確定外乱を含む適応制御系設計の多項式代数法による一考察†

内 門 茂*・金 井 喜美雄*・長 保 浩*

Consideration of an Adaptive Control System Design with
Deterministic Disturbances via an Algebraic Method

Shigeru UCHIKADO*, Kimio KANAI* and Yasuhiro OSA*

We propose an algebraic polynomial method to unify the existing adaptive control systems with deterministic disturbances and also a new method having the dynamics order and the number of control parameters smaller than that of the existing ones.

Key Words: adaptive control, least squares method, deterministic disturbance

1. ま え が き

確定外乱を考慮した適応制御系設計に関する研究のなかで、数学モデルを利用する方法¹⁾は

(1) 外乱の型が既知

(ア) 未知パラメータおよびコントロールダイナミクスの増加^{2), 3)}.

(イ) 未知パラメータは増加しないが、コントロールダイナミクスが増加する^{4), 5)}.

(2) 外乱の型が未知

未知パラメータおよびコントロールダイナミクスの増加^{6)~8)}.

のように分類、特徴づけることができる。ただし、文献4)の連続系設計は(1)の(ア)に属する。(1)は(2)の場合より制約が緩和されているにもかかわらず同様の欠点をもっている。本研究では、まず従来提案されている確定外乱を考慮した適応制御系の設計手法を多項式代数法で簡単に統一的に説明する。つぎにこれに基づいて上記(1)の場合についてプラント・パラメータが既知の場合の通常の制御理論と同様に内部モデルだけの次数増加を必要とする適応系を導出する。

2. 問題の記述

プラントとして次式の単入出力線形固定係数系を考える。

$$P(s)z(t)=u(t)+v(t), \quad y(t)=R(s)z(t) \quad (1)$$

ここで、 $u(t) \in R^1$, $y(t) \in R^1$ は入出力信号、 $z(t)$ は中間状態変数 (partial state)⁹⁾であり、 $v(t) \in R^1$ は $w(s)$ $v(t)=0$ を満足する有界な確定外乱である。また、多項式 $R(s)$ と $P(s)$ は互いに素であり、

$$P(s)=s^n+p_{n-1}s^{n-1}+\cdots+p_0$$

$$R(s)=r_ms^m+r_{m-1}s^{m-1}+\cdots+r_0 \quad (r_m \neq 0)$$

$$w(s)=s^l+w_{l-1}s^{l-1}+\cdots+w_0$$

である。さらに、 $r_m^{-1}=g_m$ とする。

一方、設計者が任意に設定する規範モデルとして次式を考える。

$$y_M(t)=G_M(s)u_M(t)=R_M(s)P_M(s)^{-1}u_M(t) \quad (2)$$

ここで、 $u_M(t) \in R^1$, $y_M(t) \in R^1$ は有界な規範入力および規範出力である。また、 $P_M(s)$ は安定多項式で、 $R_M(s)$ と $P_M(s)$ の相対次数は n_M とする。

制御目的は確定外乱を含むプラント(1)式の入出力信号のみを用い微分信号を含まないで次式を満足する制御入力を決定することである。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y_M(t) - y(t)) = 0 \quad (3)$$

3. 代表的な設計

いま、多項式 $P(s)$, $R(s)$ および $R(s)$, $A(s)$ はそれぞれ互いに素であるとする。つぎの恒等式を満足する $K(s)$, $H(s)$ が必ず存在する⁹⁾。

$$g_m Q(s)F(s) + H(s) = C(s)A(s)P(s) \quad (4a)$$

$$Q(s) - K(s) = C(s)B(s)R(s)$$

等価的に

$$A(s)K(s)P(s) + B(s)H(s)R(s) = Q(s)A(s)P(s) - B(s)g_m Q(s)F(s)R(s) \quad (4b)$$

ここで、 $A(s)$, $B(s)$, ... の次数はそれぞれ $a, b, \dots$ であり、 $F(s)$ は安定多項式である。

(4)式の両辺にプラントの中間状態変数 $z(t)$ を掛けると、

$$A(s)K(s)P(s)z(t) + B(s)H(s)R(s)z(t) = Q(s)A(s)P(s)z(t) - B(s)g_m Q(s)F(s)R(s)z(t) \quad (5)$$

† 第26回計測自動制御学会学術講演会で一部発表 (昭62・7)

* 防衛大学校 横須賀市走水 1-10-20

* The National Defense Academy, Yokosuka
(Received January 30, 1988)
(Revised May 20, 1988)

なるプラントの非最小表現が得られる。この式で $A(s)=1$, $B(s)=1$ と設定すると従来提案されている外乱を考慮しない適応制御系設計を統一的に議論することができることはすでに文献 9) で示した。このときの多項式の次数は完全次元の観測器を用いるとそれぞれ $k=n-1$, $h=n-1$, $q=n$, $f=n-m$ である。この多項式 $A(s)$, $B(s)$ を適切に選定することによってこれまで提案されている確定外乱を考慮した制御系も統一的に説明可能であることを以下に示す。

(1) $w(s)$ が既知の場合^{2), 4)}

$A(s)=w(s)$, $B(s)=1$ と設定すると, (4b) 式は

$$K(s)w(s)P(s)+H(s)R(s) \\ =Q(s)[w(s)P(s)-g_mF(s)R(s)] \quad (6)$$

となる。ただし、多項式の次数は $k=n+i-1$, $h=n+i-1$, $q=n+i$, $f=n-m+i$ である。この (6) 式の両辺に中間状態変数 $z(t)$ を掛けて (1) 式を導入すると $w(s)v(t)=0$ より次式のようになる。

$$K(s)w(s)u(t)+H(s)y(t) \\ =Q(s)[w(s)u(t)-g_mF(s)y(t)]$$

また, $e(t)=y_M(t)-y(t)$ より

$$g_mF(s)e(t)=-w(s)u(t)+K(s)Q(s)^{-1}w(s)u(t) \\ +H(s)Q(s)^{-1}y(t)+g_mF(s)y_M(t)$$

となる誤差方程式得られ、右辺が零になるようにつまり、 $u(t)=w(s)^{-1}u_1(t)$ より

$$u_1(t)=K(s)Q(s)^{-1}u_1(t) \\ +H(s)Q(s)^{-1}y(t)+g_mF(s)y_M(t) \quad (7)$$

のように制御入力を発生するならば, $g_mF(s)e(t)=0$ となり, $F(s)$ は安定多項式であるので制御目的が達成されることがわかる。

(2) $w(s)$ が未知の場合^{6), 8)}。

$A(s)=w(s)$, $B(s)=w(s)$ と設定すると, (4b) 式は

$$K(s)P(s)+H(s)R(s)=Q(s)[P(s)-g_mF(s)R(s)] \quad (8)$$

となる。ここで、多項式の次数は $k=n+i-1$, $h=n+i-1$, $q=n+i$, $f=n-m$ であり、制御入力

$$u(t)=K(s)Q(s)^{-1}u(t)+H(s)Q(s)^{-1}y(t) \\ +g_mF(s)y_M(t) \quad (9)$$

となる。ここで、当然 (2) は (1) の場合も含むことは明らかである。

(3) 大森、佐野らの方法⁵⁾ ($w(s)$ が既知の場合)

$A(s)=B(s)$, $A(s)=P_M(s)w(s)D(s)+R_M(s)G(s)$ と設定すると (4b) 式はつぎのようになる。

$$A(s)K(s)P(s)+A(s)H(s)R(s) \\ =A(s)Q(s)[P(s)-g_mF(s)R(s)] \quad (10)$$

ただし、多項式の次数は $k=n-1$, $h=n-1$, $q=n$, $f=n-m$ となり、制御入力は、

$$u(t)=K(s)Q(s)^{-1}u(t)+H(s)Q(s)^{-1}y(t) \\ +g_mF(s)G_M(s)[u_M(t) \\ -G(s)w(s)^{-1}D(s)^{-1}(y(t)-y_M(t))] \quad (11)$$

となる。以上より、従来提案されている手法は (4) 式に含まれる多項式 $A(s)$, $B(s)$ を適切に選定することによって対応づけることができる。さらに、つぎのことがわかる。

(i) (1) および (2) は外乱を考慮しない場合と比較すると未知パラメータが増加している。また、特に (1) の場合には微分信号を用いないで制御系を構成するための条件は $n_M \geq n+i-m$ となる。

(ii) (3) の場合には (1), (2) と異なり未知パラメータは増加していないが, $D(s)$ という余分な積分器が必要となる。これは、閉ループ系の安定性、つまり、

$$P_M(s)w(s)D(s)+R_M(s)G(s) \quad (12)$$

の特性方程式を安定にするために必要とされる⁵⁾。

4. 新しい手法

不必要な次数の増加は多変数系では特にメモリーの増加が顕著に表われるので、プラント・パラメータが既知の場合の通常の制御理論と同様に内部モデルだけの次数増加を必要とする適応系を文献 5) の手法を基礎に導出する。

$A(s)$, $B(s)$ をつぎのように設定する。

$$A(s)=B(s), A(s)=w(s)F(s)+G(s) \quad (13)$$

ただし, $w(s)$ は内部モデルであり, $G(s)$ は $G(s)/w(s)$ がプロパーでかつ $w(s)F(s)+G(s)$ が安定多項式になるように設定する。また, $K(s)$, $H(s)$, $F(s)$, $Q(s)$ の次数は外乱がない場合と同じである。この場合プラントの非最小表現 (5) 式よりつぎの誤差方程式が得られる。

$$g_mF(s)e(t)=-u(t)+K(s)Q(s)^{-1}u(t) \\ +H(s)Q(s)^{-1}y(t)+g_mF(s)y_M(t) \\ +[K(s)-Q(s)]Q(s)^{-1}v(t) \quad (14)$$

ここで、上式の右辺に着目して制御入力を

$$u(t)=K(s)Q(s)^{-1}u(t)+H(s)Q(s)^{-1}y(t) \\ +g_m[F(s)y_M(t)-G(s)w(s)^{-1}(y(t)-y_M(t))] \quad (15)$$

と発生すると、誤差方程式は

$$g_m[F(s)w(s)+G(s)]e(t) \\ =[K(s)-Q(s)]Q(s)^{-1}w(s)v(t)=0 \quad (16)$$

となり, $F(s)w(s)+G(s)$ は安定多項式であるので制御目的が得られることがわかる。ここで、(15) 式の制御入力に着目すると 1 型の外乱の場合には等価的に

$$u(t)=k_1x+\int k_2edt,$$

x : 制御対象の状態変数

となり、プラント・パラメータが既知の場合の通常の制御理論と同様に内部モデルだけの次数増加を必要とする適応系であることがわかる。また $G(s)$ の決定は(12)式のようにエルミナント行列⁸⁾を解く必要はなく、設計者が閉ループ系の特性方程式 $F_M(s)$ を

$$F_M(s) = s^{n-m+2} + f_{n-m+1}s^{n-m+1} + \dots + f_0$$

と与え、 $w(s) = s^2$ とするならば、 $G(s)$ は

$$G(s) = f_1s + f_0$$

と簡単に決定できる。

(注意1) 文献5)の手法は、①モデルマッチング、②外乱除法という制御目的を別々の補償要素で行っているのに対して、本方式は、②は文献5)と同じように内部モデル原理により、①はすべての補償要素を用いて達成している。本方式も文献5)のように別々にするには補償要素 $G(s)/w(s)$ を $G(s)/[w(s)N(s)]$ にすればよい。ただし、 $G(s)$ と $N(s)$ の次数はそれぞれ $n-m+i-2$ と $n-m+i-1$ になる。この次数は規範モデルにかかわらず文献5)の補償器と等しいかまたは小さいかである。

つぎに適応系への拡張を示す。

制御入力は(14)式に対応し、可調整パラメータ $\hat{K}(s, t)$, $\hat{H}(s, t)$, $\hat{\theta}_m(t)$ を導入してつぎのように発生する。

$$u(t) = \hat{K}(s, t)Q(s)^{-1}u(t) + \hat{H}(s, t)Q(s)^{-1}y(t) + \hat{\theta}_m(t)[F(s)y_M(t) + G(s)w(s)^{-1}e(t)] \quad (17)$$

ただし、

$$\hat{K}(s, t) = \hat{k}_{n-1}(t)s^{n-1} + \dots + \hat{k}_0(t)$$

$$\hat{H}(s, t) = \hat{h}_{n-1}(t)s^{n-1} + \dots + \hat{h}_0(t)$$

可調整パラメータの調整はつぎのように行う。まず、(15)式より、

$$y_2(t) = r_m u_2(t) - K_3(s)u_3(t) - H_3(s)y_3(t) = \theta^T \xi(t) \quad (18)$$

が得られる。ここで、

$$y_2(t) = F(s)w(s)F_3(s)^{-1}y(t)$$

$$u_2(t) = w(s)F_3(s)^{-1}u(t)$$

$$u_3(t) = w(s)[Q(s)F_3(s)]^{-1}u(t)$$

$$y_3(t) = w(s)[Q(s)F_3(s)]^{-1}y(t)$$

$$K_3(s) = r_m K(s) = k_{n-1}s^{n-1} + k_{n-2}s^{n-2} + \dots + k_0$$

$$H_3(s) = r_m H(s) = h_{n-1}s^{n-1} + h_{n-2}s^{n-2} + \dots + h_0$$

$$\theta^T = (r_m k_0 k_1 \dots k_{n-1} h_0 h_1 \dots h_{n-1})$$

$$\xi(t)^T = (u_2(t) - u_3(t) - su_3(t) \dots - s^{n-1}u_3(t) - y_3(t) - sy_3(t) \dots - s^{n-1}y_3(t))$$

であり、 $F_3(s)$ は次数 $n-m+i$ の安定多項式である。

収束特性のよい離散時間形式の調整則を用いるためにサンプリング時間を ΔT とすると、 $t = k\Delta T$ 時点において(18)式およびその同定器は

$$y_2(k) = \theta^T \xi(k) \quad (19)$$

$$\hat{y}_2(k) = \hat{\theta}(k)^T \xi(k) \quad (20)$$

と表わすことができる。調整則として

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \frac{\beta(k)Q_3(k)\xi(k)\varepsilon(k)}{1 + \xi(k)^T Q_3(k)\xi(k)} \quad (21)$$

$$Q_3(k+1) = Q_3(k) - \frac{\beta(k)Q_3(k)\xi(k)\xi(k)^T Q_3(k)}{1 + \xi(k)^T Q_3(k)\xi(k)} \quad (22)$$

$$\varepsilon(k) = y_2(k) - \hat{\theta}(k)^T \xi(k) \quad (23)$$

の最小2乗法を用いる。ここで $Q_3(0) = Q_3(0)^T > 0$, $0 \leq \beta(k) < 2$ 。

また、制御パラメータは $\hat{\theta}(k)$ を用いて、

$$\hat{K}(s, k) = \hat{K}_3(s, k)\hat{r}_m(k)^{-1}$$

$$\hat{H}(s, k) = \hat{H}_3(s, k)\hat{r}_m(k)^{-1}$$

$$\hat{\theta}_m(k) = 1/\hat{r}_m(k)$$

$$k \cdot \Delta T \leq t < (k+1) \cdot \Delta T \quad (24)$$

と発生すると、つぎの定理が得られる。

《定理》 調整則(21)~(24)および制御入力(17)式を用いると、次式が得られる。

$$\|\xi(t)\| \leq M < \infty, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

プラントの逆系が安定なことおよび外乱が有界であることより Goodwin の Key Technical Lemma¹⁰⁾ を適用すると容易に証明できる。

5. あとがき

現在提案されている数学モデルで表わされる確定外乱を考慮した適応制御系の設計手法を統一的に説明できることを示し、これに基づく未知パラメータおよび補償器の積分器の増加が少なくすむという特徴を示した。

参考文献

- 1) 金井、内門：ロバスト適応制御、計測と制御、**26**-5, 406/412 (1987)
- 2) 大久保重範：未知外乱が入る場合のモデル規範形適応制御系と過渡応答の改善、計測自動制御学会論文集、**20**-8, 685/690 (1984)
- 3) 内門、金井、杉山：確定的未知外乱を含む多変数離散時間適応制御系の設計、計測自動制御学会論文集、**21**-2, 131/136 (1985)
- 4) 藤井、水野：未知外乱に対するモデル規範形適応制御系の一構成法、計測自動制御学会論文集、**21**-6, 112/114 (1985)
- 5) 大森、佐野：確定未知外乱の補償を考慮したモデル規範形適応制御、計測自動制御学会論文集、**20**-10, 919/925 (1984)
- 6) 藤井、水野：未知確定外乱を考慮した離散時間モデル規範形適応制御、計測自動制御学会論文集、**21**-9, 914/920 (1985)
- 7) 内門、金井：外乱を考慮する連続時間適応制御系の一設計、計測自動制御学会論文集、**22**-6, 706/708 (1986)
- 8) W. A. Wolovich: Linear Multivariable Systems, Springer-Verlag (1974)
- 9) 金井、内門：多項式代数法による適応制御系の設計、計測自動制御学会論文集、**18**-8, 862/864 (1982)
- 10) G. C. Goodwin and K. S. Sin: Adaptive Filtering, Prediction and Control, Prentice-Hall (1984)