ある種の非線形系の適応・学習制御†

石原 秀男*・小林 精次*

An Adaptive and Learning Control for a Class of Nonlinear System

Hideo ISHIHARA* and Seiji KOBAYASHI*

This paper proposes an adaptive and learning control scheme for unknown nonlinear systems. Plant dynamics are approximated by finite power series models around several operating points. The controller performs estimation of parameters, prediction of parameter changes and storage of parameters.

Key Words: adaptive control, power series expression, nonlinear systems, learning

1. はじめに

著者らは、非線形系の適応制御のためにべき級数表現に基づく手法¹⁾を提案した。これは一つの制御対象に対して複数の数学モデルを想定するという、対象の多重モデル化を目指したものである。ここではこの目的をさらに進めるため、文献1)の制御系に新らが提案しているような対象の特性についての記憶機能²⁾を加えた適応・学習制御系を提案する。

2. 問題の設定

制御対象は、(1)式のような非線形離散時間一入出力系である。

$$Y_{t+1} = \sum_{i=1}^n f_i(Y_{t-i+1}) + \sum_{i=n+1}^{n+m} f_i(U_{t-i+n+1}) \quad (1)$$

(1)式で、 Y_t 、 U_t は制御対象の出力、入力、 $f_i(\cdot)$ は関数形未知の実数値非線形関数である。ただし、 n 、 m は既知、 $f_i(\cdot)$ は十分滑らかとする。(1)式に対し、1時刻先の値が入手可能な規範出力列 $\{Y^*\}$ を考え、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{Y_t - Y^*\} = 0 \quad (2)$$

を達成させることが制御の目的である。なお、以下の表記のためにつぎのように定義する。

$$X_t \equiv (X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{N,t})^T \\ \equiv (Y_t, \dots, Y_{t-n+1}, U_t, \dots, U_{t-m+1})^T \quad (3)$$

この X_t は R^{n+m} の既知の閉領域 Ω 内に拘束されており、(2)式はその領域内で達成できるものとする。

3. 入出力空間の分割とべき級数モデル

Ω を、(4)、(5)式を満たすような領域 S_p ($p=1, 2, \dots$) に分割する。

$$\bigcup_p S_p = \Omega \quad (4)$$

$$S_p \cap S_q = \emptyset \quad (p \neq q) \quad (5)$$

各 S_p について異なるパラメータをもつべき級数モデルを考え、それらによって Ω 上でのプラントの特性を覆い尽くそうというのが本制御系の基本的な考え方である。べき級数の展開中心として各 S_p 内に動作点

$$H_p = (\eta_{1,p}, \eta_{2,p}, \dots, \eta_{N,p})^T \quad (6)$$

を定める。(4)、(5)式より Ω 内のある X_t に対しその属する S_p が一意に定まるのでそれを下のように書く。

$$\rho(X_t) \equiv \{p | X_t \in S_p\} \quad (7)$$

S_p の内部で動作点 H_p を展開中心として(1)をべき級数表現¹⁾すれば

$$Y_{t+1} = \Phi_{t,p}^T \Theta_p + W_{t,p} \quad (8)$$

と書ける。ただし $\Phi_{t,p}$ は信号ベクトルで

$$\Phi_{t,p} \equiv (1, \phi_{1,t,p}, \dots, \phi_{N,t,p})^T \quad (9)$$

$$\phi_{i,t,p} \equiv (\Delta X_{i,t,p}, \dots, \Delta X_{i,t,p}^T)^T \quad (10)$$

$$\Delta X_{i,t,p} \equiv X_{i,t} - \eta_{i,p} \quad (11)$$

であり Θ_p は領域に依存するパラメータである。(10)式で r_i は設計者が定める $f_i(\cdot)$ の展開次数であり、 $W_{t,p}$ は $\Delta X_{i,t,p}$ の r_i+1 次以上の誤差項である。モデル規範型学習制御系²⁾はこの r_i を零としたものと考えられる。

4. パラメータの推定・予測・学習

パラメータは、推定、予測、学習、という三つの動作を複合的に用いて求める。

† 第7回適応制御シンポジウムで発表 (昭62・2)

* 早稲田大学理工学部 東京都新宿区大久保 3-4-1

* Faculty of Science and Engineering, Waseda University, Shinjuku-ku, Tokyo

(Received January 18, 1988)

(Revised May 12, 1988)

4.1 推 定

推定は、最小 2 乗法を用いてつぎのように行う。

$$\text{if } \rho(X_{t-1}) = p \text{ then} \\ \hat{\theta}_{t,p} = \hat{\theta}_{t-1,p} + \varepsilon_t \{Y_t - \Phi_{t-1,p}^T \hat{\theta}_{t-1,p}\} \quad (12)$$

$$\varepsilon_t = \frac{a_t \Gamma_{t-2,p} \Phi_{t-1,p}}{1 + a_t \Phi_{t-1,p}^T \Gamma_{t-2,p} \Phi_{t-1,p}} \quad (13)$$

$$\Gamma_{t-1,p} = \Gamma_{t-2,p} - \varepsilon_t \Phi_{t-1,p}^T \Gamma_{t-2,p} \quad (14)$$

$$\text{else} \\ \hat{\theta}_{t,p} = \hat{\theta}_{t-1,p} \quad (15)$$

$$\Gamma_{t-1,p} = \Gamma_{t-2,p} \quad (16)$$

上で、 $\hat{\theta}_{t,p}$ は θ_p の推定値を、 $\Gamma_{t,p}$ はゲイン行列を表わす。(12)～(16)式は $\hat{\theta}_{t,p}$ を S_p 上のデータのみから推定しようとするものである。

4.2 予 測¹⁾

予測とは $X_{\rho(X_{t-1})} \neq X_{\rho(X_t)}$ となったとき非線形関数の連続性を利用し $\hat{\theta}_{t,\rho(X_{t-1})}$ から $\theta_{\rho(X_t)}$ の予測値 $\hat{\theta}_{t,\rho(X_t),\text{pre}}$ を求める下のようなアルゴリズムである。

- 1 $i = 0$;
- 2 $\hat{\theta}_0^{(i)} = \hat{\theta}_{0,t,\rho(X_{t-1})}$;
- 3 $i = i + 1$;
- 4 $[\hat{\theta}_0^{(i)}, \hat{\theta}_{t,t,\rho(X_t),\text{pre}}^T]^T$
 $= \mathbf{M}((\hat{\theta}_0^{(i-1)}, \hat{\theta}_{t,t,\rho(X_{t-1})}^T)^T)$
 $\cdot \mathbf{L}(\eta_{i,\rho(X_{t-1})} - \eta_{i,\rho(X_t),\text{pre}}; r_i)$;
- 5 if $i \leq n + m$ then 3: else 6:
- 6 $\hat{\theta}_{\rho(X_t),\text{pre}}(t) = (\hat{\theta}_0^{(N)}, \hat{\theta}_{t,t,\rho(X_t),\text{pre}}^T, \dots$
 $\dots, \hat{\theta}_{n+m,t,\rho(X_t),\text{pre}}^T)^T$;

上で、 $\hat{\theta}_{t,t,\rho(X_{t-1})}$ は $\phi_{t,t,\rho(X_{t-1})}$ に対応する推定値であり、 $\mathbf{M}(\cdot)$ 、 $\mathbf{L}(\cdot, \cdot)$ は下のようなものである。

$$\mathbf{M}((\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_r)^T) \text{ の } i, j \text{ 要素 } [\mathbf{M}]_{i,j} \text{ は} \\ [\mathbf{M}]_{i,j} = i + j - 2 C_{i-1} \theta_{i+j-2} \quad (i + j \leq r + 2) \\ = 0 \quad (i + j \geq r + 3) \quad (17)$$

$$\mathbf{L}(x, r) = (1, x, \dots, x^r)^T \quad (18)$$

4.3 学 習

予測値 $\hat{\theta}_{t,\rho(X_t),\text{pre}}$ と、(15)式により記憶されている $\hat{\theta}_{t,\rho(X_t)}$ から、 $S_{\rho(X_t)}$ についてのパラメータの新しい推定値 $\hat{\theta}_{t,\rho(X_t)}$ を、

$$\hat{\theta}_{t,\rho(X_t)} = \alpha(N_{\rho(X_t)}) \hat{\theta}_{t,\rho(X_t),\text{pre}} \\ + (1 - \alpha(N_{\rho(X_t)})) \hat{\theta}_{t,\rho(X_t)} \quad (19)$$

として求める。ただし $\alpha(\cdot)$ は領域 $S_{\rho(X_t)}$ における試行回数を $N_{\rho(X_t)}$ とするとき

$$\partial \alpha(N_{\rho(X_t)}) / \partial N_{\rho(X_t)} \leq 0 \quad (20)$$

$$0 \leq \alpha(N_{\rho(X_t)}) \leq 1 \quad (21)$$

とし、 $N_{\rho(X_t)}$ が十分大きくなったときには 0 とする。これは、データの蓄積の少ないときには周辺データを利用した予測により過渡性能の改善を図るとともに、十分な数のデータが得られた後には、その領域のデー

タのみに基づいて制御を行い、良好な定常特性を得ようとするものである。

5. 適応アルゴリズム

適応アルゴリズムは、前章で述べたパラメータの推定、予測、学習を組合せることによって得られる。時刻 t における制御入力 U_t は、基本的には

$$Y_{t+1}^* = \Phi_{t,p}^T \hat{\theta}_{t,p} \quad (22)$$

を $\Delta X_{t,n+1,p}$ について解くことによって行う。上式の解が複数個存在するときは領域間の遷移を抑えるという観点から、 $\eta_{n+1,p}$ に最も近いものを選ぶ。 $\Delta X_{t,n+1,p}$ が決まったら

$$U_t = \Delta X_{t,n+1,p} + \eta_{n+1,p} \quad (23)$$

とする。(23)式で求めた U_t は、領域 S_p についてのパラメータ推定値 $\hat{\theta}_{t,p}$ を用いて得られたものであるから、 S_p の内部になければならない。これを考慮した適応アルゴリズムはつぎのようなものである。

- 1 $p := \rho(X_{t-1})$;
- 2 Estimate $\hat{\theta}_{t,p}$;
- 3 Calculate U_t^+, X_t^+ ;
- 4 $q := \rho(X_t^+)$;
- 5 while($p \neq q$) {
- 6 Predict $\hat{\theta}_{t,q,\text{pre}}$ from $\hat{\theta}_{t,p}$;
- 7 learn $\hat{\theta}_{t,q}^+$;
- 8 $p := q$;
- 9 Calculate U_t^+, X_t^+ ;
- 10 $q := \rho(X_t^+)$;
- 11 }
- 12 $\hat{\theta}_{t,q} := \hat{\theta}_{t,q}^+$;
- 13 $U_t := U_t^+$;
- 14 end;

上で各変数の肩の+はそれが計算途上の暫定値であることを示している。ここでは入力決定における上の問題をループの繰返しによって処理しているが、この繰返しは $\alpha(\cdot)$ を適当に変化させることにより有限回で終了する。十分時間を経た後には $\alpha(\cdot)$ が 0 になるので、文献 1) と同様の条件のもとで出力誤差の収束性を示すことができる。

6. シミュレーション

本手法の有用性を示すため下のような例についてシミュレーションを行った。制御対象は

$$y_{t+1} = f_1(y_t) + f_2(u_t)$$

$$f_1(\cdot) = 0.6y_t + 0.6y_t^2 + 0.7y_t^3 + 0.6y_t^4 + 0.5y_t^5$$

$$f_2(\cdot) = 0.7u_t + 0.5u_t^2 + 0.5u_t^3 + 0.5u_t^4 + 0.5u_t^5$$

である。これを $r_1 = r_2 = 3$ として

$$Y_{t+1} = \Phi_{t,p}^T \theta_p$$

$$\Phi_{t,p} \equiv (1, \phi_{1,t,p}, \phi_{2,t,p})^T$$

$$\phi_{i,t,p} \equiv (\Delta X_{i,t,p}, \Delta X_{i,t,p}^2, \Delta X_{i,t,p}^3)^T$$

$$\Delta X_{i,t,p} \equiv X_{i,t} - \eta_{i,p} \quad (i=1, 2)$$

とモデリングした。\$\Omega\$ は \$-3 \leq Y_t (=X_{1,t}) \leq 3, -3 \leq U_t (=X_{2,t}) \leq 3\$ の範囲で考え、各 \$S_p\$ は \$\Omega\$ を \$Y_t\$ 方向について 21 等分、\$U_t\$ 方向について 11 等分した長方形の領域に選び、動作点は各 \$S_p\$ の中央に設定した。さらに学習の係数 \$\alpha(N_p)\$ は

$$\alpha(N_p) = \exp(-0.15N_p)$$

とした。初期条件は \$Y_0 = U_0 = 0\$ とし、\$\Phi_{t,p}\$ の要素の 1 に対応するパラメータの初期値は 0、その他のパラメータの初期値は 1、ゲイン行列の初期値は単位行列

Fig. 1 Adaptive control (with prediction)

Fig. 2 Adaptive control (with learning)

Fig. 3 Adaptive control (with prediction and learning)

とした。規範出力を階段状に選び文献 1) と同様な方法で制御を行った結果が Fig. 1 である。また本手法から予測機能を除き記憶機能のみによって制御した結果が Fig. 2 であり、本手法を用いた結果が Fig. 3 である。Fig. 1 ではある程度の制御結果が得られているが最後まで振動が残っている。また Fig. 2 では途中で大きな振動が発生しその結果出力が発散している。一方 Fig. 3 では微小な偏差が残るものの良好な結果が得られていることがわかる。この偏差はモデリング誤差によるものと思われる \$r_i\$ を大きくするか領域の分割の大きさを小さくすることによりさらに低減できるものと思われる。また比較のために \$n=m=1\$ として Goodwin の線形系的手法³⁾を適用した場合にはただちに出力が発散しまったく制御することができなかった。

7. おわりに

本稿では、文献 1) の手法に学習 (記憶) 機能を付加することにより制御性能を向上できる可能性があることを示した。ここでは、べき級数表現の次数や領域分割の大きさを設計パラメータとして固定して考えたが、知識工学的手法を用いてこれらを適応的に決定することも考えられる。また、表現を簡潔にするために制御対象を (1) のようなものに限定したが変数変換型リセット⁴⁾の考え方を用いることにより一般的な制御対象に拡張することもできる。

参考文献

- 1) 石原, 小林: べき級数表現に基づくある種の非線形系の適応制御, 計測自動制御学会論文集, **24-3**, 255/262 (1988)
- 2) 新, 北森: 非線形関数の推定を含むモデル規範型適応制御, 計測自動制御学会論文集, **23-8**, 867/869 (1987)
- 3) G. C. Goodwin, P. J. Ramadge and P. E. Caines: Discrete Time Multivariable Adaptive Control, IEEE Trans. Automatic Control, **AC-25-3**, 449/456 (1980)
- 4) 石原, 小林: 変数変換型リセットによる非線形系の適応制御, 第 30 回自動制御連合講演会前刷, 239/242 (1987)