非定常非白色正規性入力による非線形システムの同定[†]

横山 誠*・渡辺 敦*

Identification of Nonlinear Systems by Using a Nonstationary Non-White Gaussian Input

Makoto YOKOYAMA* and Atsushi WATANABE*

The measurement of the kernels of the Volterra series model of a nonlinear system is generally carried out as follows; first a parametric model is derived by applying orthogonal expansions to the kernels, and then the parameters are optimally determined in the sense of the least mean square error of the input/output experiments of the system.

In this method, if the input is a white Gaussian signal, the amount of computation required is greatly reduced whenever an arbitrary set of orthonormal functions is used for the expansion of the kernels. On the other hand, if the input is a stationary nonwhite Gaussian signal, the set of orthonormal functions cannot be taken arbitrarily for the purpose of computational reduction.

In this paper, the method of measuring the kernels, where an arbitrary set of orthonormal functions can be taken without the assumption that the input is white, is presented by applying Karhunen-Loeve expansion theorem. The key of the present method is that a nonstationary Gaussian random process is generated from an arbitrary set of orthonormal functions used for the expansion of the kernels and a set of uncorrelated Gaussian random variables, and it is used as the input.

Key Words: volterra series, identification, nonlinear system

1. はじめに

Volterra 級数モデルによる非線形システムの同定

[†] 計測自動制御学会北海道支部シンポジウム「デジタル信号処理と数値解析」で発表 (1988・7)

* 東京都立大学工学部 東京都世田谷区深沢 2-1-1

* Faculty of Technology, Tokyo Metropolitan University, Setagaya-ku, Tokyo

(Received August 31, 1988)

(Revised March 24, 1989)

の原理の一つは、これを規定する核関数を正規直交関数系で展開し、展開係数を未知パラメータとして、入出力の観測値から、最小2乗法によってその最適な値を求めるものである¹⁾。入力が白色正規性信号の場合は、この信号を任意の直交フィルタ列に通した出力列が統計的に相互に独立である、という顕著な性質を利用して計算量の大幅な節減が得られる。さらに、直交汎関数級数 (G-汎関数級数) を用いた場合、その直交性を利用することによって、アルゴリズムはより簡略化される²⁾。一方、筆者らは、Karhunen-Loève 展開定理を応用することによって、定常非白色入力を用いた場合も白色入力を用いた場合と基本的に同等の計算量で同定できる方法を提案している^{1), 3)}。そこでは、非白色信号の自己相関関数を積分核とする Fredholm 型第2種積分方程式の解 (正規直交系をなす) をインパルス応答とする直交フィルタ列にこの信号を入力したときの出力列が、やはり統計的に相互に独立となることを導き、このことを利用して、核関数を展開する正規直交系にこの解を採用している。

システム同定の際、なんらかの事前情報によって、Volterra 級数モデルの真の核関数の減衰性や振動性などの特性が予測できる場合が考えられる。このようなときには、予測される核関数に類似した性質をもつ直交関数系を採用することによって、より少ない関数 (パラメータ数) で精度良く核関数を測定できる。このことを考慮すると、核関数を展開する正規直交関数系を任意に採用できることが望まれる。白色正規性信号は前述のように、任意の直交フィルタ列に対してその出力列が統計的に相互に独立となるため、任意の直交関数系を採用しても計算量の大幅な削減が得られる。一方、定常非白色正規性信号の場合は、自己相関関数を積分核とする積分方程式の解を採用しなければ、計算量の削減は得られない。そこで、核関数を展開しようとする所望の直交関数系が、事前に決まって

いるときには、逆に自己相関関数がこれを解にもつ積分方程式の積分核となるように、入力信号を色付けすることが考えられる。しかし、この積分方程式は、積分核を定常過程の自己相関関数に限定すると畳み込み型になり、その解はある範囲の正規直交関数系に限定されてしまい、任意の正規直交関数系を解にもつことができない。たとえば、理想的低域ろ波器を通った白色信号の自己相関関数を積分核としたときには、偏球回転楕円体波動関数を解にもつが、核関数の展開にしばしば用いられている Hermite 関数や Laguerre 関数などを解にもつことができない⁴⁾。

そこで本稿では、任意の正規直交関数系を選びながらも、上述の方法と同程度の計算量の削減ができる方法を提案する。本方法の鍵は、任意の正規直交関数を用いて非定常正規性過程を生成し、これを入力信号とすることである。これは、上述の積分方程式を畳み込み型に限定せず、その解空間を広げることに対応する。以下においては、非線形システムのモデルとして、非定常正規性信号の集合上で定義される直交汎関数級数を用いる。そこでまず、この汎関数級数について述べ、つぎに同定に用いる非定常非白色正規性信号の生成法とこの信号に Karhunen-Loève 展開定理を応用した結果について述べ、つぎにこの結果を利用して、核関数の測定方法を述べる。最後に本方法のシミュレーション結果を示す。

2. 直交汎関数級数^{5), 6)}

非定常正規性確率過程に関する直交汎関数級数を導く方法は、Gram-Schmidt の直交化法を汎関数に応用したものや³⁾、多変数 Hermite 多項式を応用したもの⁵⁾があるが、ここでは後者を用いる。 $x(t)$ を平均値零の非定常正規性確率過程とし、その自己相関関数を $R(\cdot, \cdot)$ とするとき、これに関する n 次の Hermite 多項式汎関数は、 $t_1, \dots, t_n$ をパラメータとして

$$\begin{aligned} h_{en}(x; t_1, \dots, t_n) \\ = \sum_{r=0}^{[n/2]} \sum_{\text{partitions}} \left\{ \prod_{r \text{ pairs}} R(t_i, t_j) \prod_{\substack{(n-2r) \\ \text{elements}}} x(t_k) \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

で定義される。ここで、記号 $[x]$ は x の整数部分を表わし、 $\{ \}$ 内の積は、 $\{t_1, \dots, t_n\}$ を r 個の対 (t_i, t_j) と $n-2r$ 個の t_k に分割した全体についてとり、 $\sum_{\text{partitions}}$ はそれらの考えられるすべての分割についての和を表わす。これらの初めの 3 項を以下に示す。

$$\begin{aligned} h_{e0}(x) &= 1 \\ h_{e1}(x; t) &= x(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{e2}(x; t_1, t_2) &= x(t_1)x(t_2) - R(t_1, t_2) \\ h_{e3}(x; t_1, t_2, t_3) &= x(t_1)x(t_2)x(t_3) - R(t_1, t_2)x(t_3) \\ &\quad - R(t_1, t_3)x(t_2) - R(t_2, t_3)x(t_1) \end{aligned} \quad (2)$$

これらの多項式汎関数のもう重要な性質は、次式で示される直交性である⁶⁾。

$$\begin{aligned} E\{h_{em}(x; t_1, \dots, t_m)h_{en}(x; t'_1, \dots, t'_n)\} \\ = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \sum_{\text{pairings}} \prod_{\text{pairs}} R(t_i, t'_j), & m = n \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $E\{ \cdot \}$ は母集団平均を、 $\prod_{\text{pairs}}$ は n 個の対分割 (t_i, t'_j) , $i, j=1, 2, \dots, n$ についての積を表わし、 $\sum_{\text{pairings}}$ はそれらの $n!$ 通りの組合せについての総和を表わす。たとえば、 $m=n=2$ のとき右辺は、

$$R(t_1, t'_1)R(t_2, t'_2) + R(t_1, t'_2)R(t_2, t'_1)$$

となる。

いま、 $k_n(t_1, \dots, t_n)$ を n 変数対称関数(核関数)とし、Hermite 多項式汎関数を用いて n 次非同次汎関数を

$$\begin{aligned} F_n[k_n; x(t)] \\ = \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \\ h_{en}(x; t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n \end{aligned} \quad (4)$$

で定義すると、Hermite 多項式汎関数の直交性から、これらの非同次汎関数も、

$$\begin{aligned} E\{F_m[k_m; x(t)]F_n[g_n; x(t)]\} \\ = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ n! \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n)g_n(\sigma_1, \dots, \sigma_n) \\ \prod_{i=1}^n R(t - \tau_i, t - \sigma_i) d\tau_1 \dots d\sigma_n, & m = n \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

なる直交性を有する。

非線形時不変系にこの $x(t)$ が入力として印加されるとき、出力 $y(t)$ は直交汎関数列によって、

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n[k_n; x(t)] \quad (6)$$

のように展開される。

3. 非定常非白色正規性信号の生成

$\{\phi_n(t)\}$ は区間 $[0, T]$ で定義された任意の正規直交系、すなわち

$$\int_0^T \phi_m(t)\phi_n(t)dt = \delta_{mn} \quad (7)$$

を満足するものとする。また、 $\{b_n\}$ は平均値零の正規性ランダム変数列で、かつ互いに直交する。すなわち、

$$E\{b_m b_n\} = 0, \quad m \neq n \quad (8)$$

を満足するものとする。いま、これらを用いて平均値零の非定常正規性確率過程 $x(t)$ を

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \phi_n(t) \quad (9)$$

で発生させる。この確率過程の自己相関関数を $R(\cdot, \cdot)$ とすると、Karhunen-Loève 展開定理⁷⁾によって、つぎのことがいえる。

関数 $\phi_n(t)$ は、 $\lambda = \lambda_n$ に対して、積分方程式

$$\int_0^T R(t_1, t_2) \phi(t_2) dt_2 = \lambda \phi(t_1), \quad 0 \leq t_1 \leq T \quad (10)$$

を満足する。ここで、 λ_n (固有値) は、

$$\lambda_n = E\{b_n^2\} \quad (11)$$

で与えられる。また、(7)式および(9)式より、

$$b_n = \int_0^T x(t) \phi_n(t) dt \quad (12)$$

が成立することは明らかである。そこで、正規直交関数系 $\{\phi_n(t)\}$ を用いて、正規直交関数系 $\{\phi'_n(t)\}$ を

$$\phi'_n(t) \triangleq \phi_n(T-t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (13)$$

で定義すると、(12)式は、

$$b_n = \int_0^T \phi'_n(\tau) x(T-\tau) d\tau \quad (14)$$

となり、 b_n は、 $\phi'_n(\tau)$ をインパルス応答とする線形フィルタに $x(t)$ が印加されたときの、時刻 $t=T$ における出力とみなすことができる。したがって、 $\{b_n\}$ の無相関性と正規性を考慮すると、 $\{\phi'_n(\tau)\}$ をインパルス応答とする線形フィルタ列に $x(t)$ が印加されたときの、時刻 $t=T$ における出力列は、統計的に相互に独立であるといえる。すなわち、逆に任意の直交フィルタ列が与えられたとき、これらに印加したときの出力列が統計的に相互に独立になるような非定常非白色正規性信号の集合を、上述の手順で生成できることがわかる。

3. 核関数の測定法

(6)式を未知の非線形システムのモデルにとり、前節で生成した確率過程 $x(t)$ を入力信号とした非線形システムの同定を考える。ここでは、観測出力とモデル出力の偏差の2乗平均値が最小となるように核関数 $\{k_n(\cdot)\}$ を決定することにする。まず、正規直交関数系 $\{\phi'_n(t)\}$ によって未知の核関数 $k_n(\cdot)$ をつぎのように直交展開する。

$$k_n(\tau_1, \dots, \tau_n) = \sum_{j_1=1}^{\infty} \dots \sum_{j_n=1}^{\infty} C_{j_1 \dots j_n} \prod_{i=1}^n \phi'_{j_i}(\tau_i) \quad (15)$$

ただし、

$$C_{j_1 \dots j_n} = \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$$

$$\prod_{i=1}^n \phi'_{j_i}(\tau_i) d\tau_1, \dots, d\tau_n \quad (16)$$

核関数を測定することは、上式の展開係数 $C_{j_1 \dots j_n}$ を決定することに帰着する。つぎに、次式のような n 変数対称関数を考える。

$$g_n(\sigma_1, \dots, \sigma_n) = \{1/p(j_1 \dots j_n)\} \sum_{a \cdot p} \prod_{i=1}^n \phi'_{j_i}(\sigma_i) \quad (17)$$

ここで、 $\sum_{a \cdot p}$ は添字 $(j_1 \dots j_n)$ の全順列についての総和をとることを表わし、 $p(j_1 \dots j_n)$ は $(j_1 \dots j_n)$ の順列の総数を表わしている。いま、これを核関数とする n 次直交汎関数 $w_{j_1 \dots j_n}(t)$ をつぎのように定義し、

$$w_{j_1 \dots j_n}(t) \triangleq F_n[g_n; x(t)] \quad (18)$$

これと(6)式で表わされる非線形系の出力 $y(t)$ の積平均を計算すると、汎関数の直交性 ((5)式) によって、

$$\begin{aligned} E\{y(t) w_{j_1 \dots j_n}(t)\} &= E\left\{\sum_{m=0}^{\infty} F_m[k_m; x(t)] w_{j_1 \dots j_n}(t)\right\} \\ &= E\{F_n[k_n; x(t)] F_n[g_n; x(t)]\} \\ &= n! \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n) g_n(\sigma_1, \dots, \sigma_n) \\ &\quad \prod_{i=1}^n R(t-\tau_i, t-\sigma_i) d\tau_1 \dots d\sigma_n \\ &= \{n!/p(j_1 \dots j_n)\} \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \\ &\quad \sum_{a \cdot p} \prod_{i=1}^n \phi'_{j_i}(\sigma_i) \prod_{l=1}^n R(T-\tau_l, T-\sigma_l) \\ &\quad d\tau_1 \dots d\sigma_n \end{aligned}$$

となる。さらに、時刻 $t=T$ のときを考え、(13)式によって $\{\phi'_n(t)\}$ を $\{\phi_n(t)\}$ に変換し、(10)式および(16)式を用いると以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} E\{y(T) w_{j_1 \dots j_n}(T)\} &= \{n!/p(j_1 \dots j_n)\} \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \\ &\quad \sum_{a \cdot p} \prod_{i=1}^n \phi_{j_i}(T-\sigma_i) \prod_{l=1}^n R(T-\tau_l, T-\sigma_l) \\ &\quad d\tau_1 \dots d\sigma_n \\ &= \{n!/p(j_1 \dots j_n)\} \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \\ &\quad \sum_{a \cdot p} \prod_{i=1}^n \int_0^T \phi_{j_i}(T-\sigma_i) R(T-\tau_i, T-\sigma_i) \\ &\quad d\tau_1 \dots d\sigma_n \\ &= \{n!/p(j_1 \dots j_n)\} \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \\ &\quad \sum_{a \cdot p} \prod_{i=1}^n \lambda_{j_i} \phi_{j_i}(T-\tau_i) d\tau_1 \dots d\tau_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \{n!/p(j_1 \dots j_n)\} \sum_{a \cdot p} \int_0^T \dots \int_0^T k_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \\
&\quad \prod_{i=1}^n \lambda_{j_i} \phi_{j_i}(\tau_i) d\tau_1 \dots d\tau_n \\
&= n! \lambda_{j_1} \dots \lambda_{j_n} C_{j_1 \dots j_n} \quad (19)
\end{aligned}$$

最後の変形では、 $C_{j_1 \dots j_n}$ が添字 $(j_1 \dots j_n)$ の全順列に対して値を考えないことを用いた。したがって、展開係数は、

$$C_{j_1 \dots j_n} = E \{y(T) w_{j_1 \dots j_n}(T)\} / \{n! \lambda_{j_1} \dots \lambda_{j_n}\} \quad (20)$$

によって算出することができる。このように、汎関数の直交性を利用することによって、任意の次数の核関数の展開係数を、正規方程式を解かずに最小 2 乗法の意味で最適に定めることができる。

(18)式で定義された n 次直交汎関数 $w_{j_1 \dots j_n}(t)$ の時刻 $t=T$ での値が実際にどのようなになっているか、簡単のため $n=2$ の場合について計算してみる。(17)式を(4)式に代入し、(13)式を用いて $\{\phi'_n(t)\}$ を $\{\phi_n(t)\}$ に変換すると、

$$\begin{aligned}
w_{j_1 j_2}(t) &= \int_0^T \int_0^T (1/p(j_1 j_2)) \sum_{a \cdot p} \phi_{j_1}(t-\tau_1) \phi_{j_2}(t-\tau_2) \\
&\quad \{x(t-\tau_1)x(t-\tau_2) - R(t-\tau_1, t-\tau_2)\} d\tau_1 d\tau_2
\end{aligned}$$

となり、さらに $t=T$ として(10)、(12)および(7)式を用いると以下ようになる。

$$\begin{aligned}
w_{j_1 j_2}(T) &= \{1/p(j_1 j_2)\} \sum_{a \cdot p} \int_0^T \phi_{j_1}(T-\tau_1) x(T-\tau_1) d\tau_1 \\
&\quad \int_0^T \phi_{j_2}(T-\tau_2) x(T-\tau_2) d\tau_2 - \{1/p(j_1 j_2)\} \\
&\quad \sum_{a \cdot p} \int_0^T \phi_{j_1}(T-\tau_1) d\tau_1 \\
&\quad \int_0^T \phi_{j_2}(T-\tau_2) R(T-\tau_1, T-\tau_2) d\tau_2 \\
&= (1/p(j_1 j_2)) \sum_{a \cdot p} b_{j_1} b_{j_2} \\
&\quad - (1/p(j_1 j_2)) \sum_{a \cdot p} \lambda_{j_2} \\
&\quad \int_0^T \phi_{j_1}(T-\tau_1) \phi_{j_2}(T-\tau_1) d\tau_1 \\
&= b_{j_1} b_{j_2} - \delta_{j_1 j_2} \lambda_{j_1} \quad (21)
\end{aligned}$$

このように、 $w_{j_1 j_2}(T)$ は、無相関ランダム変数列 $\{b_n\}$ およびそれらの分散 (積分方程式の固有値) $\{\lambda_n\}$ によって完全に表現することができたが、このことは他の次数の場合についてもまったく同様にいえる。

さて、本方法の一つの鍵は、(17)式で定義された核関数によって規定される直交汎関数 $w_{j_1 \dots j_n}(T)$ を用いることにあるが、これは、時刻 $t=T$ におけるシ

ステムの出力が、無相関ランダム変数列 $\{b_n\}$ およびそれらの分散 $\{\lambda_n\}$ によって表わされることによっていえる。実際、簡単のため、システムは 2 次汎関数項だけで完全に記述されるものとする。すなわち、

$$\begin{aligned}
y(t) &= F_2[k_2; x(t)] \\
&= \int_0^T \int_0^T k_2(\tau_1, \tau_2) \{x(t-\tau_1)x(t-\tau_2) \\
&\quad - R(t-\tau_1, t-\tau_2)\} d\tau_1 d\tau_2
\end{aligned}$$

2 次核関数を正規直交関数系 $\{\phi_n(t)\}$ で展開し、さらに時刻 $t=T$ とし(10)、(12)式および(13)式を用いると、

$$\begin{aligned}
y(T) &= \int_0^T \int_0^T \sum_{j_1=1}^{\infty} \sum_{j_2=1}^{\infty} C_{j_1 j_2} \phi'_{j_1}(\tau_1) \phi'_{j_2}(\tau_2) \\
&\quad \{x(T-\tau_1)x(T-\tau_2) - R(T-\tau_1, T-\tau_2)\} d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \sum_{j_1=1}^{\infty} \sum_{j_2=1}^{\infty} C_{j_1 j_2} \int_0^T \phi_{j_1}(T-\tau_1) x(T-\tau_1) d\tau_1 \\
&\quad \int_0^T \phi_{j_2}(T-\tau_2) x(T-\tau_2) d\tau_2 \\
&\quad - \sum_{j_1=1}^{\infty} \sum_{j_2=1}^{\infty} C_{j_1 j_2} \int_0^T \phi_{j_1}(T-\tau_1) d\tau_1 \\
&\quad \int_0^T \phi_{j_2}(T-\tau_2) R(T-\tau_1, T-\tau_2) d\tau_2 \\
&= \sum_{j_1=1}^{\infty} \sum_{j_2=1}^{\infty} C_{j_1 j_2} b_{j_1} b_{j_2} \\
&\quad - \sum_{j_1=1}^{\infty} \sum_{j_2=1}^{\infty} C_{j_1 j_2} \lambda_{j_2} \int_0^T \phi_{j_1}(t) \phi_{j_2}(t) dt \\
&= \sum_{j_1=1}^{\infty} \sum_{j_2=1}^{\infty} C_{j_1 j_2} b_{j_1} b_{j_2} - \sum_{j=1}^{\infty} C_{j j} \lambda_j
\end{aligned}$$

となる。そこで、 $\{b_n\}$ の統計的独立性を考慮すると、ある展開係数 C_{mn} を求めるには、(21)式で示した 2 次汎関数 $w_{mn}(T)$ を作り、これらの積平均を計算すればよいことがわかる。

以上述べた手順をまとめるとつぎのようになる。

Step 1 任意の正規直交関数系 $\{\phi_n(t)\}$ の中から、核関数を展開するための直交関数を、真の核関数を十分近似できると思われる個数 N 個決める。

Step 2 正規性無相関ランダム変数列 $\{b_n\}$, $n=1, 2, \dots, N$ のおのおのについての実現値を発生する。

Step 3 Step 1 で決めた直交関数と Step 2 で発生したランダム変数列 $\{b_n\}$ の実現値から、(9)式によって確率過程 $x(t)$ の見本過程をつつ作る。

Step 4 Step 2 で発生したランダム変数列 $\{b_n\}$ ので実現値およびそれらの分散 $\{\lambda_n\}$ から $w_{j_1 \dots j_n}(T)$ を計算する。

Fig. 1 Identification method

Step 5 $x(t)$ の一つの見本過程を被測定システムに印加し、時刻 $t=T$ における観測出力 $y(T)$ と $w_{j1} \dots w_{j2}(T)$ の積を計算する。

母集団平均 $E\{y(T)w_{j1} \dots w_{j2}(T)\}$ を計算するのに十分な回数だけ Step 2 から Step 5 を繰り返し、(20)式を用いて核関数の展開係数を定める。

$x(t)$ の一つの見本過程に対する Step 2 から Step 5 の概略図を Fig. 1 に示す。ここで、 H は被観測システム、 M は積和演算回路を表わしており、無相関ランダム変数列 $\{b_n\}$ およびそれらの分散 $\{\lambda_n\}$ から、(18)式で定義した $w_{j1} \dots w_{j2}$ を計算し、これと観測出力 $y(T)$ との積を計算する。

5. シミュレーション結果

ここでは、前章で述べた核関数の測定法の有用性を検証するために行った、デジタル計算機によるシミュレーション結果を示す。

Fig. 2 に示すような、線形要素に続き記憶なし非線形要素が直列に接続されたシステムを未知のシステムとする。また、非線形要素は 2 次の多項式関数とし、線形要素は、減衰率 $\xi=0.38$ 、固有振動数 $\omega_n=2$ (rad/s) の 2 次系とした。このシステムの直交汎関数級数モデルは、1 次項と 2 次項だけからなり、1 次の核関数と 2 次の核関数を Fig. 5 実線および Fig. 6 (a) におおの示す。計算のためのサンプリング間隔を 0.1 s とした。

まず、このシステムの記憶長および減衰性を見るために行ったインパルス応答テストの結果を Fig. 3 に示す。この結果に基づいて、1 次独立な 5 個の関数 $\{e^{-0.7t}, te^{-0.7t}, t^2e^{-0.7t}, t^3e^{-0.7t}, t^4e^{-0.7t}\}$ を区間

Fig. 2 Identified system

Fig. 3 Impulse response

(0, 3.9) で直交化した正規直交系 (Fig. 4) を採用し、前述の方法で核関数の展開係数を決定した。その際、Step 2~Step 5 を 3,000 回繰り返し、3,000 個のデータから (20) 式中の平均値を算出した。このようにして得られた最適な直交汎関数モデルの 1 次および 2 次の核関数を、Fig. 5 および Fig. 6 (b) におおの示す。また、本モデルの出力と同定対象の観測出力の一部を Fig. 7 に示す。このときのモデル出力の 2 乗平均誤差は、観測出力の 2 乗平均値の約 4.8% であり、比較的少ない個数の正規直交関数でも精度良く同定されている。さらに、ここで要した計算量は白色正規性入力を用いた場合と同等である。

一方、任意の正規直交系を採用しても、この正規直

Fig. 4 Orthonormal functions

Fig. 5 First order kernels

(a) Exact kernel

(b) Measured kernel

Fig. 6 Second order kernels

Fig. 7 Observed output and model output

交系とは無関係に発生させた定常非白色正規性入力を用いた場合は、本方法を用いた場合の約 4 倍の計算量

を必要とし、さらに高次の核ではこの倍率は急増する¹⁾。

6. おわりに

非定常非白色正規性入力を用いた、直交汎関数級数モデルによる非線形システムの同定法を提案し、計算機によるシミュレーションによって、その有用性を検証できた。本方法によれば、入力信号の白色性という制限なしに、汎関数級数モデルの核関数を展開しパラメタライズするための直交関数系を任意に選ぶことができる。また、本稿では、直交汎関数級数モデルを用いたが、Volterra 級数モデルを用いた場合も、本方法と同様の理論によって、任意の直交関数系による核関数の測定が可能である。

参考文献

- 1) 渡辺, 横山: Karhunen-Loève 展開定理を応用したボルテラ核の測定法, 計測自動制御学会論文集, **22**-6, 610/615 (1986)
- 2) M. Schetzen: The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems, Wiley (1980)
- 3) 横山, 渡辺: 非白色正規性入力を受ける非線形システムの直交汎関数級数表現, 計測自動制御学会論文集, **23**-11, 1151/1157 (1987)
- 4) 近藤次郎: 積分方程式とその応用, コロナ社 (1959)
- 5) J. F. Barret: The Use of Functionals in the Analysis of Non-Linear Physical Systems, J. Electron. & Contr., **15**, 567/615 (1963)
- 6) J. F. Barret: Formula for Output Autocorrelation and Spectrum of a Volterra System with Stationary Gaussian Input, IEE PROC., **127**, Pt. D, No. 6, 286/289 (1980)
- 7) W. B. Davenport and W. L. Root: Random Signals and Noise, McGraw-Hill (1958)