リニア直流モータのデュアルモード 高速位置決め制御について†

鮫島 匠臣*・竹田 宏*・笹木 義夫*・三浦 清**

Dual Mode High Speed Position Control of a Linear DC Motor

Naruomi SAMEJIMA*, Hiroshi TAKEDA*, Yoshio SASAKI* and Kiyoshi MIURA**

This paper presents a dual mode high speed position control, with high accuracy, of a Linear DC Motor (LDM). In our research, a linear encoder using magneto resistive effect element is used as the position detector and the dual mode control consists of seek and analogue controls. The seek control is a bang-bang control switched on a line in the phase plane, the gradient of which line is adaptively changed according to an initial position error of the LDM, so that the position error approaches zero in the shortest time. However, a sliding mode occurs owing to modelling errors of the LDM, so the true time optimal control can not be obtained.

This paper considers the condition under which a sliding mode occurs by our control and proposes a method of correcting the gradient of the switching line by repeating trial experiments to minimize the interval of the sliding mode, consequently our control has the control performance very near to the time optimal one. In a neighborhood of the origin in the phase plane, an analogue feedback control system is constructed to keep the LDM at the origin. Finally, experimental results prove that the proposed method is very effective to a high speed position control.

Key Words: position control, time optimal control, dual mode control, sliding mode

1. はじめに

近年、情報機器、自動化機器などに使用される小型モ

ータ駆動システムの高性能化が望まれている。なかでも直進駆動系は多くの機器に用いられ、直進駆動装置の高速かつ高精度な位置決め制御の要求は高まっている。直進駆動方式には間接駆動方式と直接駆動方式とがあり、後者は前者に比べバックラッシュや不感帯が小さいため一般に高精度な位置決め制御が可能となる。直接駆動型の直進駆動装置はリニア電磁アクチュエータと呼ばれその種類はさまざまであるが、そのなかの一つであるリニア直流モータ (LDM) は、推力/質量比が大きくサーボ系を構成したときの制御性能が優れていることから、ディスク装置を始め各種ロボット、レコーダなどの高速動作を必要とする位置決め装置として実用化が期待されている¹⁾。

そこで本論文では、LDM を制御対象とした高速かつ高精度な位置決め制御方式について考察する。このような位置決め制御においては、まず LDM を高速で移動させ、その後確実に目標位置に停止、保持させる必要があり、そのための制御方式としてシーク制御、アナログ位置制御からなるデュアルモード位置決め制御方式^{2), 3)}を採用する。位置決め精度を決める位置センサには、本研究では磁気抵抗効果素子 (MR 素子) を利用した磁気式リニアエンコーダを用いている。

第1の制御モードであるシーク制御では、LDM を高速に移動させるために最短時間制御理論を適用する。最短時間制御を実現するには一般にオンラインでの複雑な非線形計算が必要となる。そこで本研究では、より簡単な構成で最短時間制御を実現するための線形切換直線による最短時間制御の構成法を提案する^{4)~6)}。本方式は位相面内に設定した線形切換直線の勾配を初期距離偏差により適応的に変化させるものである。しかし実際には、システムのモデリング誤差、パラメータ変動などの影響により最短時間制御は実現できず、スライディングモードが発生する。スライディングモード制御は、ロバスト性を備えた制御方法とし

† 第31回自動制御連合講演会で一部発表 (1988・10)

* 東北大学工学部 仙台市青葉区荒巻字青葉

** (株)トーキン 川崎市高津区子母口 398

* Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai

** Tokin Corporation, Kawasaki

(Received March 29, 1989)

て注目されており、その応用例もいくつか報告されている^{7)~9)}。本論文では、提案した方式が安定なスライディングモードをもつことを明らかにし、実験を通してその有効性を確認する。また、線形切換直線の勾配を実験を繰り返すことにより修正し、より最短時間制御に近い位置決め制御を実現する。

第2の制御モードであるアナログ位置制御では、線形フィードバック制御理論により、LDM を停止、保持させる。

2. リニア直流モータに関する基礎的考察

制御対象である LDM は、ヨーク、永久磁石、および中央ヨークを取り巻くコイルからなるコイル可動形 LDM である。電気・機械結合系としての LDM の動特性は次式で表わされる。ただし、以下で用いる変数、パラメータの表示記号は **Table 1** のとおりである。

$$e = Ri + Li + K_E v \quad (\cdot = d/dt) \quad (1)$$

$$f = K_F i = M \dot{v} + Dv \quad (2)$$

$$v = \dot{x} \quad (3)$$

上式から LDM の動特性を表わす厳密なブロック図は、**Fig. 1(a)** のようになる。このブロック図において電気的時定数 (L/R) を無視し、 $D=0$ と仮定すると LDM の動特性は **Fig. 1(b)** のような簡略化され

Table 1 Symbols

R	Armature resistance
L	Armature inductance
M	Carriage mass
D	Viscosity coefficient
e	Input voltage
i	Current
f	Force
v	Velocity
x	Position
K_E	Back EMF constant
K_F	Force constant

(a) Block diagram of the LDM

(b) Simplified model of the LDM

Fig. 1

た形で表わされる。本研究では、入力電圧から位置までの LDM の伝達特性が **Fig. 1(b)** のようなブロック図で表わされるものと仮定し以下の考察を行う。

3. デュアルモード位置決め制御系の構成

3.1 シーク制御

(1) リニア直流モータの最短時間制御

いま、 x_1 を距離偏差、 x_2 をその速度とする。LDM を 2 次系と仮定したため最短時間制御問題はつぎのように記述される。

[1] システムの状態方程式が以下のように与えられる。

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{T}x_2 + \frac{K}{T}u \quad (5)$$

[2] LDM の初期状態 ($x_1 = x_{10}$, $x_2 = 0$) をある時刻 t_e における終端状態 ($x_1 = x_2 = 0$: 位相面上の原点) に最短時間で到達させる制御 u^* を求める。

[3] ただし操作量 u には拘束があり、 $|u| \leq E_0$ である。

ここに、 E_0 は電圧である。

上記のような問題に対して最大原理¹⁰⁾を適用すると最短時間制御 u^* は **Fig. 2** に示すような bang-bang 制御となることが知られている。なお **Fig. 2** は、初期距離偏差 $x_{10} > 0$ に対するものであり、最大加速、最大減速により終端状態に到達させるものとなる。 $x_{10} < 0$ の場合、操作量は $+E_0$ から $-E_0$ への切換えとなる。また LDM を 2 次系と仮定しているため bang-bang 制御は高々 1 回の切換えとなり、最適な切換え時点 ($t = t_1$) をいかにして与えるかが重要な問題となる。

さて bang-bang 制御における LDM の位相面上での軌道方程式は以下のように表わされる。すなわち $x_{10} > 0$ の場合、第 1 区間 $[0 \leq t \leq t_1]$ では、 $u = -E_0$ と (4)、(5) 式の状態方程式および初期状態 ($x_1 = x_{10}$, $x_2 = 0$ at $t = 0$) とから位相面軌道がつぎのように求まる。

$$x_1 = x_{10} + K E_0 T \ln \left(1 + \frac{1}{K E_0} x_2 \right) - T x_2 \quad (6)$$

Fig. 2 Bang-bang control in the case of $x_{10} > 0$

第 2 区間 $[t_1 < t \leq t_e]$ では、 $\tau = t_e - t$ とおき逆時間応答を計算する。すなわち $u = +E_0$ と (τ で書き換えられた) 状態方程式および初期状態 ($x_1 = x_2 = 0$ at $\tau = 0$) とから位相面軌道がつぎのように求まる。

$$\begin{aligned} x_1 &= g_1(x_2) \\ &= -KE_0 T \ln\left(1 - \frac{1}{KE_0} x_2\right) - T x_2 \quad (7) \end{aligned}$$

また $x_{10} < 0$ の場合も同様であり、第 1 区間 $[0 \leq t \leq t_1]$ 、第 2 区間 $[t_1 < t \leq t_e]$ 、すなわち $u = +E_0$ 、 $u = -E_0$ に対する位相面軌道がそれぞれ (8)、(9) 式のように求まる。

$$x_1 = x_{10} - KE_0 T \ln\left(1 - \frac{1}{KE_0} x_2\right) - T x_2 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} x_1 &= g_2(x_2) \\ &= KE_0 T \ln\left(1 + \frac{1}{KE_0} x_2\right) - T x_2 \quad (9) \end{aligned}$$

(6)～(9) 式により LDM の位相面最適軌道が表われ、種々の初期状態 ($x_1 = x_{10}$, $x_2 = 0$) から出発したときの位相面最適軌道群は、**Fig. 3** のようになる。ここで、(7)、(9) 式、つまり $x_1 = g_1(x_2)$ 、 $x_1 = g_2(x_2)$ はそれぞれ **Fig. 3** の $H'O$ 、 HO に対応し、最適切換曲線を表す。最短時間制御を実現するには、位相面軌道上で $\{x_1 - g_1(x_2)\}$ 、あるいは $\{x_1 - g_2(x_2)\}$ の符号を常時判断し、それらが 0 となったとき (最適切換曲線に到達したとき) 操作量の切換えを行わせるため、オンラインでの非線形計算が必要となってくる。

(2) 線形切換直線による最短時間制御の構成法

本項では、オンラインでの複雑な非線形計算を避け、より簡単な構成で最短時間制御を実現するための、線形切換直線 (linear switching line) による最短時間制御の構成法について述べる。本提案方式の特徴は、操作量の切換えを位相面上に設定した線形切換直線上で行うところにある。いま **Fig. 4** において LDM は最短時間制御則に基づき A 点 (初期距離偏差 x_{10}) から出発し最適切換曲線上の P 点で操作量が切りかわり原点 O に到達するものとする。 $x_{10} > 0$ の場合、

Fig. 3 Optimal trajectories in the phase plane

Fig. 4 Optimal trajectories and linear switching lines
軌道 AP および最適切換曲線 OP はそれぞれ (6)、(7) 式で表わされる。しかし原点 O および P 点を通る直線

$$g(x_1, x_2) = x_1 + Cx_2 = 0 \quad (10)$$

を切換直線 (線形切換直線) として

$$g = x_1 + Cx_2 > 0 \text{ のとき } u = -E_0$$

$$g = x_1 + Cx_2 \leq 0 \text{ のとき } u = +E_0$$

を操作量とすれば最短時間制御が得られる。ここで、切換点の座標 $P(x_{1P}, x_{2P})$ は (6)、(7) 式からつぎのように求められる。

$$\begin{aligned} x_{1P} &= -KE_0 T \left[\ln \left\{ 1 + \left(1 - \exp \left(-\frac{x_{10}}{KE_0 T} \right) \right)^{1/2} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left(1 - \exp \left(-\frac{x_{10}}{KE_0 T} \right) \right)^{1/2} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

$$x_{2P} = -KE_0 \left(1 - \exp \left(-\frac{x_{10}}{KE_0 T} \right) \right)^{1/2} \quad (12)$$

また、 $x_{10} < 0$ の場合も同様に (8)、(9) 式から切換点の座標 $P(x_{1P}, x_{2P})$ が計算される。その結果、最短時間制御を与える線形切換直線の $C (> 0)$ は初期距離偏差 x_{10} により次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C &= -\frac{x_{1P}}{x_{2P}} \\ &= T \left[1 - \frac{\ln \left\{ 1 + \left(1 - \exp \left(-\frac{|x_{10}|}{KE_0 T} \right) \right)^{1/2} \right\}}{\left(1 - \exp \left(-\frac{|x_{10}|}{KE_0 T} \right) \right)^{1/2}} \right] \quad (13) \end{aligned}$$

すなわち、**Fig. 4** に示すように種々の x_{10} に対して線形切換直線を適応的に設定し、その両側で操作量を切換えればよいことになる。このとき線形切換直線による最短時間制御ブロック図は、**Fig. 5** となり、

Fig. 5 Block diagram of the time optimal control system by linear switching lines

Fig. 6 Region of the analogue position control in the phase plane

Fig. 7 Block diagram of the analogue position control system

線形切換直線のCは速度フィードバックループ内のゲインに相当する。このゲインを(13)式に従いあらかじめ設定しておけば、簡単な線形計算のみで操作量を切り換えることにより最短時間制御が実現できる。

3.2 アナログ位置制御

LDM が Fig. 6 の斜線の領域 ($|x_1| < d/2, |x_2| < x_{2c}$) に突入すると、制御系を第2の制御モードであるアナログ位置制御に切り換える。Fig. 6においてdは位置センサの分解能であり、 x_{2c} はあらかじめ設定された値である。アナログ位置制御のブロック図を Fig. 7 に示す。このモードは線形フィードバック制御であり、位置センサの出力信号から生成されたアナログ位置信号 (付録参照) をフィードバックすることにより、アナログ誤差信号が0になる点 (位相面上の原点) にLDMを停止、保持させる。その際、補償回路として位相進み補償を挿入することにより系の安定性および速応性を改善する。

4. スライディングモードの存在と線形切換直線の修正

本章では、シーク制御における、システムのモデリング誤差によるスライディングモードの存在について考察する。また、スライディングモードが引き起こすチャタリング回数を少なくするための、繰返し実験による線形切換直線の修正法について述べる。

4.1 スライディングモードの存在^{7),8)}

シーク制御すなわち(10)式の線形切換直線による最短時間制御において、(4)、(5)式で表わされる状態方程式が、パラメータに不確かさをもち、真の状態方程式が以下のように表わされる場合を考える。

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (14)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{T_t}x_2 + \frac{K_t}{T_t}u \quad (15)$$

いま $x_{10} > 0$ とし、(4)、(5)式で与えられるモデルシステムならば、Fig. 8においてA点を出発しP点で切り換わるはずのものが、実際は、システムが(14)、(15)式で表わされるため、P₁点で切り換わりAP₁B₁という軌道を通ったとする。実システムとモデルのパラメータの相違により、実線と破線で示した2通りの軌道が考えられる。破線の軌道は、行き過ぎを生ずる場合である。このときB₁点の近傍において、システムが

$$g\dot{g} < 0 \quad (16)$$

を満足していればスライディングモードが発生し、システムは $g=0$ に拘束される^{7),8)}。このことは、 g^2 をリアプノフ関数とすれば $\lim_{t \rightarrow \infty} g=0$ となることから証明される。そこで(14)、(15)式で表わされるシステムがB₁点の近傍で $g\dot{g} < 0$ を満たしていることについて考察する。ここではまず、 $g < 0$ の場合における $g\dot{g} < 0$ を示す。

$g < 0$ のとき、(14)、(15)式と $u = +E_0$ より

$$\begin{aligned} \dot{g} &= \dot{x}_1 + C\dot{x}_2 \\ &= \left(\frac{T_t - C}{T_t}\right)x_2 + \frac{K_t E_0 C}{T_t} > 0 \end{aligned} \quad (17)$$

すなわち、B₁点の近傍で

$$T_t - C > 0 \quad (18)$$

$$x_2 > \frac{-K_t E_0 C}{T_t - C} \quad (19)$$

が満たされていれば $g\dot{g} < 0$ が成立する。ところでB₁点を通る $u = +E_0$ の軌道 P₁B₁ は x_1 切片を x_{B2} とすると(7)式より

$$x_1 = -K_t E_0 T_t \ln\left(1 - \frac{1}{K_t E_0}x_2\right) - T_t x_2 + x_{B2} \quad (20)$$

で表わされ、これを x_2 で微分すると

Fig. 8 Existence of sliding mode

決め制御方式を、実際の LDM に適用した結果について述べる。

5.1 実験装置

実験装置の概略を Fig. 11 に示す。本システムは、パソコン (NEC-PC 9801)、位置信号生成回路、カウンタ回路、D/A 変換器、ゲインコントローラ、 x_{CP} 検出回路、デュアルモード切換回路などから構成される。

位置信号生成回路では、位置センサ (磁気式リニアエンコーダ) の出力信号より、パルス信号およびアナログ位置信号を生成する (付録参照)。パルス信号は 8 bit up-down カウンタにより計測され、デジタル位置情報となる。 q の正負の判断は、距離偏差信号と速度信号とを比較することにより行われる。その際、速度フィードバックループ内に設けたゲインコントローラにより、初期距離偏差 (x_{10}) に応じて線形切換直線の C を与える。このゲインコントローラは、パソコンからの 10 ビットデジタル信号指令 (N) によりゲインが設定できる構成となっている。LDM が Fig. 6 の斜線の領域に突入すると、デュアルモード切換回路により、制御系をシーク制御からアナログ位置制御に切り換え、LDM を停止、保持させる。

5.2 実験結果

LDM のパラメータ値は、 $R=46\ \Omega$ 、 $M=0.0376\ \text{kg}$ 、 $K_E=2.4\ \text{V}\cdot\text{s/m}$ 、 $K_F=2.4\ \text{N/A}$ である。まず、線形切換直線による最短時間制御の構成法に基づき、位置決め制御を行った。初期距離偏差 (x_{10}) により決まる線形切換直線の C の与え方を Fig. 12 に示す。Fig. 12 において、縦軸 N は、ゲインコントローラの 10 ビット指令 ($0\sim 1,023$) であり、これにより C に相当するゲインが与えられる。このときの位置決め制御の結果を、Fig. 13(a)~(d) に示す。(a)~(d) はそれぞれ、200 ステップ、150 ステップ、100 ステップ、

50 ステップ (1 ステップは $70\ \mu\text{m}$) 移動させたときの結果である。(c)を除いて、シーク制御での 1 回の切換えによる bang-bang 制御は実現されていないが、スライディングモードの発生によりそれぞれ所

(a) $x_{10}=200$ steps

(b) $x_{10}=150$ steps

(c) $x_{10}=100$ steps

(d) $x_{10}=50$ steps

Fig. 13 Experimental results (1)

Fig. 12 Profile of 'N' which correspond to 'C' of linear switching lines for initial position error x_{10}

Fig. 14 Result of correction experiment of linear switching lines

望の位置に整定しているようすがわかる。しかし(a)ではスライディングモードが長く、また(d)ではLDMがオーバーシュートし、第2象限でのスライディングモードが発生している。このことは、30 ms付近で速度信号が負から正に変わっていること、およびアナログ位置信号の傾きが逆になっていることからわかる。

つぎに、実験を繰り返すことにより線形切換直線の修正を行った。 C 修正係数 m を1とし、2ステップ間隔の距離偏差に対して、 $x_{CP}=0$ となるまで実験を繰り返した結果がFig. 14である。実験を繰り返すことにより、 x_{10} が約110ステップ以上では($N \rightarrow$ 小)、それ以下では($N \rightarrow$ 大)と修正が行われているのがわかる。このことは、パラメータ誤差だけでなく、本来3次系であるLDMを2次系と仮定したことの影響も考えられる。なお、Fig. 14にみるように理論値と修正値の N の差が大きいほど一般に修正回数は多く、200ステップ以上では約40回を必要とするものもあった。このようにして、 $x_{CP}=0$ となった場合の位置決め制御の結果をFig. 15(a)~(d)に示す。(a)~(d)はそれぞれ、200ステップ、150ステップ、100ステップ、50ステップ移動させたときの結果である。すべてにおいて、1回切換えのbang-bang制御により、Fig. 6のアナログ位置制御領域に到達し、整定時間が修正前に比べ減少していることがわかる。なお、Fig. 13, 15において、速度信号は $0.2 \text{ V}=68 \text{ mm/s}$ である。

6. おわりに

本論文では、リニア直流モータ(LDM)を制御対象とした。高速かつ高精度な位置決め制御方式について述べてきた。すなわち、シーク制御、アナログ位置制御からなるデュアルモード位置決め制御系を構成し、その応答特性について考察した。

(a) $x_{10}=200$ steps

(b) $x_{10}=150$ steps

(c) $x_{10}=100$ steps

(d) $x_{10}=50$ steps

Fig. 15 Experimental results (2)

シーク制御においては、線形切換直線による最短時間制御の構成法を提案した。また、パラメータの不確かさによるシステムのモデリング誤差に対して、本方式がスライディングモードを発生させることを示し、

実験によりそのロバスト性を確認した。スライディングモードが引き起こすチャタリングに関しては、繰返し実験により線形切換直線を修正し、その結果シーク制御での1回の切換えによる bang-bang 制御が実現できた。アナログ位置制御では、アナログ位置信号による線形フィードバック制御により、LDM を停止、保持させた。

本論文で提案したデュアルモード位置決め制御方式はロバスト性をもち、リニア直流モータのみならず、一般的な高速位置決め制御に適用でき、実用上有効であると思われる。今後、本方式の位置決め精度の限界を検討する必要がある。

参考文献

- 1) 磁気アクチュエータ調査専門委員会：リニアモータとその応用，電気学会（1983）
- 2) 三谷，永山，富田，大谷：ヘッドポジションナの高速高精度化，通研実報，26-2，115/138（1977）
- 3) 高波，中西，新居：800メガバイト磁気ディスク装置用周辺回路，通研実報，28-10，179/208（1979）
- 4) O. Rubin: The Design of Automatic Systems, Artech House (1986)
- 5) 鮫島，竹田，笹木，三浦：リニア直流モータの準最短時間位置決め制御について，昭和63年電気関係学会東北支部連大，2A-13（1988）
- 6) 鮫島，竹田，笹木，三浦：リニア直流モータの高速位置決め制御について，第31回自動制御連合講演会，2031（1988）
- 7) V. I. Utkin: Variable Structure Systems with Sliding Modes, IEEE Trans. Automatic Control, AC-22-2, 212/222（1977）
- 8) 原島，橋本：Sliding Mode とその応用-1，2，システムと制御，29-2，94/103，29-4，242/250（1985）
- 9) K. D. Young: Controller Design for a Manipulator Using Theory of Variable Structure Systems, IEEE

Trans. Systems, Man and Cybernetics, SMC-8-2, 101/110（1978）

- 10) L. S. Pontryagin, et al.: The Mathematical Theory of Optimal Processes, Interscience Publishers, New York（1962）

《付 録》

位置決め制御に実際使用される位置信号の生成過程を，Fig. 16 に示す。 $(s1, s2)$ ， $(s3, s4)$ はそれぞれ位置センサからの2相の近似正弦波出力およびそれらの位相を反転した信号である。 $s1, s2$ の大小関係を比較することにより方形波信号 $s5$ を，同様にして $s1, s4$ から $s6$ を生成する。 $s5, s6$ のすべての立ち上がり，立ち下がりを検出し，パルス信号 $s7$ が生成される。また， $s5, s6$ を2ビットの制御信号として，アナログスイッチにより，近似正弦波信号の線形に近い領域を選択し，アナログ位置信号 $s8$ を生成する。パルス信号，アナログ位置信号の間隔は $d=70\mu\text{m}$ であり，結局，位置決め精度は $\pm d/2=\pm 35\mu\text{m}$ である。

Fig. 16 Generation process of position signals