誘導機の低感度磁束オブザーバの構成

梅 野 孝 治*・堀 洋 一*

Construction of Induction Machine Flux Observers with Low Sensitivity

Takaji UMEMO* and Yoichi HORI*

A class of induction machine flux observers with low sensitivity to machine parameter variations is proposed. They are designed by using a skew symmetric structure with variable poles parameterized by the rotational speed.

Key Words: induction machine, flux observer, matrix fraction description, pole assignment, low sensitivity

1. ま え が き

著者らは、誘導機の2次磁束オブザーバを用いて、磁束検出の困難さから実用化が遅れている磁束フィードバック形ベクトル制御について、シミュレーション、実機試験の両面から検討を重ねている^{1),2),4)}。この制御方式はベクトル制御の主流となっている磁束フィードフォワード形と比較して、電動機定数変動に対してロバスト、2相発振器が不用といった特長がある。ところが、従来の磁束オブザーバには、モデル誤差による感度が低速域で高いという性質があり、磁束フィードバック形ベクトル制御へ適用する際の問題点となっていた。

本稿では、行列分解表現を用いて、ある極配置条件を満たす低感度な磁束オブザーバのクラスを導出する。そして、電動機定数が大きく変動しても低速域で低感度かつ安定に動作する磁束オブザーバの極配置法を提案する。最初に、誘導機の状態方程式を示すと以下ようになる¹⁾。

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_s \\ \dot{\lambda}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} v_s \quad (1)$$

$$i_s = [I \ 0] [i_s^T \ \lambda_r^T]^T \quad (2)$$

$i_s = [i_{ds} \ i_{qs}]^T$: 1次電流

$\lambda_r = [\lambda_{dr} \ \lambda_{qr}]^T$: 2次磁束

$v_s = [v_{ds} \ v_{qs}]^T$: 1次電圧

$A_{11} = -\{R_s/(\sigma L_s) + (1-\sigma)/(\sigma \tau_r)\} I$

$$A_{12} = M/(\sigma L_s L_r) \cdot \{(1/\tau_r)I - \omega_r J\}$$

$$A_{21} = (M/\tau_r)I, \quad A_{22} = -(1/\tau_r)I + \omega_r J$$

$$B_1 = 1/(\sigma L_s) \cdot I$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma = 1 - M^2/(L_s L_r): \text{漏れ係数}, \quad \tau_r = L_r/R_r$$

これらの関係式は固定子座標系から諸量を観測したもので、 R 、 L は抵抗および自己インダクタンス、 M は励磁インダクタンス、添字 s 、 r はそれぞれ固定子、回転子側の量であることを表わしている。

2. 磁束オブザーバの一般構造

行列分解表現を用いるとオブザーバの一般構造が簡潔な形で導出できる。ここでは、Wolovich³⁾に従う。

プラント (多入力, 多出力) が

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx \quad (3)$$

で与えられているとき、状態フィードバック Kx の推定値 $\eta(s)$ を求めるオブザーバは、伝達関数の多項式環上での分解表現

$$\eta(s) = F^{-1}(s) [V_1(s) \ V_2(s)] [y^T(s) \ u^T(s)]^T \quad (4)$$

で定義される。ここに、 $F^{-1}(s)V_1(s)$ はプロパー、 $F^{-1}(s)V_2(s)$ は強プロパーである。また、 $F(s)$ によってオブザーバのダイナミクス (収束性) が規定される。

(4)式の行列は、多項式行列方程式

$$V_1(s)N(s) + V_2(s)D(s) = F(s)Q(s) \quad (5)$$

の解 $V_1(s)$ 、 $V_2(s)$ を用いて構成される。ここに、

・ $C(sI - A)^{-1}B = N(s)D^{-1}(s)$: 右既約

・ $K(sI - A)^{-1}B = Q(s)D^{-1}(s)$

である。

一般に(5)式を解析的に解くのは困難であるが誘導機の2次磁束オブザーバの場合は状態方程式の対称性を利用して手計算で簡単に解くことができる。まず、オブザーバの最小次数は2であるから、その極が $-\alpha \pm j\beta$ となるようにダイナミクスを

$$\det F(s) = s^2 + 2\alpha s + \alpha^2 + \beta^2 \quad (6)$$

で与える。以後、(6)式の特性多項式を有するオブザーバを扱うことにする。(6)式を与える $F(s)$ は一

* 東京大学工学部 東京都文京区本郷 7-3-1

* Faculty of Engineering, University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo

(Received September 14, 1988)

意には決まらないが、簡単のために、 $F(s)=sI+H$ とおく。 $F(s)$ の表現としては、

$$F(s)=sI+\begin{bmatrix} 0 & \alpha^2+\beta^2 \\ -1 & 2\alpha \end{bmatrix}, \quad sI+\begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$$

などが考えられる。さらに、(5)式の次数条件を考慮して、 $V_1(s)$ 、 $V_2(s)$ をそれぞれ、 $V_1(s)=sV_a+V_b$ 、 $V_2(s)=V_c$ とおく。 V_a 、 V_b および V_c は 2×2 実数行列である。以上から(5)式を解くと、つぎの関係式を得る。

$$V_a A_{12} - A_{22} - H = 0 \quad (7a)$$

$$V_a A_{11} + V_b - A_{21} = 0 \quad (7b)$$

$$V_a B_1 + V_c = 0 \quad (7c)$$

(7)式は磁束オブザーバのクラスを表わしており、著者らが時間領域においてすでに示した約10種類の磁束オブザーバ²⁾は、いずれも(7)式の解になっている。たとえば、 V_a をオブザーバゲインとすれば Gopinath 形最小次元オブザーバ¹⁾が、また $H=0$ 、 $-A_{22}$ とすれば、いわゆる電圧モデル、電流モデル¹⁾がそれぞれ導出されることがわかる。

3. 電動機定数変動に対する低感度化

誘導機定数は温度上昇、鉄心の飽和などにより大きく変動する。ここでは、そのなかでも特に重要な2次抵抗 R_r の変動に対し、(7)式に基づいた誤差行列を定め、そのノルムを最小にすることを考える。

いま、行列 A の各ブロック行列がノミナル値 A_{ij} から $A'_{ij}=A_{ij}+\Delta A_{ij}$ に変化すると(7a)式は成立しなくなるので、その誤差分を

$$S_a = V_a A'_{12} - A'_{22} - H \quad (8)$$

と定義する。ここで、

$$V_a = (H + A_{22}) A_{12}^{-1} \quad (9)$$

を代入すると

$$S_a = (H + A_{22}) A_{12}^{-1} \Delta A_{12} - \Delta A_{22} \quad (10)$$

を得る。同様に(7b)式に対する誤差行列は

$$\begin{aligned} S_b &= V_a A'_{11} + V_b - A'_{21} \\ &= (H + A_{22}) A_{12}^{-1} \Delta A_{11} - \Delta A_{21} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。ここで、(1)、(10)、(11)式から電動機定数に変動がある場合の誤差方程式が

$$\dot{e} = -He + S_a \lambda_r + S_b i_s \quad (12)$$

ただし、 $e = \hat{\lambda}_r - \lambda_r$ 、 $\hat{\lambda}_r$: 推定値、 λ_r : 真値

と表現できることから、 S_a 、 S_b がオブザーバの推定誤差の程度を表わす量として妥当であることがわかる。

2次抵抗 R_r の変動に対して(10)、(11)式を整理すると、

$$S_a = H A_{12}^{-1} \Delta A_{12}, \quad S_b = H A_{12}^{-1} \Delta A_{11} \quad (13)$$

を得る。 S_a 、 S_b の共通部は、 $H A_{12}^{-1}$ であるから、ある極配置条件を満たしながら行列 S_a 、 S_b のノルムを最小にする問題はつぎのように定式化できる。

《問題》 $H=[h_{ij}]$ 、 $i, j=1, 2$ とする。そのとき、条件 $h_{11}+h_{22}=2\alpha$ 、 $h_{11}h_{22}-h_{12}h_{21}=\alpha^2+\beta^2$ のもとで $\|H A_{12}^{-1}\|_2$ を最小にせよ。 ■

この問題は容易に解け、解は、 $h_{11}=h_{22}=\alpha$ 、 $h_{12}=\pm\beta$ 、 $h_{21}=\mp\beta$ 、すなわち、

$$H = \alpha I \pm \beta J \quad (14)$$

で表現される。以上から、低感度磁束オブザーバのクラスは(7)式および(14)式で与えられることがわかる。

そのとき、ノルム $\|H A_{12}^{-1}\|_2$ は、

$$\|H A_{12}^{-1}\|_2 = [(\alpha^2 + \beta^2) / (1/\tau^2 + \omega_r^2)]^{1/2} \quad (15)$$

で与えられる。 H を(14)式のようにとると(7)式よりオブザーバの構成要素はすべて、

$$V_x = u_x I + v_x J, \quad x = a, b, c \quad (16)$$

という構造をもつことになる。これは、いわゆる歪対称利得構造⁴⁾を表わしている。すなわち、2次抵抗変動に対して構造的に最も低感度なオブザーバは歪対称利得オブザーバ⁴⁾であることが証明された。

ちなみに、極配置条件を無視すれば $H=0$ の電圧モデルがこの問題の解となる。電圧モデルは2次抵抗の変化に対して不感であるが、極が原点にあるため、オブザーバとしては不適である。

4. 磁束オブザーバの極配置

一般に、オブザーバの収束速度は速いほうが望ましいが、電動機定数が誤差を含むときには、(15)式から収束を速くする(α 、 β を大きくする)ほど誤差が増大することがわかる。とくに、回転速度 ω_r の低い場合にそれは顕著に現われる。したがって、回転数に応じた適切な極配置を行うことが望ましいと考えられる。

(12)式をブロック図で表わすと Fig. 1 になる。すなわち、(12)式はシステム

$$\dot{e} = A_{22}e + A_{12}u \quad (17)$$

Fig. 1 Configuration in the optimal control context

に状態フィードバック $u = -V_a e$ を施した系と考えることができる。ここで V_a を決定するための評価基準を

$$J = \int_0^{\infty} \|e\|_Q^2 + \|u\|_R^2 dt \quad (18)$$

とする。(18)式右辺第1項は推定誤差のエネルギー、第2項はオブザーバの収束に必要なエネルギーとみなせる。低速域では u は増大する傾向にあるので、(18)式でそれを抑えていることになる。 $Q = qI$, $R = rI$ とおけば、(18)式を最小にする V_a は通常の最適レギュレータ問題の解として得られ、(7a)式を通じてつぎの極配置則を得る。

$$\begin{aligned} H &= \alpha I + \beta J \\ &= \sqrt{1/\tau_r^2 + \Gamma^2(1/\tau_r^2 + \omega_r^2)} I - \omega_r J \end{aligned} \quad (19)$$

ここに、 $\Gamma^2 = \kappa^2 q/r$, $\kappa = M/(\sigma L_s L_r)$ である。

(19)式よりオブザーバの極は速度に応じて s 平面左半面にある双曲線

$$\alpha^2/a^2 - \beta^2/b^2 = 1 \quad (20)$$

$$\text{ただし、} a^2 = (1 + \Gamma^2)/\tau_r^2, b^2 = a^2/\Gamma^2$$

上を移動し、重み Γ はその漸近線の勾配を決定していることがわかる。このような極配置を行うと、(15)式の値は $\sqrt{1 + \Gamma^2}/\kappa$ と、速度によらず一定となり、 Γ の選び方でかなり小さくすることができる。

なお、オブザーバの最適設計に関しては川路⁵⁾の方法があるが、 $i_s(0)$ と $\lambda_s(0)$ のばらつきに相関がないと仮定すれば(19)式と同様な結論に達する。また、本方法は、渡辺ら⁶⁾が提案した直観的な方法に理論的根拠を加え、かつそれを包含するものといえる。

5. シミュレーション結果

今回提案した極配置法の有効性を実証するためにシミュレーション実験を行った。ここでは、誘導電動機の挙動の模擬に必要な、機械系の状態方程式

$$\dot{\omega}_r = \frac{M}{J_m L_r} (-i_{ds} \lambda_{qr} + i_{qs} \lambda_{dr}) \quad (21)$$

ただし、 J_m ：1極1相あたりの慣性エネルギーを追加した。用いた実験機定数のノミナル値は

$$\begin{aligned} R_s &= 0.877 \, \Omega, \quad R_r = 1.47 \, \Omega \\ L_s &= L_r = 165.142 \, \text{mH}, \quad M = 160.8 \, \text{mH}, \\ J_m &= 0.01 \, \text{kgm}^2 \end{aligned} \quad (22)$$

である。Fig. 2 は、誘導機および磁束推定値の初期値をすべて零、2次抵抗値をノミナル値の20%増とし、 $t=0$ において $v_{ds} = 100 \cos(2\pi \cdot 20t)$ V, $v_{qs} = 100 \sin(2\pi \cdot 20t)$ V を印加した場合の推定結果である。同図において、極を $-250 \pm j75$ rad/s に固定したオブ

Fig. 2 Time response simulation of the flux observers

λ_{qr} : actual q -axis flux component

$\hat{\lambda}_{qr}$: estimated q -axis flux component of the fixed pole type flux observer

$\hat{\lambda}_{qr}^*$: estimated q -axis flux component of the proposed flux observer with the optimal pole allocation

ザーバの推定値 $\hat{\lambda}_{qr}^*$ は、過渡期の低速域で大きな誤差が発生しているのに対し、(19)式の極配置 ($\Gamma=10$) を施した推定値 $\hat{\lambda}_{qr}^*$ は安定に収束していることがわかる。固定極および Γ の値は、定格速度の約 1/2 (75 rad/s 付近) で両者の極がほぼ一致するように選んだ。

6. あとがき

以上、電動機定数変動に対して低感度な磁束オブザーバのクラスを明らかにし、低速域でも大きな誤差を生じることなく推定を行う磁束オブザーバの極配置法を提案した。最後に、本研究遂行にあたり、日頃から有益なる助言をいただいている当学科茅陽一教授に謝意を表します。

参考文献

- 堀, ほか: 誘導機の磁束オブザーバに関する制御理論的考察, 電気学会論文誌B, **106**-11, 1001/1008 (1986)
- Y. Hori, et al.: Design Method of Induction Machine Flux Observer and Its Application to Direct Type Vector Control System, Proc. of SICE '86, vol. 2, 939/942 (1986)
- W.A. Wolovich: Linear Multivariable Systems, Springer (1974)
- 堀 洋一: 誘導機の磁束オブザーバの離散形実現と電動機定数変動に対する低感度化, 電気学会論文誌D, **108**-7, 665/671 (1988)
- 川路茂保: 部分状態観測器の最適設計および全状態観測器との能力の比較, 電気学会論文誌C, **100**-1, 1/8 (1980)
- 渡辺, ほか: 誘導機の二次磁束オブザーバの方式, 電気学会産業応用部門全国大会, 331/336 (1988)