2次元適応制御†

宮里義彦*・大島康次郎**

Two-Dimensional Adaptive Control

Yoshihiko MIYASATO* and Yasujiro OSHIMA**

In our preceding studies, we showed a design method for constructing adaptive control systems for Attasi-type 2-dimensional systems and then constructed a kind of learning control system using the notion of 2-dimensional systems. But in those approaches, the convergence properties of adaptive processes on 2-dimensional plane are restricted to one direction only.

In the present paper, we propose a design method for constructing adaptive control systems which have convergence properties of two different directions on 2-dimensional plane. To realize those systems, we introduce two kinds of adaptive laws, that is, interlace-type adaptive laws and hybrid-type adaptive laws, into one adaptive control system, and make it possible to improve one adaptive process with interlace-type adaptive laws, adaptively by utilizing the other adaptive process with hybrid-type adaptive laws. In the following, we apply this technique (named "2-dimensional adaptive control") to Attasi-type 2-dimensional systems and construct a more skillful learning control system where adaptive processes themselves can be improved adaptively. Finally, some simulation studies show the effectiveness of the proposed method.

Key Words: adaptive control, 2-dimensional system, learning control, hybrid-type adaptive law, interlace-type adaptive law

1. 緒 言

先に Attasi 型 2次元システムの適応制御系構成法

を示し^{1),2)}, ついでそれを利用したパラメータ同定機構を含む一種の学習制御系構成法を示した³⁾⁻⁵⁾. それらは2次元場での適応制御問題を扱うものであるが, 着目している誤差信号の収束性が2次元平面の特定の1方向に限定されていた. したがって適応則に関しては対応する2次元の自由度を与えていないと思われる. ここに文献1)~3)と文献4),5)を適応則の観点からみると, 前者が interlace 型 (一つのシステムパラメータに対し複数のパラメータ推定値を相対次数に応じた間隔で独立に調整する)⁶⁾であるのに対し, 後者は hybrid 型 (制御対象とは独立な時間スケールでパラメータ推定値を調整する) であるという相違がある. その両者の相違 (独立な可調整パラメータの個数と動作の時間スケール) に着目すると両者の併用が可能となり, 二つの独立な方向の適応機能によりそれぞれの方向での着目している誤差信号の収束が可能になる. さらに一方の適応過程をもう一方の適応機能を使って適応的に改善する可能性がでてくる. 以下に2次元場の表現が最も自然である2次元システムの中で Attasi によって提案された状態変数モデル (Attasi 型 2次元システム^{7),8)}: これは伝達関数が2変数分離型となるため通常の1次元システムの安定論がそのまま適用できる2次元システムのクラスとなっている) に対してこの2次元適応制御を構成する. 2次元適応制御により適応過程そのものの適応的改善という意味において, 高度の学習機能が実現される可能性のあることを示す.

なお本稿では2次元適応制御の基本原理を述べるために2次元システムのみを対象とするが, この考え方は適応制御を同じような状況下で繰り返し動作させる場合 (たとえばロボットの繰返し制御など) に, 繰返し動作から得られた対象の部分的知識も利用して, より滑らかな追従性能を得たいときに, 特に有効であると思われる.

† 第7回適応制御シンポジウムで発表 (1987・2)

* 統計数理研究所 東京都港区南麻布 4-6-7

** 千葉工業大学 習志野市津田沼 2-17-1

* The Institute of Statistical Mathematics,
Minato-ku, Tokyo

** Chiba Institute of Technology, Narashino
(Received February 20, 1989)

(Revised May 18, 1989)

2. 問題設定¹⁾

以下の Attasi 型 2 次元システム^{7), 8)}を制御対象と考える。

$$\begin{bmatrix} x_h(i+1, j) \\ x_v(i, j+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ A_2 & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_h(i, j) \\ x_v(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u(i, j) \quad (2.1)$$

$$i, j \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} y_r(i, j) \\ y(i, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ C_2 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_h(i, j) \\ x_v(i, j) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} u(i, j) \quad (2.2)$$

$$i, j \geq 0$$

ただし $x_h(i, j) \in R^{n_1}$ は水平状態ベクトル, $x_v(i, j) \in R^{n_2}$ は垂直状態ベクトル, $u(i, j) \in R^1$ は入力, $y(i, j) \in R^1$ は出力であり, $A_1, A_2, A_3, b, C_1, C_2, C_3, d$ は適合するサイズの行列とする。また $y_r(i, j) \in R^1$ はオブザーバを構成するための参照用の信号として導入する。以上の系においてシステムパラメータと状態ベクトル $x_h(i, j), x_v(i, j)$ は未知であるとする。測定可能な信号は $y(i, j), y_r(i, j), u(i, j)$ のみとする。

これに対し, 対象と同様に 2 次元場で定義された一様有界な規範モデルの出力 $y_M(i, j) \in R^1$ について

$$y_M(i(n), j(n)) - y(i(n), j(n)) \rightarrow 0 \quad (\text{as } n \rightarrow \infty) \quad (2.3)$$

が成立するようにシステムに加える入力 $u(i, j)$ を適応的に合成する。ただし $(i(n), j(n)) : n = 0, 1, 2, \dots$ は $(0, 1, 2, \dots) \times (0, 1, 2, \dots)$ の中の単調非減少な部分列とする。

3. 2 次元係数表現¹⁾

制御対象のパラメータと状態ベクトルは未知としているので, 制御対象を入力 $u(i, j)$, 出力 $y(i, j)$, 参照用の信号 $y_r(i, j)$ のみを使った表現に置き換える。

《定理 1》 以下の条件を設ける。

(条件) $(C_1, A_1), (C_3, A_3)$ は可観測である。

このとき, 任意の可制御対 $(F_1, g_1), (F_2, g_2)$ (ただし $F_1 \in R^{n_1 \times n_1}, g_1 \in R^{n_1}, F_2 \in R^{n_2 \times n_2}, g_2 \in R^{n_2}$ であり, F_1, F_2 は安定行列) に対し漸近的に次式を満足するパラメータベクトル $\theta_{11}, \theta_{12} \in R^{n_1}, \theta_{21k}, \theta_{22k}, \theta_{23}, \theta_{24} \in R^{n_2}, \theta_3 \in R^1 (1 \leq k \leq n_1)$ が存在する。

$$\begin{aligned} y(i, j) = & \theta_{11}^T v_{11}(i, j) + \theta_{12}^T v_{12}(i, j) \\ & + \sum_{k=1}^{n_1} \theta_{21k}^T v_{21k}(i, j) + \sum_{k=1}^{n_1} \theta_{22k}^T v_{22k}(i, j) \\ & + \theta_{23}^T v_{23}(i, j) + \theta_{24}^T v_{24}(i, j) + \theta_3 u(i, j) \end{aligned} \quad (3.1)$$

ただし $v_{11}(i, j), v_{12}(i, j) \in R^{n_1}, v_{21k}(i, j), v_{22k}(i, j), v_{23}(i, j), v_{24}(i, j) \in R^{n_2} (1 \leq k \leq n_1)$ は以下に示す 2 次元システムの状態ベクトルである (状態変数フィルタ)。

$$\begin{aligned} v_{11}(i+1, j) &= F_1 v_{11}(i, j) + g_1 u(i, j) \\ v_{12}(i+1, j) &= F_1 v_{12}(i, j) + g_1 y_r(i, j) \\ v_{21k}(i, j+1) &= F_2 v_{21k}(i, j) + g_2 v_{11}^k(i, j) \\ v_{22k}(i, j+1) &= F_2 v_{22k}(i, j) + g_2 v_{12}^k(i, j) \\ v_{23}(i, j+1) &= F_2 v_{23}(i, j) + g_2 y(i, j) \\ v_{24}(i, j+1) &= F_2 v_{24}(i, j) + g_2 u(i, j) \end{aligned} \quad (1 \leq k \leq n_1) \quad (3.2)$$

ここに $v_{11}^k(i, j), v_{12}^k(i, j)$ はそれぞれ $v_{11}(i, j), v_{12}(i, j)$ の第 k 成分である (証明は文献 1) 参照)。

4. 2 次元適応制御

制御対象についてつぎの仮定を置く¹⁾。

(仮定)

- 1) $|u(i, j)| \leq D_1 + D_2 \cdot \max_{(0,0) \leq (k,l) \leq (i,j)} |y(k, l)|$
($0 \leq D_1 < \infty, 0 < D_2 < \infty$)
- 2) A_1 は安定行列
- 3) $d = \theta_3 \neq 0$
- 4) $(C_1, A_1) (C_3, A_3)$ は可観測 (定理 1 より)
- 5) $y(i, j), u(i, j), y_r(i, j)$ が測定可能

このとき, 提案する制御系が以下の定理で示される。

《定理 2》

(適応機構 I)

システムパラメータ

$$\Theta = [\theta_{11}^T, \theta_{12}^T, \theta_{211}^T, \dots, \theta_{21n_1}^T, \theta_{221}^T, \dots, \theta_{22n_1}^T, \theta_{23}^T, \theta_{24}^T, \theta_3]^T \quad (4.1)$$

状態変数

$$\begin{aligned} \zeta_H(i, j) = & [v_{11}(i, j)^T, v_{12}(i, j)^T, v_{211}(i, j)^T, \dots, \\ & v_{21n_1}(i, j)^T, v_{221}(i, j)^T, \dots, v_{22n_1}(i, j)^T, \\ & v_{23}(i, j)^T, v_{24}(i, j)^T, u(i, j)]^T \end{aligned} \quad (4.2)$$

可調整パラメータ (Θ の i 時点における推定値)

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}(i) = & [\hat{\theta}_{11}(i)^T, \hat{\theta}_{12}(i)^T, \hat{\theta}_{211}(i)^T, \dots, \\ & \hat{\theta}_{21n_1}(i)^T, \hat{\theta}_{221}(i)^T, \dots, \hat{\theta}_{22n_1}(i)^T, \\ & \hat{\theta}_{23}(i)^T, \hat{\theta}_{24}(i)^T, \hat{\theta}_3(i)]^T \end{aligned} \quad (4.3)$$

同定モデル

$$\begin{aligned} \hat{y}(i, j) = & \hat{\theta}_{11}(i-1)^T v_{11}(i, j) + \hat{\theta}_{12}(i-1)^T v_{12}(i, j) \\ & + \sum_{k=1}^{n_1} \hat{\theta}_{21k}(i-1)^T v_{21k}(i, j) \\ & + \sum_{k=1}^{n_1} \hat{\theta}_{22k}(i-1)^T v_{22k}(i, j) \\ & + \hat{\theta}_{23}(i-1)^T v_{23}(i, j) + \hat{\theta}_{24}(i-1)^T v_{24}(i, j) \\ & + \hat{\theta}_3(i-1) u(i, j) \end{aligned} \quad (4.4)$$

適応則 I

$$\hat{\Theta}(i) = \hat{\Theta}(i-1) - \alpha(i) \frac{\sum_{k=0}^{K_H} \varepsilon(i, k) \zeta_H(i, k)}{1 + \sum_{k=0}^{K_H} \zeta_H(i, k)^T \zeta_H(i, k)} \quad (4.5)$$

$$\varepsilon(i, j) = \hat{y}(i, j) - y(i, j)$$

$$0 < K_H < \infty, \quad 0 < \delta_1 < \alpha(i) < 2 - \delta_2 < 2$$

ただし $\hat{\theta}_3 \neq 0$ となるように $\alpha(i)$ を調整する.

(適応機構 II)

システムパラメータ

$$\begin{aligned} \Phi(i) = & [\phi_0(i), \phi_{11}(i)^T, \phi_{12}(i)^T, \phi_{211}(i)^T, \dots, \\ & \phi_{21n_1}(i)^T, \phi_{221}(i)^T, \dots, \phi_{22n_1}(i)^T, \\ & \phi_{23}(i)^T, \phi_{24}(i)^T]^T \end{aligned} \quad (4.6)$$

ただし

$$\begin{aligned} \phi_0(i) &= (1/\theta_3) - \{1/\hat{\theta}_3(i-1)\} \\ \phi_{11}(i) &= \{\hat{\theta}_{11}(i-1)/\hat{\theta}_3(i-1)\} - \theta_{11}/\theta_3 \\ \phi_{12}(i) &= \{\hat{\theta}_{12}(i-1)/\hat{\theta}_3(i-1)\} - \theta_{12}/\theta_3 \\ \phi_{21k}(i) &= \{\hat{\theta}_{21k}(i-1)/\hat{\theta}_3(i-1)\} - \theta_{21k}/\theta_3 \\ \phi_{22k}(i) &= \{\hat{\theta}_{22k}(i-1)/\hat{\theta}_3(i-1)\} - \theta_{22k}/\theta_3 \\ \phi_{23}(i) &= \{\hat{\theta}_{23}(i-1)/\hat{\theta}_3(i-1)\} - \theta_{23}/\theta_3 \\ \phi_{24}(i) &= \{\hat{\theta}_{24}(i-1)/\hat{\theta}_3(i-1)\} - \theta_{24}/\theta_3 \end{aligned} \quad (4.7)$$

状態変数

$$\begin{aligned} \zeta_i(i, j) = & [y_M(i, j), v_{11}(i, j)^T, v_{12}(i, j)^T, \\ & v_{211}(i, j)^T, \dots, v_{21n_1}(i, j)^T, v_{221}(i, j)^T, \\ & \dots, v_{22n_1}(i, j)^T, v_{23}(i, j)^T, v_{24}(i, j)^T]^T \end{aligned} \quad (4.8)$$

可調整パラメータ ($\Phi(i)$ の (i, j) 時点における推定値)

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(i, j) = & [\hat{\phi}_0(i, j), \hat{\phi}_{11}(i, j)^T, \hat{\phi}_{12}(i, j)^T, \\ & \hat{\phi}_{211}(i, j)^T, \dots, \hat{\phi}_{21n_1}(i, j)^T, \hat{\phi}_{221}(i, j)^T, \\ & \dots, \hat{\phi}_{22n_1}(i, j)^T, \hat{\phi}_{23}(i, j)^T, \\ & \hat{\phi}_{24}(i, j)^T, \hat{\phi}_3(i, j)]^T \end{aligned} \quad (4.9)$$

適応則 II

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(i, j) &= \hat{\Phi}(i, j-1) + \bar{\theta}_3^{-1} \frac{e(i, j) \zeta_i(i, j)}{1 + \zeta_i(i, j)^T \zeta_i(i, j)} \\ e(i, j) &= y_M(i, j) - \hat{y}(i, j) \\ (\hat{\Phi}(i, 0) &= 0) \end{aligned} \quad (4.10)$$

ただし $\bar{\theta}_3$ は θ_3 の事前推定値で次式を満足するように選ぶ.

$$0 < (\theta_3/\bar{\theta}_3) < 2$$

制御則

$$\begin{aligned} y_M(i, j) + \hat{\theta}_3(i-1) \hat{\Phi}(i, j-1)^T \zeta_i(i, j) \\ = \hat{\Theta}(i-1)^T \zeta_H(i, j) \end{aligned} \quad (4.11)$$

以上の適応機構 I と II を使用すると次式が成立する.

$$\lim_{j \rightarrow \infty} e(i, j) = 0 \quad (i \geq 1) \quad (4.12)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \varepsilon(i, j) = 0 \quad (0 \leq j \leq K_H) \quad (4.13)$$

さらに信号が sufficiently rich であれば

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \Phi(i) = 0 \quad (4.14)$$

が成立する (制御則については付録も参照).

さらに文献 5) の手法を離散時間系に変更して適用すると上記の適応機構 I が以下のように書き換えられる.

《定理 3》

[適応機構 I']

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}(i) &= \hat{\Theta}(i-1) - \{\Gamma(i-1)^{-1} \\ &+ \sum_{k=0}^{K_H} \zeta_H(i, k) \zeta_H(i, k)^T\}^{-1} \\ &\cdot \sum_{k=0}^{K_H} \varepsilon(i, k) \zeta_H(i, k) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(i)^{-1} &= \lambda_1(i) \Gamma(i-1)^{-1} \\ &+ \lambda_2(i) \sum_{k=0}^{K_H} \zeta_H(i, k) \zeta_H(i, k)^T \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$0 < \delta_1 < \lambda_1(i) \leq 1, \quad 0 \leq \lambda_2(i) < 2 - \delta_2 < 2 \quad (4.17)$$

ただし $\hat{\theta}_3 \neq 0$ となるように $\lambda_1(i)$ と $\lambda_2(i)$ を調整する. 特に信号が sufficiently rich でないときは $\lambda_1(i) = 1$ のように選ぶ. このとき, 定理 2 と同様の結果が得られる. また信号が sufficiently rich であれば

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \Phi(i) = 0 \quad (4.18)$$

が成立する.

定理 2 と定理 3 の適応機構 II は文献 1) で示した適応系と本質的に同じであり, 各水平座標ごとに独立にパラメータを調整する interlace 型適応則を採用している (パラメータの収束方向は垂直座標の方向). また適応機構 I と I' は文献 4), 5) で連続時間系について示したものを離散時間系用に修正したものと本質的に同じであり, 垂直座標方向のある区間の挙動をまとめて評価して水平座標の方向にパラメータを更新する hybrid 型適応則を採用している.

(定理 2 と定理 3 の証明) 適応機構 I (定理 2 の場合) に対してパラメータ誤差とそれより決まる V_H 関数を以下のように定める.

$$\hat{\Theta}(i) = \hat{\Theta}(i) - \Theta \quad (4.19)$$

$$V_H(i) = \hat{\Theta}(i)^T \hat{\Theta}(i) \quad (4.20)$$

V_H 関数の軌道に沿っての差分を計算する⁴⁾.

$$\Delta V_H(i) = V_H(i) - V_H(i-1)$$

$$\begin{aligned} \leq & a(i) \frac{\sum_{k=0}^{K_H} \varepsilon(i, k)^2}{1 + \sum_{k=0}^{K_H} \zeta_H(i, k)^T \zeta_H(i, k)} \\ & \cdot \left\{ -2 + a(i) \frac{\sum_{k=0}^{K_H} \zeta_H(i, k)^T \zeta_H(i, k)}{1 + \sum_{k=0}^{K_H} \zeta_H(i, k)^T \zeta_H(i, k)} \right\} \\ \leq & 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

これより $\hat{\Theta}(i)$ の一様有界性と

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=0}^{K_H} \varepsilon(i, k)^2}{1 + \sum_{k=0}^{K_H} \zeta_H(i, k)^T \zeta_H(i, k)} = 0 \quad (4.22)$$

が保証される。

また適応機構 I' (定理3の場合) については V_H 関数を

$$V_H(i) = \bar{\theta}(i)^T \Gamma(i)^{-1} \bar{\theta}(i) \quad (4.23)$$

のように変更し、同様に軌道に沿って差分を求める⁵⁾。

$$\begin{aligned} \Delta V_H(i) &= V_H(i) - V_H(i-1) \\ &= -(2 - \lambda_2(i)) \sum_{k=0}^{K_H} \varepsilon(i, k)^2 \\ &\quad - (1 - \lambda_1(i)) \bar{\theta}(i)^T \Gamma(i-1)^{-1} \bar{\theta}(i) \\ &\quad - \Delta \bar{\theta}(i)^T \Gamma(i-1)^{-1} \Delta \bar{\theta}(i) \leq 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

ただし

$$\varepsilon(i, k) = \bar{\theta}(i)^T \zeta_H(i, k) \quad (4.25)$$

$$\Delta \bar{\theta}(i) = \bar{\theta}(i) - \bar{\theta}(i-1) \quad (4.26)$$

である。信号が sufficiently rich, あるいは $\lambda_1(i) = 1$ とすると $\Gamma(i)^{-1} \geq \delta I > 0$ が成立するから $\bar{\theta}(i)$ の一様有界性, $\varepsilon(i, k) \rightarrow 0$ ($0 \leq k \leq K_H$), $\Delta \bar{\theta}(i) \rightarrow 0$ が保証される。

つぎに以上の結果を元にして適応機構 II (定理2, 3に共通) について解析をする。出力誤差方程式は以下のように書かれる。

$$\begin{aligned} e(i, j) &= y_M(i, j) - y(i, j) \\ &= \theta_3 [\{\phi(i) - \hat{\phi}(i, j-1)\}^T \zeta_i(i, j)] \end{aligned} \quad (4.27)$$

ここに $\hat{\theta}(i)$ の一様有界性と $\hat{\theta}_3(i) \neq 0$ より $\phi(i)$ の一様有界性も保証される。したがってパラメータ誤差を

$$\hat{\phi}(i, j) = \hat{\phi}(i, j) - \phi(i) \quad (4.28)$$

と定め, V_I 関数を

$$V_I(i, j) = \hat{\phi}(i, j)^T \hat{\phi}(i, j) \quad (4.29)$$

として同様に軌道に沿って差分を計算する¹⁾。

$$\begin{aligned} \Delta V_I(i, j) &= V_I(i, j) - V_I(i, j-1) \\ &= \frac{1}{\theta_3 \hat{\theta}_3} \frac{e(i, j)^2}{1 + \zeta_i(i, j)^T \zeta_i(i, j)} \\ &\quad \cdot \left\{ -2 + \frac{\theta_3}{\hat{\theta}_3} \frac{\zeta_i(i, j)^T \zeta_i(i, j)}{1 + \zeta_i(i, j)^T \zeta_i(i, j)} \right\} \leq 0 \end{aligned} \quad (4.30)$$

以後の解析は文献1)とまったく同様になされ ($\phi(i)$ の一様有界性によりこれが可能になる), 出力誤差 $e(i, j)$ の j 方向の零収束性と状態変数 $\zeta_i(i, j)$ の一様有界性が保証される。さらにこれから状態変数 $\zeta_H(i, j)$ の一様有界性も保証され, 同定誤差 $\varepsilon(i, j)$ の i 方向の零収束性 ($i \rightarrow \infty; 0 \leq j \leq K_H$) が保証された。

(証明終)

hybrid 型の適応過程により interlace 型の適応過程が適応的に改善される可能性を以下に示す。出力誤

差が

$$\begin{aligned} e(i, j) &= y_M(i, j) - y(i, j) \\ &= \bar{\theta}(i-1)^T \zeta_H(i, j) \\ &\quad - \hat{\theta}_3(i, j) \hat{\phi}(i, j-1)^T \zeta_I(i, j) \\ &= \varepsilon(i, j) \\ &\quad - \hat{\theta}_3(i, j) \hat{\phi}(i, j-1)^T \zeta_I(i, j) \end{aligned} \quad (4.31)$$

と表わされることに着目すると, hybrid 型の適応過程により $\varepsilon(i, j) \rightarrow 0$ ($i \rightarrow \infty; 0 \leq j \leq K_H$) となることから $\hat{\phi}(i, j-1) = 0$ ($1 \leq j \leq K_H$) が漸近的に平衡状態の1候補となることがわかる。これは interlace 型の操作を必要としない状態が漸的に平衡状態の1候補となることを意味する。よって $\hat{\phi}(i, 0) = 0$ (初期値を零) としたときに十分大きな i (水平座標) に対し $\hat{\phi}(i, j)$ が, j ($j \geq 1$) が変化しても引き続き零の近傍にとどまる可能性がでてくる。これより $u_i(i, j)$ (付録参照) も零の近傍にとどまる可能性がある。したがって i (水平座標) の増加とともに interlace 型の適応過程 (j (垂直座標) 方向) の実質的な整定時間がより短くなる可能性があり, あるいは interlace 型の適応過程の整定時間に到るまでの応答誤差 (初期の応答誤差: j 方向) が減少する可能性が出てくる。よって interlace 型適応過程の適応的改善の可能性が出てくるのである。ただしこの平衡状態に到る収束性は2次元場の非線形の過渡特性を議論する必要があるため, 今後の課題としたい。

また定理2と定理3において適応則の水平座標と垂直座標の更新の方向を逆にしても同様の2次元適応制御系が構成できることにも触れておく。

(注意) 平衡状態が唯一でありそこに必ず収束するためには信号の sufficiently rich 性が関係してくると思われるが, この場合のパラメータが正確に推定されるための信号の条件は以下の式で表わされる。

適応機構 I, I' について

$$\sum_{k=0}^{K_H} \zeta_H(i, k) \zeta_H(i, k)^T \geq \delta_3 \cdot I > 0 \quad (\forall i \geq 1)$$

適応機構 II について

$$\sum_{j=k}^{k+L} \zeta_I(i, j) \zeta_I(i, j)^T \geq \delta_4 \cdot I > 0 \quad (\forall i, k \geq 1, \exists L \geq 1)$$

上記の条件を満足するには $y_M(i, j)$ が独立なランダム信号か, 十分な数の周波数成分を有する必要がある。必要な周波数成分の数については, 2次元場独自の問題 (水平状態ベクトルと垂直状態ベクトルの干渉) もあり今後の課題としたい。

5. 数値実験

本手法の有効性を確認するため $n_1 = n_2 = 1$ の場合に

ついて数値実験を行った。各パラメータは以下のとおりである。

$$A_1=0.5, A_2=1, A_3=0.7, b=2$$

$$C_1=-2, C_2=0, C_3=0.1, d=1$$

$$n_1=n_2=1, 0 \leq i, j \leq 100, K_H=100$$

$$F_1=0.3, F_2=0.4, g_1=g_2=1$$

適応則は収束性に優れている定理3を採用した。

$$\Gamma(0)^{-1}=0.1I, \lambda_1(i)=\lambda_2(i)=1$$

$$\hat{\theta}_3(0)=5, \hat{\theta}_3^{-1}=1$$

また規範モデルは以下のものを考えた。

$$y_M(i, j)=\sin \{ (2\pi/100)j \}$$

結果は interlace 型のみ（従来のもの）、2次元適応制御, hybrid 型のみの3種類について求め、比較を行った。評価の指標としては

$$\bar{e}(i)=\left[\sum_{j=1}^{100} \{e(i, j)\}^2/100 \right]^{1/2}$$

$$\bar{\varepsilon}(i)=\left[\sum_{j=1}^{100} \{\varepsilon(i, j)\}^2/100 \right]^{1/2}$$

$$e(i, j) \ (i=1, 2, \dots, 10, 20, 30, \dots, 100)$$

versus j

$$\bar{u}_I(i)=\left[\sum_{j=1}^{100} \{ |u_I(i, j)| / (|u_H(i, j)| + |u_I(i, j)|) \}^2/100 \right]^{1/2}$$

を用いた。ただし $u_I(i, j)$ と $u_H(i, j)$ はそれぞれ interlace 型と hybrid 型の適応機構よりきまる入力（付録参照）でもある。特に hybrid 型の適応機構を使わない場合でも $\hat{\theta}_3(0)=5$ で固定されるので、 $u_H \neq 0$ となることに注意する。2次元適応制御の場合、interlace 型の場合（文献1）の場合に対応）、hybrid 型の場合（文献4, 5）の場合に対応）の結果をFig. 1~3に示す。2次元適応制御の場合（Fig. 1）、出力誤差の垂直座標方向への零収束性(c)、同定誤差の水平座標方向への零収束性(b)が保証されるのに対し、interlace 型の場合（Fig. 2）、hybrid 型の場合（Fig. 3）はそれぞれ出力誤差の垂直座標方向への零収束性(c)、同定誤差(hybrid 型の場合のみは出力誤差と一致するのでa)とb))の水平座標方向への零収束性しか保証されることがわかる。また特に2次元適応制御の場合に（Fig. 1）、出力誤差の過渡特性が水平座標の方向に改善されている（ j 方向の初期の時点の応答誤差が i を増すにつれて小さくなっている）点と（Fig. 1(c)）、入力全体にしめる interlace 型

(a) $\bar{e}(i)$

(b) $\bar{\varepsilon}(i)$

(c) $e(i, j) \ (i=1, 2, \dots, 10, 20, \dots, 100)$ versus j

(d) $\bar{u}_I(i)$

Fig. 1 Simulation results by 2-dimensional adaptive control

Fig. 2 Simulation results by interlace-type adaptive laws only

分の入力の変位が同じく水平座標方向に減少していること (Fig. 1(d)) がわかる. 特に Fig. 1(c)において i を増すごとに j 方向の追従性能が上がっていることも読み取れる. なお, 本数値例では信号の sufficient richness 性が満足されないが, このように適応過程の適応的改善が見受けられる.

6. 考 察

本論文で示した2次元適応制御は, 水平方向に hybrid 型の適応機能を付加し垂直方向に interlace 型の適応機能を付加したものである. その際, hybrid 型が一方の軸についての制御結果の平均をもとにパラメータの更新を行う大域的な適応過程であるのに対し, interlace 型のほうはもう一方の軸について各軸独立にパラメータの更新を行う局所的な適応過程であるともいえる. このとき hybrid 型の適応過程を続けることにより同定モデルが収束するにつれて, 漸近的に interlace 型の適応機能により補正すべき偏差 (入力の中で必要な $u_I(i, j)$ の占める割合) も小さくなるので適応過程の適応的改善の可能性がでてくる. 実際に数値例では interlace 型適応過程の初期の応答誤差が hybrid 型適応機構により減少していく場合が示された. 一般には補正すべき偏差が小さくなくても interlace 型の適応機構で補正するパラメータの値が小さくなるとは限らないが, これを論じるのは非線形である過渡特性の定量的な解析を必要とするため, 今後の課題としたい. また本手法では適応過程が進むにつれ interlace 型から hybrid 型に制御の主導権が移る可能性がある, さまざまな制御問題に対処できると思われる (特にロボットなどの繰返し動作の制御において, 繰返すごとに滑らかな追値を実現したいような場合). これも今後の課題としたい.

参 考 文 献

- 1) 宮里: Attasi 型2次元システムのモデル規範形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **22-5**, 18/24 (1986)
- 2) 宮里: 2次元システムの適応制御, 統計数理, **35-2**, 211/231 (1987)
- 3) 宮里: 学習制御系の構成法 (2次元適応制御の応用として), 第28回自動制御連合講演会前刷, 51/52 (1985)
- 4) 宮里, 大島: 学習制御系の一構成法, 計測自動制

Fig. 3 Simulation results by hybrid-type adaptive laws only

御学会論文集, 23-6, 32/39 (1987)

- 5) 宮里, 大島: ハイブリッド型適応則の一般化, 計測自動制御学会論文集, 24-8, 108/110 (1988)
- 6) 新中新二: 離散時間形パラメータ調整則, 第14回適応制御部会講義会資料 (1985)
- 7) S. Attasi: Modelling and Recursive Estimation for Double Indexed Sequences, in System Identification Advances and Case Studies, ed. by Mehra and Lainiotis, 263/348 Academic Press (1976)
- 8) 下西, 雛元, 前川: Attasi 型 2 次元システムに対する逆システムの構成, 計測自動制御学会論文集, 18-9, 898/904 (1982)

《付 録》

制御則 (4.11) は具体的にはつぎのように書かれる.

$$\begin{aligned}
 u(i, j) = & \{y_M(i, j) - \sum_{k=1}^2 \hat{\theta}_{1k}(i-1)^T v_{1k}(i, j) \\
 & - \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^{n_1} \hat{\theta}_{2lk}(i-1)^T v_{2lk}(i, j) \\
 & - \sum_{k=3}^4 \hat{\theta}_{2k}(i-1)^T v_{2k}(i, j)\} / \hat{\theta}_3(i, j) \\
 & + \hat{\phi}_0(i, j-1) y_M(i, j) \\
 & + \sum_{k=1}^2 \hat{\phi}_{1k}(i, j-1)^T v_{1k}(i, j) \\
 & + \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^{n_1} \hat{\phi}_{2lk}(i, j-1)^T v_{2lk}(i, j) \\
 & + \sum_{k=3}^4 \hat{\phi}_{2k}(i, j-1)^T v_{2k}(i, j) \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

このうち $u_H(i, j)$ と $u_I(i, j)$ は以下のように表わされる.

$$\begin{aligned}
 u_H(i, j) = & \{y_M(i, j) - \sum_{k=1}^2 \hat{\theta}_{1k}(i-1)^T v_{1k}(i, j) \\
 & - \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^{n_1} \hat{\theta}_{2lk}(i-1)^T v_{2lk}(i, j) \\
 & - \sum_{k=3}^4 \hat{\theta}_{2k}(i-1)^T v_{2k}(i, j)\} / \hat{\theta}_3(i-1) \quad (A.2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_I(i, j) = & \hat{\phi}_0(i, j-1) y_M(i, j) \\
 & + \sum_{k=1}^2 \hat{\phi}_{1k}(i, j-1)^T v_{1k}(i, j) \\
 & + \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^{n_1} \hat{\phi}_{2lk}(i, j-1)^T v_{2lk}(i, j) \\
 & + \sum_{k=3}^4 \hat{\phi}_{2k}(i, j-1)^T v_{2k}(i, j) \quad (A.3)
 \end{aligned}$$