多関節マニピュレータの冗長性分解制御†

広瀬 茂男*・馬 書根*

Redundancy Decomposition Control for Multi-Joint Manipulators

Shigeo HIROSE* and Shugen MA*

A new control method named "Redundancy Decomposition Control", is proposed for the resolved acceleration control of redundant manipulator. The proposed method can be summarized as follows: (1) The redundant degree of freedom of the given manipulator is decomposed into a non-redundant subset. (2) For every time interval from t to $t+\Delta t$, the acceleration of the corresponding subset of degree of freedom is assumed to be controlled and the inverse dynamics as well as evaluation function are calculated using the non-redundant Jacobian inverse matrix. The calculation is parallelly performed for all the combinations of degree of freedom. (3) The optimum set of degree of freedom is selected and it is used for the control of the time interval from t to $t+\Delta t$.

Comparison is made between the proposed method, and conventional methods, that is the pseudo-inverse matrix method and the null-space vector method. It is shown that the proposed method almost always realizes better motion planning than the former two methods, and has the capability to be used in real time control.

Key Words: redundancy decomposition control, decomposed inverse matrix, manipulator control, pseudo-inverse, null-space

1. ま え が き

マニピュレータに冗長性を付加することは、特異姿勢や障害物の回避など、その機能性を向上するのに効果が大きい。本研究は冗長な自由度を有する多関節アームを対象とし、その動力学を考慮した制御法の改善

を試みる。冗長性分解制御と呼ぶ制御手法を冗長性を扱う新しい考え方として提案し、その有効性を計算機シミュレーションにより検討する。

2. 冗長マニピュレータの制御に関する従来の研究

本論文では動力学を考慮した制御法を検討する。動力学を考慮したマニピュレータ制御の代表例としては分解加速度制御(resolved acceleration control)があげられる¹⁾。これは時刻 t において、アーム関節角と角速度(直動アームの場合は変位と速度)の計測された値 $\theta, \dot{\theta}$ 、先端の指令加速度 $\ddot{\mathbf{r}}_d$ を使用し、ニュートン・オイラー法などの逆動力学演算で誘導した運動方程式から

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d + \mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{g} \quad (1)$$

ただし、

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d = \mathbf{J}^{-1}(\ddot{\mathbf{r}}_d - \dot{\mathbf{J}}\dot{\boldsymbol{\theta}}) \quad (2)$$

$\mathbf{H}$: 慣性行列,

$\mathbf{J}^{-1}$: ヤコビ逆行列,

$\mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})$: 求心力とコリオリ力の影響を示すベクトル,

$\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})$: 重力の影響を示すベクトル,

のように関節アクチュエータへのトルク指令値 $\boldsymbol{\tau}$ を生成し、これによってアームの制御を行おうとするものである。なお実際に使用するに当たっては、マニピュレータ先端の指令加速度は

$$\ddot{\mathbf{r}}_d + k_1(\dot{\mathbf{r}}_d - \dot{\mathbf{r}}) + k_2(\mathbf{r}_d - \mathbf{r}) \quad (3)$$

のように、フィードバック係数 k_1, k_2 を乗じたマニピュレータ先端の速度および変位の偏差を付加し、これを(2)式の $\ddot{\mathbf{r}}_d$ の代わりに使用する。ただし、 $\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}$ は順運動学演算で誘導されたマニピュレータ先端の位置と速度、 $\mathbf{r}_d, \dot{\mathbf{r}}_d$ は先端の指令位置と速度である。

さて、マニピュレータに冗長性が存在する場合、(2)式のヤコビ逆行列 $\mathbf{J}^{-1}$ は一般に求まらず、 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d$ の誘導はできない。そのためこの解の誘導過程をいかに

† 第5回日本ロボット学会学術講演会で発表(昭62・11)

* 東京工業大学工学部 東京都目黒区大岡山 2-12-1

* Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Meguro-ku, Tokyo

(Received January 13, 1988)

(Revised May 17, 1988)

取扱うかが冗長マニピュレータの場合の最大の課題となる。従来の冗長マニピュレータの制御問題は、ほとんどがこの点を中心に論じられている。従来の手法のうち代表的なものは以下の二つであろう。

(1) 擬似逆行列によるもの。これは擬似逆行列 J^+ 、つまり、

$$J^+ = J^T(JJ^T)^{-1} \quad (4)$$

を使用し関節加速度 $\ddot{\theta}_d$ を

$$\ddot{\theta}_d = J^+(\ddot{r}_d - \dot{J}\dot{\theta}) \quad (5)$$

と求めるものである²⁾。

(2) 擬似逆行列の解を関節トルクの 2 乗和最小化条件を満足するゼロ空間ベクトルで補正するもの。これは関節加速度 $\ddot{\theta}_d$ を、

$$\ddot{\theta}_d = J^+(\ddot{r}_d - \dot{J}\dot{\theta}) + (I - J^+J)\ddot{\phi} \quad (6)$$

ただし、

$$\ddot{\phi} = [H(I - J^+J)]^+ \left(\frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} - \tau \right) \quad (7)$$

$\tau_{\max}, \tau_{\min}$ ：関節トルクの上下限ベクトル、

τ ：擬似逆行列による(1)の手法で誘導した関節トルクベクトル、

と求めるものである³⁾。

これら以外にも、①慣性行列で重み付けした擬似逆行列を使用する手法²⁾、②ゼロ空間ベクトルを関節トルクの上限で重み付けする手法³⁾、③ゼロ空間ベクトルを特異値分解法でなくラグランジェの未定係数法で誘導する手法⁴⁾、④ゼロ空間ベクトルによってアクチュエータ消費エネルギーの最小化を行う手法⁵⁾などが提案されている。しかし、これらの手法はいずれも基本的には擬似逆行列を使用しており、①以外はゼロ空間ベクトルによる補正を行っている。そのため、前述の(1)、(2)によって従来の手法を代表させることは妥当であると思われる。

さてこれら従来の手法には、二つの問題が残されていることが報告されている³⁾。それは、長距離の軌道運動を実現しようとする、発生すべきトルクが著しく大きくなってしまいうこと、ローカルな最適化を図っているだけであるにもかかわらず、冗長自由度が多くなると膨大な計算量が必要とされ実時間制御には適さないということである。本論文では多くの場合前2手法よりもより最適化された解が誘導でき、演算の高速化も可能な新しい手法を提案する。

3. 冗長性分解制御の提案

制御対象とするマニピュレータは関節自由度が n 、アーム先端の位置および姿勢の自由度は m とし、 $n > m$ である冗長マニピュレータとする。このようなマニ

ピュレータのために提案する手法は⁶⁾、

(1) まずマニピュレータの関節自由度のうち、 $n > m \geq p$ である非冗長な p 個の関節自由度を選択する。そして、この関節自由度 p のみを時刻 t から時刻 $t + \Delta t$ において加減速し、それ以外の $(n - p)$ 自由度は加減速せず期間 Δt では等速運動を行うものとする。

(2) ヤコビ行列を選択された関節自由度 p を用いて、

$$J = [J_{m \times p} | J_{m \times (n-p)}] \quad (8)$$

と小行列に分解する。そして、その逆行列を

$$J^* = \begin{bmatrix} J_{p \times m}^{-1} \\ \vdots \\ 0_{(n-p) \times m} \end{bmatrix} \quad (9)$$

のように求める。ここで、 $J_{p \times m}^{-1}$ は関節自由度数 p に対応する部分ヤコビ行列の逆行列である。(9)式の J^* は一般逆行列の一つである。以後これは「分解逆行列 (decomposed inverse matrix)」と呼ぶことにする。

(3) (9)式の分解逆行列を使用し、角加速度指令値 $\ddot{\theta}_d$ を

$$\ddot{\theta}_d = J^*(\ddot{r}_d + k_1(\dot{r}_d - \dot{r}) + k_2(r_d - r) - \dot{J}\dot{\theta}) \quad (10)$$

と求め(1)式に代入する。これにより関節トルク τ の誘導を行う。このような動力学演算を、 nC_p 通りの関節自由度の組合せすべてについて行う。

(4) すべての組合せについて、トルクの 2 乗和の最小化、アクチュエータ消費パワーの最小化、また障害物回避特性などの評価関数の演算を行い、 nC_p 通りのなかで最適な組合せを選択する。そして、これを時刻 t から時刻 $t + \Delta t$ における制御として採用する。

以上のように、提案する手法は冗長システムを非冗長なシステムに分解し制御しようとするものである。そのため、以後これを「冗長性分解制御 (Redundancy Decomposition Control, 略して RDC)」と呼ぶことにする。

冗長性分解制御は、分解逆行列の選択法や、手順(4)における評価関数の選び方によって多くの方法論に分類できる。このような多様な側面の検討は今後行ってゆく。本論文では、冗長性分解制御と従来の方法論との比較検討を最大の眼目としている。そのため関節自由度 p はアーム先端の位置および姿勢の自由度 m と一致しており、評価関数は各関節で発生するトルクの 2 乗和の最小化とした一例についてのみ検討する。

4. 計算機シミュレーション

提案する冗長性分解制御と従来の手法との比較を計

算機シミュレーションで行った。対象とするマニピュレータは、質量 10.0 kg、長さ 1.0 m の均質な 3 リンクからなる平面マニピュレータである。関節は根元から先端に向かって 1, 2, 3 と呼ぶ。軌道運動は、始点と終点とで静止しておりその間三角形の加減速運動を行い、軌道の midpoint で加減速を切り換えるものとする。軌道の長さおよび方向はシミュレーションごとに変える。冗長性分解制御は、 $m=p=2$ とし評価関数は関節トルクの 2 乗和としている。ただし、負パワーを出力する場合はその値はゼロにとる仮定を導入し、回生ブレーキのない一般のアクチュエータをモデル化するようにしている。関節トルクが求まった後の関節の角速度と角度の誘導は 1 ms ごとのテーラー展開法による積分演算で行った。

結果の一例を Fig. 1 に示す。(a) は擬似逆行列による動作、(b) はゼロ空間ベクトルによる動作、(c) は提案する冗長性分解制御による動作である。Fig. 2 は上述の各例の関節角加速度 $\ddot{\theta}$ の変化を示す。冗長性分解制御では、動作中つぎつぎに (1, 3) (2, 3) (1, 3) (2, 3) という関節の組合せを選択していることがわかる。Fig. 3 は各関節で発生するトルクの変化を示す。

(a) Pseudo-inverse matrix method (b) Null-space vector method (c) Redundancy decomposition control method

Fig. 1 Comparison of the arm motion between the two conventional methods (a), (b) and the proposed method (c). Motion time $t=1.77$ (s) and acceleration $a=1.0$ (m/s²)

—, pseudo-inverse matrix method; ----, null-space vector method; —, RDC method

Fig. 2 Acceleration profiles of joints 1, 2, 3

Fig. 4 はトルクの 2 乗和の変化を示す。(a), (b) の手法とも加速度の切換え時に大きなトルクを必要としている。特に擬似逆行列手法ではパルス状の大きなト

—, pseudo-inverse matrix method; ----, null-space vector method; —, RDC method

Fig. 3 Torque profiles of joints 1, 2, 3 corresponding to acceleration profiles of Fig. 2

—, pseudo-inverse matrix method; ----, null-space vector method; —, RDC method

Fig. 4 Profiles of squared torque for the three methods (Fig. 1 (a), (b), (c))

(a) Pseudo-inverse matrix method (b) Null-space vector method (c) Redundancy decomposition control method

—, pseudo-inverse matrix method; ----, null-space vector method; —, RDC method

Fig. 5 The arm motion and profiles of their squared torques to track the long trajectory. Motion time $t=2.30$ (s) and acceleration $a=1.0$ (m/s²)

ルクが必要とされている。これは(3)式の補正項が過大となるためである。つまり、動力学を考慮していないことでこのような動作が生じてしまっている。冗長性分解制御では加減速の切換え時でもトルクの上限はかなり抑えられている。この加減速の切換え時には選択する関節の組合せが変更されている。冗長性分解制御でトルクの上限が抑えられる理由の一つはこのような動作の切換えにあると思われる。

Fig. 5 は比較的に長い軌道をたどる場合の例である。動作開始時にはゼロ空間ベクトル手法のほうが冗長性分解制御よりトルクの2乗和が小さい。しかし軌道の最終状態に至ると、ゼロ空間ベクトル手法ではほとんど実行不可能なほどの大きなトルクが必要となっている。擬似逆行列手法では加減速の切換え時に大きなトルクが必要となっている。冗長性分解制御では両状態ともにトルクを低く抑えている。

他の動作例を **Fig. 6**, **Fig. 7**, **Fig. 8** に示す。このなかで **Fig. 6** は冗長性分解制御のほうがゼロ空間ベクトル手法よりトルクの上限が大きい数少ない例の一つである。筆者らはこのような任意の初期姿勢から任意の軌道をたどるシミュレーション実験を総計 20 例行ったがその結果、冗長性分解制御が最もよくトルクの2乗和の最大値を抑えており、擬似逆行列手法がそれに次ぎ、ゼロ空間ベクトル手法は最も悪いという結果を得た。ただし、短い軌道運動ではゼロ空間ベクトル手法が常にトルクの2乗和を最小化しているようである。

Fig. 6 The arm motion and profiles of squared torques.
 Motion time $t=1.70(\text{s})$ and acceleration $a=1.0(\text{m/s}^2)$

Fig. 7 The arm motion and profiles of squared torques.
 Motion time $t=1.42(\text{s})$ and acceleration $a=2.0(\text{m/s}^2)$

Fig. 8 The arm motion and profiles of squared torques.
 Motion time $t=1.80(\text{s})$ and acceleration $a=3.0(\text{m/s}^2)$

5. 考 察

以上のシミュレーション実験から、提案する冗長性分解制御は従来の手法と比較して以下の二つの大きな特徴を有していることが考えられる。

第一は得られる解の最適性である。ゼロ空間ベクトル手法にはトルクの2乗和を最小にするゼロ空間ベクトルを各瞬間ごとに選択する手法である。ゼロ空間ベ

クトル手法がこのように最適化を図っているにもかかわらず冗長性分解制御のほうがよりトルクの 2 乗和の最大値を抑える結果を生じていることは注目に値する。これは以下の理由によるものと思われる。

本論文で使用した例では、三つの関節角加速度 $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3$ について作業平面内 2 方向 (xy 方向) への加速度の制約条件が与えられ、そのなかで評価基準を最適化する解の誘導が時々刻々行われる。これらの制約条件は $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3$ の関節空間で考えるとそれぞれ一つの平面をなす。そのためこの二つの制約条件を満足する関節空間は Fig. 9 のように直線をなす。これを直線 L と呼ぶ。擬似逆行列による解は原点から直線 L への垂線の足である点 P である。冗長性分解制御による解は $\ddot{\theta}_1=0, \ddot{\theta}_2=0, \ddot{\theta}_3=0$ を満足する三つの平面と直線 L の交点 R_1, R_2, R_3 のいずれかである。ゼロ空間ベクトル手法によって得られる解は、考察する時刻におけるマニピュレータの姿勢と運動に依存し、どの点になるかは不定である。しかし状況によっては Fig. 9 のようにトルクの 2 乗和の最小値が直線 L 上で P 点から遠く隔たった点 N になる場合も考えられる。ゼロ空間ベクトル手法ではこの N 点の角加速度が選択される。こうすると、この時刻におけるトルクの 2 乗和は最小化されたととしても、角加速度は大きくなる。そのためこのような点が選択され続けると、その時刻以降関節角速度が次第に増大し、長距離の軌道運動を行っているとき過大なトルクを生成しなくななくなる状況が生ずる。それに対し擬似逆行列の解である点 P はその瞬間でのトルクの 2 乗和の最小化はできていないが、角加速度は最小化されている。そのため関節角速度が増大してゆき過大なトルクを発生しなければならないという問題は生じにくい。擬似逆行列手法では力学的な考察を行っていないにもかかわらず、ゼロ空間ベ

クトル手法により往々にしてより望ましい運動を生成することがあるという実験結果は、以上のような状況を想定することで理解できる。

さて、冗長性分解制御による解は点 R_1, R_2, R_3 のなかで選択するため、Fig. 9 の例では点 R_2 となる。点 R_2 は擬似逆行列手法による解とゼロ空間ベクトル手法による解の折衷的な解となっている。つまり角加速度がそれほど大きくならない範囲でしかもトルクの 2 乗和の最小化を図った解である。そのため、このような解を選択しながら長距離の軌道運動を行っても角速度が増大して行ってしまうことがなく、しかもトルクの最小化もある程度計られたような動作が実現できるものと思われる。シミュレーションを行ったほとんどの例で、運動の開始時には冗長性分解制御のほうがゼロ空間ベクトル手法によりそのトルクの 2 乗和が大きいが、途中から傾向が逆転している。これは以上の理由によるものと思われる。

もちろん冗長性分解制御も基本的には各瞬間ごとの局所的 (local) な制御である。そのため状況によっては Fig. 6 の例のようにゼロ空間ベクトルよりも大きなトルクの 2 乗和を発生しなければならない姿勢に追い込まれることがある。しかし、このような状況の発生確率は低い。また発生したとしてもそのトルクの 2 乗和がゼロ空間ベクトル手法の場合のように発散的に大きくなるような現象はないようである。なお、これらの問題をすべて解法し完全な最適解を得るには大域的な (global) 制御^{7), 8)}が必要である。

冗長性分解制御の第二の特徴は実時間制御性である。従来の擬似逆行列手法は特異値分解法などで擬似逆行列を誘導する過程に、またゼロ空間ベクトル手法ではさらにそれに慣性行列の誘導とそれを用いたゼロ空間ベクトルの誘導に多大な演算を必要とする。大域的な制御手法はさらにこれ以上の膨大な演算を必要とする。そのため冗長度の低い場合以外は、これらの手法は現状では実時間制御にはほとんど使用できないものと思われる。それに対し、冗長性分解制御で行う ${}^n C_p$ の組合せの演算は、冗長性が高くてもその中身は高々 6 自由度についての非冗長な逆動力学演算である。よって、ニュートン・オイラー法などの recursive な演算を ${}^n C_p$ 個の組合せについて並列的に行うことにすれば、現状でも十分実時間制御に利用できる。膨大な数の並列処理演算を行う計算機システムは、最近画像処理関係などを中心としてかなり一般的に使用されるようになってきている。しかしロボット制御の場合、処理すべき演算アルゴリズムを並列処理系に適すように変更する困難さが障害となり、並列処理技術

Fig. 9 The concept of joint space, constrained line L , and solutions

の特徴はまだ十分生かされていなかった。提案する冗長性分解制御は前述したように完全に並列処理に適したアルゴリズムである。そのため、この制御法を現存の計算機システムにインプリメントすることには、まったく問題がないと思われる。

6. あとがき

本論文では冗長性分解制御 (RDC) と呼ぶ冗長マニピュレータのための新しい制御法の提案を行った。冗長性分解制御は、まず冗長マニピュレータの自由度を非冗長な組合せの集合に分解する。その分解された自由度の加速度だけを時刻 t から $t+\Delta t$ まで制御するものとし、そのときの逆運動学演算、そして種々の評価基準の演算などを非冗長なヤコビ逆行列を使用して行う。これをすべての自由度の組合せについて並行して行う。得られた評価を基に最適な自由度の組合せ集合を選択する。この選択を時々刻々繰り返すという手順で制御を行うものである。冗長性分解制御の有効性は従来の擬似逆行列やゼロ空間ベクトルを使用する手法と対比したシミュレーション実験により検討し、最適性の高い運動が実現できること、演算を高速化できることなどの特徴を明らかにした。冗長性分解制御は、非冗長自由度数 p の選択法、評価基準の与え方により、多様な制御法を実時間で生成する可能性を有

している。今後これらの多様な側面も引き続き検討していきたいと考えている。

参考文献

- 1) J. Y. S. Luh, et al.: Resolved-Acceleration Control of Mechanical Manipulators, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-25**-3, 468/474 (1980)
- 2) O. Khatib.: Dynamic Control of Manipulators in Operational Space, Proc. 6th IFToMM World Cong. Theory of Machines and Mechanisms, 15/20 (1983)
- 3) J. M. Hollerbach, et al.: Redundancy Resolution of Manipulators through Torque Optimization, IEEE Journal of Robotics and Automation, **RA-3**-4, 308/316 (1985)
- 4) K. Kazerounian, et al.: Redundancy Resolution of Robotic Manipulators at the Acceleration Level, Proc. 7th IFToMM World Cong. The Machines and Mechanisms, 2, 1207/1211 (1987)
- 5) M. Vukobratovic, et al.: A Dynamic Approach to Nominal Trajectory Synthesis for Redundant Manipulators, IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, **SMC-14**-4, 580/586 (1984)
- 6) 広瀬, 馬: 動力学を考慮した多関節アームの最適制御, 第5回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 13/14 (1987)
- 7) K. C. Suh, et al.: Local Versus Global Torque Optimization of Redundant Manipulators, IEEE Conf. on Robotics and Automation, CH 2413-3, 619/624 (1987)
- 8) Y. Nakamura, et al.: Optimal Redundancy Control of Robot Manipulator, Int. J. Robotics Research, 6-1, 32/42 (1987)