船舶のヒーピングおよびローリングの自動測定について

田中正吾*

On Automatic Measurement of Heaving and Rolling for Ships

Shogo TANAKA*

In various marine constructions, searching for the pattern of seabeds is often done. This search is accomplished by analyzing the data provided by a sonar. However, surface waves of the sea cause the ship to heave and roll in the collection of the data. This means they disturb the sonar to collect exact data on the pattern of the seabeds. So, estimating the heaving and the rolling of the ship has a key in the exact recognition of the pattern of the seabeds. Exact estimation of these quantities also plays an important role in the program of building a rolling-less ship.

From these viewpoints, the present paper develops an automatic measurement system, which uses appropriately located two servo-type acceleration meters and estimates the heaving and the rolling of the ship by analyzing the outputs of the acceleration meters taking into account the wave properties which influence the ship's movement.

Key Words: measurement, heaving, rolling, ships, servo-type acceleration meters

1. 緒 言

種々の港湾工事および海洋土木工事においては、工事の前後あるいは工事中に、船舶に取り付けられた音波探知機（ソナー）により海底面の形状探索をすることがよく行われる。しかし、このとき沖合いに生じる長周期波と沿岸近くで発生する短周期波（沿岸波と呼ばれる）の合成波により、船舶に上下方向、横方向の揺れ、つまりヒーピング（heaving）およびローリング（rolling）が生じ¹⁾、そのためこれらを正確に推定することが結局は上記ソナー信号解析による正確な海底面

形状の把握につながることになる。このことは、天候が悪天候時、特に考慮しなければならない重要な点である。また最近、揺れの少ない船舶の建造計画が推進されており、このような計画においても上記ヒーピングおよびローリングをいかに正確に測定できるかが船舶の性能の鍵をにぎることになる。

ところで、これまで開発されているヒープセンサは、鉛直ジャイロ（vertical gyro）を用いることにより、1台の加速度計を常に鉛直方向に保ちつつ、これに現われる鉛直方向のヒープ加速度信号をアナログ的に二重積分することによりヒープ信号を得るものであった。したがって、この方式だと、船舶のエンジンや波動による船舶の振動あるいは加速度計に生ずる比較的大きいノイズなどによる影響は除去できず、二重積分により測定誤差が累積していくなどの好ましくない傾向がみられた。また、鉛直ジャイロが高価なため、本方式では計測システムが全体として高価になる。さらに、ヒープ加速度信号をいかなる手法で得ようとも、これを単に二重積分する方法では、ヒーピングおよびヒーピング速度の初期値の推定が困難なためこの推定誤差による測定誤差への逐次伝播も大きく生じることになり、得策とはいえない。このようなことから、低コストで、かつ高精度の測定が可能な、他の方式によるヒーピングあるいはローリングの自動測定機器の開発は意義あることである。

以上のことから、本論文では、2台のサーボ形加速度計を船体に幾何学的に適切に配置し、これらに現われる出力を、船舶に影響を与える波動特性（つまり、長周期波および短周期波）を考慮しつつ最小2乗法の考えに基づき情報処理することにより、船舶のヒーピングおよびローリングを高精度で自動測定できるシステムを開発・提案し、その有効性を示す。

なお本論文では、測定システムが比較的大きな船舶に搭載されるとの立場から、縦方向の揺れ、つまりピッチング（pitching）はローリングに対して無視でき

* 山口大学工学部 宇部市常盤台 2557

* Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube

(Received June 16, 1989)

(Revised October 2, 1989)

るものとした。また、長周期波および短周期波の周波数は時間的にも徐々に変化しうるものであるから、本論文ではある適当な時間区間ごとに上述の指針の下ヒービングおよびローリングを自動測定していく方法を採用した。

2. 問題の記述

サーボ形加速度計は加速度に対し Fig. 1 に示すような姿勢特性、すなわち軸方向の加速度成分を測定する特性をもっている。このような加速度計を船舶に取り付けると、加速度計にはヒービング加速度のみならず、ローリング加速度も出力として反映される。しかも、このときの加速度計の出力には、計器の姿勢特性からも明らかに船舶のローリングの影響も現われ、結局ヒービング、ローリングの測定に際してはこれらの両加速度およびローリング角の三つを考慮しなければならないことになる。ところが、サーボ形加速度計は高価であるので、結局問題は、できるだけ少ない加速度計を用いて船舶のヒービングおよびローリングを正確に推定することになる。

サーボ形加速度計に垂直方向に加わる加速度は出力として現れないので、いま Fig. 2 に示すように 2 個のサーボ形加速度計をローリング軸に垂直な平面内

Fig. 1 Characteristics of servo-type acceleration meters

Fig. 2 Location of the servo-type acceleration meters

に、ある角度をなして軸心より放射状に固定すると、2 個の加速度計にはローリング加速度の影響はまったく現れず、ヒービング加速度およびローリング角のみが出力に反映されることになる。2 個の加速度計の水平方向からの配置角を θ_1, θ_2 (rad) とし、船舶のローリング角を $\theta(t)$ (rad)、鉛直方向に働く加速度を $\alpha(t)$ (cm/s²) としてこの 2 個の加速度計に現れる出力を計算してみると

$$z_i(t) = -(g + \alpha(t)) \sin(\theta_i + \theta(t)); i=1, 2 \quad (1)$$

ただし、 g (cm/s²) は重力加速度である。 θ_1, θ_2 は既知であるため、上記方程式を $\alpha(t), \theta(t)$ について解くことにより、任意のサンプリング時刻 t において船舶に加わるヒービング加速度 $\alpha(t)$ およびローリング角 $\theta(t)$ を知ることができる。これらのデータを用い、一旦ヒービング加速度が時間の関数として推定できれば、波動特性を考慮しつつ時間積分することによりヒービングが推定できるので、結局 Fig. 2 のように配置された 2 個の加速度計を用いて所望のヒービングおよびローリングが測定できることになる。これらのヒービングおよびローリングの測定に際し、まず次章で、加速度計の最適配置角 θ_1, θ_2 について議論する。

3. 加速度計の最適配置

ここでは、Fig. 2 に示した二つの加速度計の最適配置角 θ_1, θ_2 を求めることを考えてみる。(1) 式は加速度計の出力であるが、普通、雑音 $v_1(t), v_2(t)$ が付加し、観測値

$$y_i(t) = z_i(t) + v_i(t); i=1, 2 \quad (2)$$

の形で得られる。なお、ここでは議論の簡潔さのため、雑音 $v_1(t), v_2(t)$ は平均値がゼロ、分散が σ^2 のガウス分布に従い、各サンプリング時刻でこれらは互いに独立であると仮定する。

まず、ヒービング加速度 $\alpha(t)$ およびローリング角 $\theta(t)$ がそれぞれ重力加速度 g および配置角 θ_1, θ_2 に比べて小なることを考慮し、(1) 式をベクトル表現で近似表現すると、

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & g \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & g \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} - g \begin{bmatrix} \sin \theta_1 \\ \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

したがって、上式より、各サンプリング時刻でのヒービング加速度 $\alpha(t)$ およびローリング角 $\theta(t)$ は近似的に

$$\begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & g \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & g \cos \theta_2 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} \sin \theta_1 \\ \sin \theta_2 \end{bmatrix} \right\} \quad (4)$$

で求められる。ところが、 $\alpha(t), \theta(t)$ の測定に際し利用できるのは $z_1(t), z_2(t)$ ではなく、これらに雑音の

乗った観測値(2)式であり、それゆえ雑音 $v_1(t)$, $v_2(t)$ による $s(t) \triangleq (\alpha(t), \theta(t))^T$ の測定誤差 $e(t)$ は

$$e(t) = - \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & g \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & g \cos \theta_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

で表わされることになる。いま、この測定誤差の共分散行列を計算すれば

$$\begin{aligned} S_e &\triangleq E[e(t)e(t)^T] \\ &= \sigma^2 \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & g \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & g \cos \theta_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & g \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & g \cos \theta_2 \end{bmatrix}^{-T} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 E は期待値記号を、また T は転値(transpose)記号を表わす。加速度計の最適配置のための評価規範としては、行列式最小規範や平均2乗推定誤差最小規範などが考えられるが、まずここでは、前者を考えてみよう。このとき、最小にする評価関数は(6)式の行列式、つまり

$$\det[S_e] = (\sigma^4/g^2) \left\{ \det \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \right\}^{-2} \quad (7)$$

である。この評価関数は、幾何学的には $(\sin \theta_1, \cos \theta_1)^T$, $(\sin \theta_2, \cos \theta_2)^T$ で作られる平行四辺形の面積の2乗に逆比例する。よって、この場合、最適解は $\theta_2 - \theta_1 = \pi/2$ (rad) を満たすことになる。

つぎに、平均2乗推定誤差最小規範を考える。このとき最小にすべき評価関数は、一般に(6)式の行列に適当な重み行列を乗じたもののトレース(trace)で与えられる。この重み行列については、種々の物理的背景から定められるものと思われるが、一つのアプローチとして、変数の取りうる値の違いを考慮するものがある。本測定問題では、ヒービング加速度 $\alpha(t)$ およびローリング角 $\theta(t)$ の取りうる値は大幅に異なり、一般的に、 $\alpha(t)$, $\theta(t)$ の取りうる最大値はそれぞれ $0.1g = 98.0$ (cm/s²), 4 (度) $= 0.07$ (rad) くらいである。よって、 $\alpha(t)$ はだいたい $\theta(t)$ の $0.1g/0.07 = 1.4g$ 倍の大きな値をもつことになる。それゆえ、いまだいたいの目安で $\theta(t)$ に $\alpha(t)$ の g 倍の重みを付けたとすると、重み行列はこの場合

$$W = \begin{bmatrix} 1/g^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

で与えられることとなり、最小にすべき平均2乗推定誤差は

$$\begin{aligned} E[e(t)^T W e(t)] &= \text{tr}[W S_e] \\ &= \sigma^2 \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & g \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & g \cos \theta_2 \end{bmatrix}^{-T} \right. \\ &\quad \cdot W \left. \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & g \cos \theta_1 \\ \sin \theta_2 & g \cos \theta_2 \end{bmatrix}^{-1} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (\sigma^2/g^2) \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \right\} \\ &= (\sigma^2/g^2) \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ \cos(\theta_1 - \theta_2) & 1 \end{bmatrix}^{-1} \right\} \\ &= (2\sigma^2) / \{g \sin(\theta_1 - \theta_2)\}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

で与えられる。なお、ここで $\text{tr}[AB] = \text{tr}[BA]$ および $W = (ZZ^T)^{-1}$ (ただし、 Z は $\text{diag}(g, 1)$, つまり g と 1 を対角成分とする対角行列) なる関係を用いた。

上式を最小にする θ_1 , θ_2 は明らかに $\theta_2 - \theta_1 = \pi/2$ (rad) を満たす。この解は、行列式最小規範によって求めたものと一致する。しかし、重み行列を変えれば、本規範による最適解は必ずしも行列式最小規範による最適解とは一致しなくなるが、重み行列がほぼ上記のようなものであれば、近似解として上記行列式最小規範による最適解が利用できる。

以上の考察から、いずれの規範を用いるにせよ、最適あるいは準最適解の満たすべき条件として $\theta_2 - \theta_1 = \pi/2$ (rad) が得られた。具体的に θ_1 , θ_2 の値をいかに設定すべきかがつぎに問題となるが、方針としては加速度計の感度の高いところでもともに出力が出るようにすることが妥当であろう。これらのことから、最終的に $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = 3\pi/4$, つまり $\pi/2$ (rad) の角度をなして2個の加速度計を鉛直軸に関して対称に、ローリング軸に垂直な面内に配置することが望ましいことがわかった。

4. ヒービングおよびローリングの測定

前章では加速度計の最適配置を論じたが、この配置 ($\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = 3\pi/4$ (rad)) のもとでは(1)式はつぎのように書き改められる。

$$z_1(t) = -(g + \alpha(t)) \sin(\theta_0 + \theta(t)) \quad (10)$$

$$z_2(t) = -(g + \alpha(t)) \cos(\theta_0 + \theta(t)) \quad (11)$$

ただし、 $\theta_0 = \pi/4$ (rad) である。このように、ヒービング加速度 $\alpha(t)$ およびローリング角 $\theta(t)$ と出力との関係が定まったので、つぎになすべきことは波動特性を考慮しつつ $z_1(t)$, $z_2(t)$ の観測値 $y_1(t)$, $y_2(t)$ を用いて $\alpha(t)$, $\theta(t)$ を推定することである。この波動特性であるが、船舶にヒービングやローリングを与える波としては、一つは周期長が6sから10sくらいまでのある長周期波と、他は3s前後の短周期波の合成波で与えられることがよく知られている¹⁾。前者の長周期波が主にヒービングを、後者の短周期波(沿岸波と呼ばれる)が主にローリングを与える。このようなことから本論文では、船舶に生じるローリング、ヒー

ピングおよびそれらの加速度はこのような二つの周期波（正弦波）の 1 次結合でモデル化できるものとする。以上のように、ヒービングおよびローリングはともに共通の周波数（つまり、長周期波および短周期波の周波数）の二つの周波数成分の和でモデル化できるものとしたが、本論文ではこれらの周波数はヒービングとローリングとで多少異なってもよいものとして、以下一般的に議論する。それゆえ、 $\alpha(t)$ 、 $\theta(t)$ はそれぞれ

$$\alpha(t) = \sum_{i=1}^2 \{c_{i1} \sin(\omega_{\alpha i} t) + c_{i2} \cos(\omega_{\alpha i} t)\} \quad (12)$$

$$\theta(t) = \sum_{i=1}^2 \{d_{i1} \sin(\omega_{\theta i} t) + d_{i2} \cos(\omega_{\theta i} t)\} \quad (13)$$

でモデル化されることになり、このときの角周波数 $\{\omega_{\alpha i}\}$ 、 $\{\omega_{\theta i}\}$ および展開係数 $\{c_{ij}\}$ 、 $\{d_{ij}\}$ が求まるべきものである。これらの求解に当たっては、各サンプリング時刻における観測値 $y_1(k\Delta T)$ 、 $y_2(k\Delta T)$ ($k=1, 2, \dots, N$) (ここで、 ΔT : サンプリング周期) を用いた次式のような最小 2 乗法を考えればよい。

$$\min_{\beta} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^2 [\gamma_i(k\Delta T) - z_i(k\Delta T, \beta)]^2 \quad (14)$$

ただし、 $z_i(t, \beta)$ は (12)、(13) 式を (10)、(11) 式に代入したときの時間関数を表わし、 β はそのときこれに含まれる未知パラメータ、つまり角周波数 $\{\omega_{\alpha i}\}$ 、 $\{\omega_{\theta i}\}$ および展開係数 $\{c_{ij}\}$ 、 $\{d_{ij}\}$ を意味する。しかし、(14) 式の評価関数はパラメータに関して強度の非線形関数になっており、それゆえ (14) 式を未知パラメータについて直接最小化することは困難である。そこで本論文では、まず (2)、(10)、(11) 式に基づいて各サンプリング時刻で近似的に求められたヒービング加速度およびローリング角の時系列に対し、(12)、(13) 式のモデルによりそれぞれに含まれる角周波数および展開係数を近似的に求めることを考える。近似解しか得られないのは、各サンプリング時刻で観測方程式により $\alpha(t)$ 、 $\theta(t)$ を算出するときに、雑音が非線形の形で反映され、しかもその反映のされ方がサンプリング時刻ごとに異なる ($\alpha(t)$ 、 $\theta(t)$ が時変のため) からである。

以上の方針のもと、まず各サンプリング時刻で得られるヒービング加速度およびローリング角を計算すると、

$$\hat{\theta}_k = -\theta_0 + \tan^{-1} \{y_1(k\Delta T)/y_2(k\Delta T)\} \quad (15)$$

$$\hat{\alpha}_k = -g - \sqrt{y_1(k\Delta T)^2 + y_2(k\Delta T)^2} \text{sign}(y_1(k\Delta T))$$

$$; k=1, 2, \dots, N \quad (16)$$

ただし、

$$\text{sign}(y) = \begin{cases} 1; & \text{for } y > 0 \\ -1; & \text{for } y < 0 \end{cases}$$

である。こうして求まった (15)、(16) 式の時系列に対しつぎに周波数分析を行わなければならないが、波数の周波数は変化しやすいためヒービングおよびローリングの推定にあまり多くのデータを用いるのは望ましくない。そこで、本論文では使用データ数が少ないときにも有効な最大エントロピー法 (Maximum Entropy Method) を採用する。この方法の詳細は文献 2)、3) を参照されたいが、時系列信号に対しある繰返し計算を行うことにより、与えられた時系列信号の周波数スペクトルが比較的短時間で正確に計算できる手法が提案されている。このようにして求まった角周波数をそれぞれ $\omega_{\alpha i}^*$ ($i=1, 2$)、 $\omega_{\theta i}^*$ ($i=1, 2$) とすると、これらに対する最適展開係数 $\{c_{ij}^*\}$ 、 $\{d_{ij}^*\}$ はつぎの最小 2 乗法により簡単に求まる⁴⁾。

$$\min_{\{c_{ij}\}} \sum_{k=1}^N \left[\hat{\alpha}_k - \sum_{i=1}^2 \{c_{i1} \sin(\omega_{\alpha i}^* k\Delta T) + c_{i2} \cos(\omega_{\alpha i}^* k\Delta T)\} \right]^2 \quad (17)$$

$$\min_{\{d_{ij}\}} \sum_{k=1}^N \left[\hat{\theta}_k - \sum_{i=1}^2 \{d_{i1} \sin(\omega_{\theta i}^* k\Delta T) + d_{i2} \cos(\omega_{\theta i}^* k\Delta T)\} \right]^2 \quad (18)$$

このようにして、(14) 式を満たす最適解 $\{\omega_{\alpha i}^*\}$ 、 $\{\omega_{\theta i}^*\}$ 、 $\{c_{ij}^*\}$ 、 $\{d_{ij}^*\}$ の第 1 近似解 $\{\omega_{\alpha i}^*\}$ 、 $\{\omega_{\theta i}^*\}$ 、 $\{c_{ij}^*\}$ 、 $\{d_{ij}^*\}$ が得られたわけだが、加速度計に加わる雑音はかなり小さいため、こうして得られた解は最適解のごく近傍にあると思われる。よって、この第 1 近似解の回りで (10)、(11) 式を Taylor 展開し、2 次以上の項を無視すると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = -(g + \alpha^*(t)) \begin{bmatrix} \sin(\theta_0 + \theta^*(t)) \\ \cos(\theta_0 + \theta^*(t)) \end{bmatrix} + A(\alpha^*(t), \theta^*(t)) \begin{bmatrix} \Delta c \\ \Delta \omega_{\alpha} \\ \Delta d \\ \Delta \omega_{\theta} \end{bmatrix} \quad (19)$$

ただし、 $\alpha^*(t)$ 、 $\theta^*(t)$ は未知パラメータに第 1 近似解を用いたときの $\alpha(t)$ 、 $\theta(t)$ 、つまり (12)、(13) 式であり、 $A(\alpha^*(t), \theta^*(t))$ は次式で定義される。

$$A(\alpha^*(t), \theta^*(t)) \triangleq \begin{bmatrix} -\sin \theta^*(t) & -(g + \alpha^*(t)) \cos \theta^*(t) \\ -\cos \theta^*(t) & (g + \alpha^*(t)) \sin \theta^*(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{11} & O_{12} \\ O_{12} & B_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

ここで、 O_{12} は 1×6 ゼロ行列であり、 B_{11} 、 B_{22} は

$$B_{11} \triangleq (\sin \omega_{\alpha 1}^* t, \cos \omega_{\alpha 1}^* t, \sin \omega_{\alpha 2}^* t, \cos \omega_{\alpha 2}^* t, \\ [c_{11} \cos \omega_{\alpha 1}^* t - c_{12} \sin \omega_{\alpha 1}^* t], \\ [c_{21} \cos \omega_{\alpha 2}^* t - c_{22} \sin \omega_{\alpha 2}^* t] t) \quad (21)$$

$$B_{22} \triangleq (\sin \omega_{\theta 1}^* t, \cos \omega_{\theta 1}^* t, \sin \omega_{\theta 2}^* t, \cos \omega_{\theta 2}^* t, \\ [d_{11} \cos \omega_{\theta 1}^* t - d_{12} \sin \omega_{\theta 1}^* t] t, \\ [d_{21} \cos \omega_{\theta 2}^* t - d_{22} \sin \omega_{\theta 2}^* t] t) \quad (22)$$

また、 Δc 、 Δd 、 $\Delta \omega_\alpha$ 、 $\Delta \omega_\theta$ はそれぞれ次式で定義される。

$$\Delta c \triangleq (\Delta c_{11}, \Delta c_{12}, \Delta c_{21}, \Delta c_{22})^T \\ \Delta d \triangleq (\Delta d_{11}, \Delta d_{12}, \Delta d_{21}, \Delta d_{22})^T \quad (23) \\ \Delta \omega_\alpha \triangleq (\Delta \omega_{\alpha 1}, \Delta \omega_{\alpha 2})^T \\ \Delta \omega_\theta \triangleq (\Delta \omega_{\theta 1}, \Delta \omega_{\theta 2})^T$$

(19)式を(14)式に代入し、 Δc 、 Δd 、 $\Delta \omega_\alpha$ 、 $\Delta \omega_\theta$ について最小化を図ることにより、第1近似解に対する最適あるいは準最適なパラメータ補正分 $\{\Delta c_{ij}^*\}$ 、 $\{\Delta d_{ij}^*\}$ 、 $\{\Delta \omega_{\alpha i}^*\}$ 、 $\{\Delta \omega_{\theta i}^*\}$ を得ることができる。これらを第1近似解に加えることにより、最終的に(14)式を最小化する角周波数および展開係数が求められる。つまり、未知パラメータの最適推定値は次式で与えられることになる。

$$c_{ij}^* = c_{ij} + \Delta c_{ij}^* \\ d_{ij}^* = d_{ij} + \Delta d_{ij}^* \\ \omega_{\alpha i}^* = \omega_{\alpha i} + \Delta \omega_{\alpha i}^* \\ \omega_{\theta i}^* = \omega_{\theta i} + \Delta \omega_{\theta i}^* \quad ; 1 \leq i, j \leq 2 \quad (24)$$

以上のようにしてヒービング加速度およびローリング角が時間の関数として推定できたので、ヒービングについては波動特性を考慮しつつヒービング加速度を時間積分することにより

$$h(t) = - \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{c_{i1}^*}{(\omega_{\alpha i}^*)^2} \sin(\omega_{\alpha i}^* t) + \frac{c_{i2}^*}{(\omega_{\alpha i}^*)^2} \cos(\omega_{\alpha i}^* t) \right\} \quad (25)$$

で得られることになる。

5. 数 値 例

本数値例では、まずヒービングおよびローリングが次式で与えられる場合を考えてみる。

$$h(t) = \sum_{i=1}^2 \{c_{i1} \sin(\omega_{\alpha i} t) + c_{i2} \cos(\omega_{\alpha i} t)\} \\ \theta(t) = \sum_{i=1}^2 \{d_{i1} \sin(\omega_{\theta i} t) + d_{i2} \cos(\omega_{\theta i} t)\}$$

これに対し、サンプリング周期 0.125(s) で 10 s 間のデータ、つまり上記サンプリング周期による 80 個のデータにより、ヒービングおよびローリングの推定を行うことを考えてみる。ただし、重力加速度は $g = 980.0(\text{cm/s}^2)$ とし、用いるパラメータは Table 1, 2 に示すように、展開係数は共通に、また角周波数はヒービングとローリングで異なる場合と同一の場合を考えた。なお、加速度センサに加わる雑音の標準偏差は 2.0 (定格値の 0.25%) にとった。このときの本提案手

Table 1 Simulation results for the case of same frequencies

Unknown parameters	True values	Estimated values
c_{11}	30	30.818
c_{12}	0	2.246
c_{21}	0	-0.1732
c_{22}	7.5	7.567
$\omega_{\alpha 1} (= \omega_{\theta 1})$	0.7662	0.7645
$\omega_{\alpha 2} (= \omega_{\theta 2})$	2.1298	2.1277
d_{11}	0	0.00040
d_{12}	0.04363	0.04347
d_{21}	0.1745	0.1741
d_{22}	0	-0.00044

Table 2 Simulation results for the case of different frequencies

Unknown parameters	True values	Estimated values
c_{11}	30	30.796
c_{12}	0	2.342
c_{21}	0	-0.1544
c_{22}	7.5	7.6305
$\omega_{\alpha 1}$	0.6981	0.6970
$\omega_{\alpha 2}$	2.060	2.0585
d_{11}	0	0.00040
d_{12}	0.04363	0.04347
d_{21}	0.1745	0.1741
d_{22}	0	-0.00044
$\omega_{\theta 1}$	0.7662	0.7669
$\omega_{\theta 2}$	2.1298	2.1297

Fig. 3 Estimation result for heaving by simulation

法による展開係数および角周波数の推定結果を Table 1, 2 に示す。また、ヒービングとローリングの周波数が同一 (Table 1 の場合に相当) の場合の真のヒービング波形とその推定波形を Fig. 3 に示す。ここで、展開係数および角周波数の単位はそれぞれ cm, rad/s である。Table 1, 2 より、いずれの場合とも真値とほとんど変わらない良好な推定結果が得られている

ことがわかる。なお、推定値を求めるに際し、(19)～(24)式の Taylor 展開による補正を 1 回だけでなく 2 回続けて行っている。これは、シミュレーションにより、1 回で止めるよりも 2 回続けて行うほうが良好な推定結果が得られることがわかったからである。たとえば、ヒービングについていえば、測定誤差率（測定量の実効値に対する測定誤差の実効値の比）は Table 2 の場合では 1 回目では 9.17%、2 回目は 5.42% と大幅に低下し、また Table 1 の場合でも 1 回目は 5.77%、2 回目は 4.96% と低下し、いずれの場合も Taylor 展開による補正を 2 回繰り返すことにより推定誤差がかなり低減できることがわかる。しかし、3 回目以降は余り低下せず（高々 1% 程度）、ほぼ 2 回補正を繰り返せば十分であることがわかった。つぎに、ローリングについてであるが、1 回目だけで 2.83%（2 回目の補正では、0.42%）とかなり高精度な推定が行われることが確認できた。これは、ヒービングに関してはヒービングの情報がヒービング加速度の形で間接的にセンサに反映されるのに対し、ローリングのほうはローリング角がそのままの形で直接センサ出力に反映されることになるからであると解釈される。ところで Table 1, 2 で、特に c_{12} の推定誤差が c_{21} のそれに比べて大きい、これはヒービング加速度を二重積分してヒービングを求める際、ヒービング加速度の長周期波および短周期波成分に対してそれぞれ ω_{a1} , ω_{a2} の 2 乗の逆数を乗じるという操作を行うため（もちろん負符号も付加）、 c_{12} の推定誤差は大きめに、 c_{21} の推定誤差は小さめに現れ、両者の推定誤差間に大きな開きができるからである。Fig. 3 の真のヒービング波形と推定波形との差は主にこの c_{12} の推定誤差に起因している。上述の原因以外にも、雑音系列やシミュレーション波形などももちろん c_{12} と c_{21} の推定誤差の違いに影響を与えている。なぜなら、雑音系列やシミュレーション波形の初期位相角を種々変えてみると、 c_{12} の推定は本数値例のときよりも改善され、その結果としてヒービング波形の測定誤差率は 3% 前後の値から 2.96% までに落ちることが確認されているからである。ところで本数値例では、最大エントロピー法を用いて 80 個のサンプリング・データによりヒービングとローリングの周波数分析を行ったが、(15), (16)式の段階のデータについても 4~5% 以内の誤差でほぼ正確な周波数の推定が行われていることが確認できた。

以上のシミュレーションでは、ヒービング、ローリングとも 2 個の同一あるいは異なる周波数の場合を考えたが、ヒービングおよびローリングが複数個の周波

数成分を含み、非支配的な周波数成分を無視してヒービングおよびローリングの推定を試みた場合、どれほどの影響が現れるかについて検討してみる。Table 3 は、Table 2 に示したデータに対するヒービングおよびローリングにそれぞれ $2.5 \cos(\omega_3 t + \pi/4)$, $0.0145 \cos(\omega_3 t + \pi/4)$ なる非支配的成分を付け加えたものに対し、（それぞれが 2 個の基本周波数成分の和で表わされるとした）本提案手法によりそれらを推定したときの、ヒービングに関する測定誤差率を種々の ω_3 に対して示したものである。これによると、非支配的な項を無視してもそれほど大きな影響は生じないことがわかる。ただ ω_3 が短周期波成分の角周波数と同程度、あるいはそれ以上になると、測定誤差率が追加した周波数成分の分だけ大きくなるが、後述するように長周期波および短周期波成分以外の大きな周波数成分が現れることは実際上ほとんどなく、それゆえこの点に関してはあまり問題がないように思われる。

つぎに、本測定システムを瀬戸内海上での実際の船舶のヒービング測定に適用した結果を Fig. 4 に示す。図より、振幅がほぼ 5 cm 程度、周期が 5.5 s 程度の正弦波状のヒービング波形が得られている。これは内海上でのこれまでのヒービング・データともほぼ一致し、妥当なものと考えられる。ただし、本測定システムの適用に当たり、サンプリング周期、使用データ数はそれぞれ 0.2 s, 80 個にとった。このとき推定された角周波数および展開係数はそれぞれ $\{\omega_{a_i}^*\} = \{2.260, 1.076\}$, $\{\omega_{r_i}^*\} = \{2.417, 1.4507\}$, $\{c_{r_j}^*\} = \{0.2193, 8.759, 3.813, 3.701\}$, $\{d_{r_j}^*\} = \{-0.0008, 0.0061, -$

Table 3 Effect of neglecting non-dominant frequencies on the error rate of heaving

Non-Dominant frequency ω_3	Error rate (%)
0.6283	5.255
0.8976	8.067
1.2566	9.433
3.1416	14.004

Fig. 4 Estimation result for heaving by experiment

0.0081, -0.0004} となり、ヒービングとローリングの周波数は実際若干異なっていることがわかる。また、長周期波および短周期波成分の周期はそれぞれ 5.84 s, 2.78 s となり、予想どおりの値をもっていることが確認できる。さらにこのときの最大エントロピー法による (15), (16) 式の時系列に対する周波数分析結果を Fig. 5 に示すが、4 章で述べたように、支配的な周波数成分は 1~2 個であり、この中、短周期波がローリングに、また長周期波がヒービングに特に大きく寄与していることが実際確認できる。同様な結果はもちろん他の実験例についても (100 回中 98 回まで) 得られている。それゆえ、ヒービングとローリングのモデル化に対し、2 個の周波数成分を考えておけば十分であることが実際われわれの実験によっても確認できた。また 3 個以上の周波数成分が含まれる場合 (ごく稀に生じるものと思われるが) にも、上述のように計算機シミュレーションにより提案手法の有効性

が確認されている。以上のことから、本論文で提案したアプローチは基本的に正しいことが裏付けられ、上述の実測結果にしてもかなりの確度で正確な推定が行われているのではないかと推察される。実測に際しての本計測システムの厳密な評価 (正確さについての) については、これまでに開発されているヒープ計自体かなりの測定誤差を伴うためにこれによる検証は困難であり、それゆえ今後海底面の形状探索など種々の応用を通して客観的なデータを蓄積していきたい。

6. 結 言

本論文では、2 個のサーボ形加速度計を用い、船舶に生じるヒービングおよびローリングの自動測定システムを開発・提案した。また、これに用いられる加速度計の最適配置についても検討を加えた。そして、数値例および実験により本システムの有効性を確認し、本システムが、今後関連ある海洋分野において重要な役割を果たすことが期待できることを示した。

なお本論文では、2 個の加速度計のなす角度は 90 度としたが、船舶の構造上それが困難な場合でも、もちろん若干の修正により本論文の結果は有効である。今後の検討課題としては、ピッチングの影響が無視できないような場合に対する考察および複雑な波動時の処置に対する検討などであろう。

最後に、本研究は MEC エンジニアリング・サーヴィス (株) との共同研究の一環としてなされたものであることを付記し、制御計装部の中村 譲氏、蒲池 薫氏および渡田正之氏ら関係者各位に感謝の意を表する次第である。また、有益なご指摘、ご助言を賜った査読者の方々および日頃ご指導賜わる本学沖田 豪教授に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 関西造船協会編：造船設計便覧 (第 4 版)，海文堂出版 (1983)
- 2) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店 (1988)
- 3) 南 茂夫編：科学計測のための波形データ処理，CQ 出版社 (1988)
- 4) D. G. Luenberger: Optimization by Vector Space Methods, John-Wiley and Sons, Inc. (1969)

Fig. 5 Spectrum analysis by maximum entropy method