、試料厚みに対する位相の変化率は一定しない。エチルアルコールは中間的な吸収を示すので R は振動的になり、複雑な変化を示す。

実際の試料を測定する場合には、複素反射係数 R の振幅と位相を測定して (12) 式から複素誘電率 ϵ をもとめるのであるが、(12) 式は誘電率に関して陽な形で解けないので、測定値に対して最小 2 乗法を用いて誤差が一番小さくなる値をもって誘電率としている。すなわち誘電率は次式から求める。

$$\epsilon^* = \min_{\{\epsilon\}} \sum_i \{R(L_i, \epsilon) - R_i\}^2 \quad (13)$$

ここに R_i は実測した反射率、 $R(L_i, \epsilon)$ は試料長を L_i 、誘電率を ϵ としたときに (12) 式から求めた計算値で、 ϵ^* が求める誘電率である。粉体試料の測定は充填密度や試料粒度の影響を受けてばらつきが大きいために、試料の充填密度を一定に保つように試料充填

(a) Water H_2O
 $\epsilon_1 = 55.0$, $\epsilon_2 = 29.0$, $L = 0 \sim 20$ mm

(b) Carbon tetrachloride CCl_4
 $\epsilon_1 = 2.17$, $\epsilon_2 = 0.0035$, $L = 0 \sim 20$ mm

(c) Ethyl alcohol C_2H_5OH
 $\epsilon_1 = 1.7$, $\epsilon_2 = 0.116$, $L = 0 \sim 20$ mm

Fig. 3 Trajectories of the reflectance of liquid materials shown in the complex coordinates. Reflectance is calculated according to the equation (12)

を注意深く行う。

3. 測定結果

3.1 液体の測定例

本方式の精度を確認するために、均質・等方的な物質として誘電率の文献値のある液体について反射係数 R を測定して誘電率を求めた。データの信頼性を上げるために、一つの試料について試料厚みを変えながら

少なくとも 5 回以上 R を測定した。一例として水の R を測定した結果を Fig. 4 に示す。同図 (a) は振幅, (b) は位相で横軸は試料厚みである。図中には測定値を黒点で, 最小 2 乗法で求めた誘電率から計算した振幅と位相を実線で示す。水は電波の吸収 (誘電率の虚部に相当する) が大きいために干渉効果によって厚みが 4 mm 程度までは位相, 振幅ともに大きく変化する。しかし厚みがそれ以上になると試料中に侵入した波はすべて吸収されて振幅は一定になり, 位相は試料表面で反射する成分のみの影響が顕著になり, 自由空間の行路長に比例して直線的に変化する。

Table 1 に本方法で測定した結果と文献値⁹⁾を併記する。測定時の厚みを最大 10 mm にとったために, ベンゼンや四塩化炭素のように減衰の小さい物質では

Fig. 4 Change of amplitude and phase of reflected wave with the thickness of water

Table 1 Permittivity of liquid specimens at 10 GHz

Specimen	Measured value	References ⁹⁾
H ₂ SO ₄	43.0 - j 36.0	55.00 - j 29.0
CH ₃ OH	6.0 - j 7.7	8.90 - j 7.2
C ₂ H ₅ OH	4.1 - j 2.5	1.70 - j 0.116
C ₆ H ₆	2.2 - j 0.039	2.25 - j 0.0023
CCl ₄	2.1 - j 0.038	2.17 - j 0.0035

吸収による反射率の減衰が十分に測定できておらず, したがって虚部の精度がよくない。吸収の小さい物質を測定する際は減衰が顕著になる程度の試料長をとって測定すべきである。それ以外の値は文献値とほぼよく一致している。

3.2 粉体試料の誘電率測定

製鉄プロセスで高炉に装入する原料であるコークスと焼結鉱の誘電率を測定した。コークスの成分は 90% がカーボンであるが, それ以外に Si, Al, O, N, H などの多種の元素が含まれている。焼結鉱は 60% は鉄で大部分は Fe₂O₃ の形で含まれるが, それ以外はコークス同様多様な元素を含有している。これまで厳密にマイクロ波の誘電率を測定した例はない。

コークス・焼結鉱ともに粒径が数 cm あって, X バンド導波管の中に入らず, また粒子の大きさや形状も一様でなく微細組織をもっている。乳鉢でつぶして平均粒径を 500 μm 程度の粉体にして測定した。測定法は, 液体の場合と同様に試料厚みを変えながら測定した反射率の値と $\epsilon (= \epsilon_1 - j\epsilon_2)$ を変えながら計算した反射率 R の値を比較して, 誤差が最小になる ϵ を誘電率とした。コークスの誘電率を求める際に得た誤差の等高線を Fig. 5 に示す。等高線は誤差の最大値と最小値の間で 0.1 ステップきざみでひいてあり, $\epsilon_1 = 14.0$, $\epsilon_2 = 4.8$ で最小となる。このように求めた誘電率を Table 2 に示す。焼結鉱の場合, 成分として強磁性体の Fe₃O₄ も少量含まれるので, この値には透磁率の寄与も存在して, 誘電率の値としては小さく

Fig. 5 Error contour of permittivity calculation for coke samples

Table 2 Permittivity of pulverized specimens at 10 GHz

Specimen	Measured value
Coke	14.0 - j 4.8
Sintered ore	8.9 - j 2.5
Fe ₂ O ₃	3.5 - j 0.31

なる可能性がある。しかし Fe_3O_4 の値は微量であるから、誘電率の大きさが Fe_2O_3 の値より小さくなることはないであろう。

コークスと焼結鉍の誘電率の値から、10 GHz のマイクロ波の侵入深さはそれぞれ 1.5 mm, 2.0 mm となる。高炉で通常用いているコークスの大きさは平均で 50 mm, 焼結鉍は 20 mm 程度であるから、どちらも 10 GHz のマイクロ波は透過しない。したがって高炉内に放射されたマイクロ波は固体内を通らず、コークス粒子あるいは鉍石粒子の間隙を伝搬する。

バルクでの反射率を計算すると、垂直入射の場合、焼結鉍で 26%, コークスで 35% である。残りのエネルギーは固体内に吸収されるから、鉍石層内を伝搬するほうがコークス層内を伝搬するときよりマイクロ波の減衰が大きくなる。この性質を利用した層識別用センサの開発が行われている⁷⁾。

4. 結 論

X バンド導波管の先端部を終端し、ここに液体あるいは粉体の試料を充填して他の一端から電波を送信して試料の複素反射率を測定し、誘電率を計算する方法を示した。この方法の妥当性を誘電率の既知な液体の試料を用いて確認した。粉体試料の測定精度を上げるために試料の厚みを変えて複数点の反射率を求め、統計的に誘電率を求める方法を示した。この方法により比較的再現性よく粉体の誘電率が測定できる。本方法を高炉装入物の誘電率測定に適用した。

参 考 文 献

- 1) A.C. Lynch: Precise Measurements on Dielectric and Magnetic Materials, IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, **IM-23-4**, 425/431 (1974)
- 2) C.K. Campbell: Free-Space Permittivity Measurements on Dielectric Materials at Millimeter Wavelengths, IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, **IM-27-1**, 54/58 (1978)
- 3) M.C. Decreton and M.S. Ramachandraiah: Non-destructive Measurement of Complex Permittivity for Dielectric Slabs, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, **MTT-23-12**, 1077/1080 (1975)
- 4) M.S. Ramachandraiah and M.C. Decreton: A Resonant Cavity Approach for the Nondestructive Determination of Complex Permittivity at Microwave Frequencies, IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, **IM-24-4**, 287/291 (1975)
- 5) J. Edlich and P.C. Hardee: Complex Permittivity and Penetration Depth of Muscle and Fat Tissues between 40 and 90 GHz, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, **MTT-24-5**, 273/275 (1976)
- 6) A.M. Bottreau, C. Marzat, Y. Lacroix and Y. Dutuit: Double Track Reflecto-Interferometer for Complex Permittivity Measurement on High Loss Liquids, J. of Microwave Power, **10**, 297/307 (1975)
- 7) 大野, 矢代, 白川: 高炉装入物計測用マイクロ波センサ, 計測自動制御学会論文集, **24-2**, 112/118 (1988)
- 8) S. Roberts and A. von Hippel: A New Method for Measuring Dielectric Constant and Loss in the Range of Centimeter Waves, J. Applied Physics, **17**, 610/616 (1946)
- 9) H.P. Westman (ed.): Reference Data for Radio Engineers (4th ed.), 3-62/3-71, International Telephone & Telegraph Co. (1957)