大型宇宙構造物の同定実験[†]

足立 修一*・重 政 隆**・山 口 功***・木 田 隆***

Identification Experiments for a Large Space Structure

Shuichi ADACHI*, Takashi SHIGEMASA**, Isao YAMAGUCHI*** and Takashi KIDA***

This paper considers the modal parameter identification problem for an LSS (Large Space Structure) from measured input-output data. The selection of setting parameters for identification, such as the sampling rate and identification model order, has great influence on the identification accuracy. This paper proposes a new identification method which uses decimated input-output data. The decimation consists of two parts, first the input-output data are filtered by low-pass filters, and then resampled by the lower sampling rate. The elastic modes can be identified accurately by proper choice of the cut-off frequency of the filter. In the proposed identification method, the model order is determined by the frequency domain criterion, that is, the flatness of the identification residual sequence. The effectiveness of the proposed identification method is shown by identification experiments which were carried out by using a ground-based test model.

Key Words: identification, LSS (Large Space Structure), modal parameter, decimation, filter

1. はじめに

近年、人工衛星の大型化・軽量化に伴い、柔軟性に起因する振動モードの姿勢制御系への干渉に代表される大型宇宙構造物(LSS)の同定・制御問題が広く関心を集めている¹⁾。

一般に衛星の動特性は、地上試験やFEMモデリングに代表される計算機シミュレーションによって同定され、その同定結果に基づいて姿勢制御系を設計している²⁾。しかし衛星の大型化に伴い、重力や大気の影響、支持の問題など宇宙空間と地上との環境の違いが無視できなくなってきたり、また地上実験を実施することも困難になってきている。したがって、宇宙空間の軌道上において衛星のシステム同定を行い、その結果に基づいて姿勢制御系の制御定数をチューニングする必要性が今後増してくることが予想される。また、現状では姿勢制御系のほとんどがPID制御をベースにした古典的な制御系設計手法で設計されているが、今後通信衛星のアンテナ指向制御に代表される高精度な制御系の開発に向けて、いわゆる現代制御理論の適用検討も重要な課題である。このような要請を満たすためには、軌道上で振動モードを高精度に同定する技術が必要不可欠となる。

本論文では、同定対象の入出力データにデシメーション操作を施した後に、最小2乗法を適用する同定法を取り上げ、LSSの同定法として有効であることを実験データを通して明らかにする。デシメーションとは、ある信号に対して低域通過(あるいは帯域通過)フィルタを作用させ、その出力信号をもとのサンプリング周期より荒いサンプリング周期で間引く(デシメートする)信号処理のことであり、最近システム同定にも適用されはじめ、その有効性が示されてきている^{3), 4)}。このとき、著者らは複数個のフィルタを用いて対象の周波数特性の帯域分割を図ることにより、広帯域にわたって高精度な同定が行える方法を提案したが^{3), 5)}、着目したい周波数帯域があらかじめわかっている場合には、そこを通過帯域とするフィルタを利用したほうが、より高精度な同定が期待できる。本論文では、補助的な出力信号(たとえば、衛星搭載の加速度計の信号)の周波数特性を利用することにより、デシメーションで用いるフィルタを決定する方法を提案する。また、同定残差のパワースペクトルの平坦さと

[†] 第18回制御理論シンポジウムで発表(1989・5)

* (株)東芝総合研究所(現在宇都宮大学工学部 宇都宮市石井町 2753)

** (株)東芝総合研究所 川崎市川崎区浮島町 4-1

*** 航空宇宙技術研究所 調布市深大寺東町 7-44-1

* R & D Center, Toshiba Corporation (Presently, Faculty of Engineering, Utsunomiya University, Utsunomiya)

** R & D Center, Toshiba Corp., Kawasaki

*** National Aerospace Lab., Chofu

(Received March 6, 1990)

(Revised June 22, 1990)

いう評価を用いて、同定モデルの次数を決定する。

本論文の目的は、提案する同定法の有効性を実験によって検証することである。そのために、中心剛体に太陽電池パドルが付着している衛星を模擬した地上実験装置に対して同定実験を行い、収集した入出力データに対して本同定法を適用し、同定モデル次数、デシメーションの次数と振動パラメータの同定精度との関係を調べる。そして、同定されたパラメータを用いて現代制御理論により姿勢制御系を設計し、制御実験を行い、同定結果の妥当性を確かめる。

2. 問題の説明

次式の1入出力連続時間システムを考える。

$$y = G(s)u \quad (1)$$

ただし、 u は入力 (トルク)、 y は出力 (姿勢角) である。本論文では LSS の伝達関数を次式のように仮定する。

$$G(s) = \frac{1}{Is^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\phi_i^2}{s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2} \quad (2)$$

ただし、 I は衛星本体の慣性モーメント、 $\{\omega_i\}$ は振動モードの共振周波数、 $\{\zeta_i\}$ は減衰比、 $\{\phi_i\}$ はトルクアドミタンスである。本論文では、センサとアクチュエータが同位置に配置されている (これを collocation という) 場合を想定しているため、(2)式は最小位相系になっている。LSS は(2)式で示したように無限個の振動モードを含むが、一般にその内のいくつかの低次のモードに基づくモデルに対して制御系設計を行う。したがって、本論文では剛体モードと低次モードのパラメータを入出力データに基づいて同定する問題を考察する。

(1)式の連続時間システムをあるサンプリング周期 (ΔT とする) により離散化すると、つぎの離散時間システムが得られる。

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (3)$$

ただし、

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}$$

であり、 $e(k)$ は雑音を表わす。実際の人工衛星においては、姿勢角センサのセンサノイズは小さく、白色性とみなせることが多いため、(3)式のモデルを仮定した。

(3)式はつぎのように書き直せる。

$$y(k) = \theta^T x(k) + e(k) \quad (4)$$

ただし、

$$\theta = [a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n]^T$$

$$x(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-n), \\ u(k-1), \dots, u(k-n)]^T$$

ここで、 θ が同定されるパラメータベクトルである。本論文では、最小2乗法を用いてパラメータベクトル θ の推定値 $\hat{\theta}$ を求めることにする。そして、得られたパラメータ推定値から、付録に示した方法を用いて主要振動モードのモードパラメータを計算する。

3. デシメーションを用いたパラメータ同定

従来から LSS のような振動系は、同定しにくいシステムであるとされている。特に、(2)式で記述されるような剛体モードを含む振動系は、ゲイン特性において -40 (dB/decade) が支配的となるため、低域と高域においてゲインのレベルの差が大きく、数値的に悪条件となるからである。このとき、着目する振動モードを励起するようなサンプリング周期を用いて入力信号を印加し、それに対して最小2乗法を適用する方法の有効性が指摘されている⁶⁾。この考え方は、古典的な周波数応答法の延長上に位置づけることができるが、多数の異なる周波数の振動モードを同定する場合、何種類もの異なるサンプリング周期の同定入力を用意する必要があり、実用的ではない。

実際に衛星の同定では、サンプリング周期を任意に選択することはできず、与えられた同定条件下で精度よく同定できるアルゴリズムが必要となる。そこでデシメーションの利用を考える³⁾⁻⁵⁾。まず、高周波領域における情報の損失を防ぐために、同定対象の入出力データを可能な限り小さなサンプリング周期でサンプリングする。LSSの場合、高周波数帯域における振動モードに起因するスピルオーバー対策が制御系設計において重要な課題になるため、高周波数帯域の同定も重要であるからである。つぎに、それらの入出力データを低域通過フィルタに入力し、その出力を $d\Delta T$ でサンプリングし直す。ここで、 d をデシメーションの次数と呼ぶ。この操作は $(d-1)$ 個ごとに間引いてサンプリングすることと等価である。また、低域通過フィルタのカットオフ周波数は、 d に対応して選ばれる。そして、デシメーションされた入出力データに対して最小2乗法を適用し、パラメータ同定を行う。このように、フィルタリングを適切に行い、低域に焦点を合わせるにより、細かいサンプリング周期では同定しにくかった低域の振動モードを精度よく同定することが可能になる。またデシメーションを用いると、サンプリング周期をソフトウェアで簡単に変更することができ、一つの実験データから異なる同定条件を設定することができる。

つぎにフィルタのカットオフ周波数（等価的にデシメーションの次数）の選定法について説明する。著者らは、デシメーションを複数個並列に利用することにより、同定対象の周波数特性を帯域分割し、それぞれに対して最小2乗法を適用する同定法を提案した^{3),6)}。そのときデシメーションの次数は、あらかじめ $d=1, 2, 4, 8, \dots$ と与える立場をとっていたが、衛星を同定対象とした場合には、地上試験などによる事前情報、あるいは本同定実験ではパネル先端に取り付けた加速度計の出力の周波数特性を参照して着目する振動モードに焦点のあったデシメーションの次数を決定することができる。

最後に、同定モデルの次数決定手順について説明する。まず、複数個の次数の異なる同定モデルを準備し、それぞれに入出力データを入力し、最小2乗法を用いて伝達関数の係数パラメータを推定する。つぎに、それぞれの推定値に基づいて残差系列を計算し、それに対してたとえばFFTを適用して、残差系列のパワースペクトルを求める。このパワースペクトルが平坦になる最小のモデル次数を同定モデルの次数とし、そのときの推定値を用いて同定対象の周波数特性を計算する。

4. 同定実験

4.1 大型衛星の地上実験装置⁷⁾

大型衛星の姿勢運動をFig. 1に示す1軸エアテーブル装置で模擬した。大型太陽電池パドルに相当する柔軟構造模型は2枚のCFRP（炭素繊維複合材）パネルをヒンジで結合したものを使用し、これが中心剛体のテーブルに取り付けられている。テーブル回転角は非接触磁気回転計（分解能 0.005 (deg)）で計測し、ブラシレス DC トルク モータ（最大 0.4 (Nm)）をアクチュエータとする collocate した入出力構成である。以下の同定実験では、入力信号はすべて M 系列信号とした。また補助出力測定用として、パネル先端に加速度計 (ACC) を取り付けた。

Fig. 1 Flexible apparatus

4.2 同定実験結果

(a) 同定モデル次数の決定

まず、 $\Delta T=50$ (ms) とした場合の実験結果 (Fig. 2 に実験より得られた入出力データを示した) を用いて、同定モデル次数と振動モードの同定結果の関係について調べる。ここで、データ長は 14.5 (s)、データ数は 290 (個) である。このとき、同定モデル次数 (n) を 4, 10, 20 と順次増加させてゆき、それぞれに対して最小2乗同定を行い、推定された周波数応答と同定残差のパワースペクトルを Fig. 3 に示した。

図中に点線で示したゲイン・位相特性は、有限要素法をベースにした構造解析⁹⁾より得られた同定結果である。この方法は、パネル単体で構造解析を行い、つぎに衛星本体であるエアテーブルの特性と合成することによって全体のモードパラメータを求める手順を踏んでいる。このとき減衰比は同定できないため、適当な値を最後につけ加えている。すなわち、構造解析はパネルをエアテーブルにとりつけた状態で行っていないため、以下で示す本同定結果とは多少異なった値をとっている。一方、本同定法は中心剛体にパネルが取り付けられているという実際の衛星の形状に対して行えるため、宇宙空間上での軌道上同定実験を想定した場合、非常に有効であると思われる。

Fig. 3(a) より明らかなように、モデル次数が小さいときは1次振動モードが同定できていない。この場合、1 (Hz) あたりに残差スペクトルの鋭いピークが検出され、残差スペクトルは平坦になっていない。モデル次数を増加させていくと、Fig. 3(b), (c) に示

Fig. 2 Input-output data obtained by identification experiment ($\Delta T=50$ (ms))

Fig. 3 Identification results by the least squares method for various model order (n)

したように残差スペクトルがしだいに平坦になっていき、 $n=20$ としたとき1次振動モードが精度よく同定できていることがわかる。

このように、同定残差のパワースペクトルの平坦さを見ることにより、振動モードが同定できているかどうかを判定することができ、この場合には $n=20$ という高次のモデルを用いないと1次振動モードが同定できないことが明らかになった。

たとえば、剛体モードと1次振動モードのみを同定するのであれば、4次のモデルを用意すればよいように思われるが、Fig. 3より明らかなように、 $n=4$ の場合には1次振動モードすら同定できていない。最小2乗法は、基本的に時間領域における誤差の2乗和を最小にすることを目的としているため、次数の小さなモデルではゲインの小さな振動モードは雑音などと区別できずに無視されてしまっている。このように実データの出力信号の中には入力信号によって駆動された対象の可制御・可観測な成分ばかりではなく、雑音や外乱などの非可制御な成分も含まれている。したがって、同定モデル次数は非可制御な成分を考慮してやや高めに設定しておいたほうがよいことが経験的に知られていたが³⁾、従来は試行錯誤に頼って決定することが多かった。それに対して、ここで用いた同定残差のスペクトルの平坦さに着目した次数決定法は定性的な方法ではあるが実際のなものであり、実データに対しても有効性が確認できた。

(b) デシメーション次数の決定

前節ではモデル次数を高めに選定すれば、振動モー

ドを同定できる可能性があることを示したが、以下ではデシメーションを有効に利用すれば、より低次のモデルによっても同等以上の同定が行えることを示す。

まず、Fig. 2に示した入出力データ ($\Delta T=50$ (ms)) に対して $d=2$ のデシメーションを適用した結果を Fig. 4に示す。 $\Delta T=100$ (ms) に対応するこの入出力データに対して、 $n=10$ として最小2乗同定を行った結果を Fig. 5に示した。 Fig. 3(b)と比較すると、デシメーションを用いることにより、同じモデル次数で1次振動モードが高精度に同定できることがわかる。

さて、 $\Delta T=50$ (ms) ではナイキスト周波数が 10 (Hz) であるため、10 (Hz) より少し高いところに存在する3次振動モードを同定することができなかった。そこで、 $\Delta T=20$ (ms) としたときの実験データ (Fig. 6) を用いることにする。このとき、データ長は Fig. 2の場合とほぼ同じであるが、サンプリング周期が異なるためデータ数は750個である。 Fig. 6の入出力データに対して、 $n=10$ として最小2乗同定を行った結果を Fig. 7に示した。図より10 (Hz) あたりに存在する3次振動モードは、精度は悪いが同定できた。しかし、1, 2次振動モードはまったく同定できていない。同定問題を(3)式のように定式化すると、周波数領域において高域に重みがかかった評価関数となるため、低域の振動モードは同定が難しくなるためである⁴⁾。

そこで、デシメーションを利用した同定法を適用する。まず、デシメーションの次数選定は、Fig. 8に

Fig. 4 Decimated input-output data ($d=2$)

Fig. 5 Identified frequency response by using decimated data

Fig. 6 Input-output data obtained by identification experiment ($dT=20$ (ms))

Fig. 7 Identification results by the least squares method ($n=10$)

Fig. 8 Power spectrum of acceleration signal

示すパネル先端に取り付けた加速度計より得られた信号のパワースペクトルを利用して行った. Fig. 8 より, 1, 4 (Hz) 近辺に振動モードが存在することがわかる. そこで, カットオフ周波数 $f_c=12.5$ (Hz), すなわち $d=4$ とした. そのときの, デシメーションされた入出力信号を Fig. 9 に示し, その入出力データを用いた最小 2 乗推定を行い, 求まった周波数応答を Fig. 10 に示した ($n=10$). また, 同定された 1 次振動モードのパラメータを Table 1 に示した. このよ

Fig. 9 Decimated input-output data ($d=4$)

Fig. 10 Identified frequency response by using decimated data

Table 1 Identified modal parameters

Parameter	Nominal value	Identified value
Natural frequency: f_1 (Hz)	1.262	1.082
Damping ratio: ζ_1 (-)	0.0020	0.0155
Torque admittance: ϕ_1^2 (1/kg·m ²)	0.1218	0.1446
Inertia moment: I (kg·m ²)	10.47	10.86

うに、デシメーションを適切に行うことにより、振動パラメータを同定することが可能になった。ここで、公称値として前述した構造解析の結果を示した。

4.3 同定結果に基づいた制御実験

ここでは、制御モードを(剛体)+(1次振動モード)とし、2次振動モード以降を残余モードとする。よって制御対象は、次式のように状態空間表現できる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \quad (5)$$

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

ただし

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_1^2 & -2\zeta_1\omega_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1/I \\ 0 \\ \phi_1^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

パラメータは Table 1 に示した同定値を用いた。

このシステムに対してサーボ系を設計するため、つぎの拡大系を考える。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} \dot{u} \quad (7)$$

$$e = [\mathbf{O}^T \quad 1] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ e \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし、 $e = y - r$ は偏差であり、 r は目標値である。

よって、拡大系(7)、(8)式を安定化する制御

$$\dot{u} = -[\mathbf{f}^T \quad K_I] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ e \end{bmatrix} \quad (9)$$

すなわち

$$u(t) = -\mathbf{f}^T \mathbf{x} + K_I \int_0^t \{r(\tau) - y(\tau)\} d\tau \quad (10)$$

を求めることが問題となる。本論文では、この制御則のフィードバックゲイン $\mathbf{f} = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T$, K_I は折り返し法⁹⁾を用いて設計した。折り返し法を用いると、 s 平面上の虚軸に近い減衰比の悪い主要極を安定な領域へ配置する制御系が構成できるため、振動系に対して非常に有効であることが期待できる。また、状態 $\mathbf{x}$ は測定することができないので、実験では同一次元オブザーバを用いて状態推定を行った。

行った制御実験の内容は、つぎのとおりである。ま

Fig. 11 Control experiment by using the state feedback control

ず、最初の10(s)間、姿勢角(y)を0(deg)にレギュレーションした後、目標姿勢角を5(deg)に変化させたときのステップ応答、さらに定常状態においてインパルス的な外乱に対する制御性能を調べた。Fig. 11に実験の一例を示した。ここで、入力トルクには ± 0.25 (Nm)のリミットがかかっている。図より、目標値追従性、外乱抑制性に優れた制御系が構成されていることがわかる。特に、加速度計の信号より、振動抑制性に優れていることが明らかになった。現代制御理論はパラメータのズレに脆弱な一面があるが、本制御実験結果より、パラメータの同定は精度よく行われていることがわかる。

5. おわりに

本論文では将来のLSSの軌道上同定方式の候補として、デシメーションを用いた同定法を取り上げ、実験によりその有効性を明らかにした。この同定法は、時間領域における最小2乗法にフィルタリングという周波数領域における信号処理を加えた方法であり、LSSのように特性が周波数領域において顕著に表わ

れるシステムに対して特に有効である。また本論文では、collocation の場合のみを取り扱ったが、non-collocation の場合にも本同定法は適用可能である（このとき、付録に示したモードパラメータの計算法は若干異なる）。今後、衛星搭載計算機の制約、入手できるデータの制約などの宇宙空間における同定・制御問題の特殊性を考慮した検討を行う。

参 考 文 献

- 1) S. N. Atluri and A. K. Amos: Large Space Structures: Dynamics and Control, Springer-Verlag (1988)
- 2) 小松敬治: 大規模柔軟構造物のモデリング, 計測と制御, 28-4, 358/364 (1989)
- 3) 飯野, 足立, 重政: フィルタリング操作を用いた連続時間システムの同定, 第 16 回制御理論シンポジウム資料, 193/196 (1987)
- 4) 佐野 昭: ノンパラメトリックモデルの同定, 計測と制御, 28-4, 316/322 (1989)
- 5) 足立, 大明, 重政: デシメーションを複数個用いたシステム同定法 — ロボットアームの同定実験への適用 —, 計測自動制御学会論文集, 26-9, 1029/1035 (1990)
- 6) 足立, 重政, 山口, 木田: 入出力データに基づいた柔軟構造物の同定 — 1 軸エアテーブル実験 —, 第 18 回制御理論シンポジウム資料, 209/212 (1989)
- 7) 木田, 藤原, 池田: 柔軟衛星制御の実験的検討, 第 5 回宇宙航空の誘導制御シンポジウム資料, 1/7 (1988)
- 8) 重政 隆: 計算機援用によるシステム同定, 計測と制御, 28-4, 337/343 (1989)
- 9) 示村悦二郎: 最適レギュレータ理論の実用化への展開, 電気学会論文誌 C, 108-1, 3/11 (1988)
- 10) 足立, 和泉沢, 佐野: 悪条件を考慮した伝達関数モデルの同定, 電子情報通信学会論文誌, J70A-3, 410/418 (1987)

《付録 モードパラメータの計算法》

ここでは、ARMA モデルのパラメータ推定値からモードパラメータを計算する手順について、1 次振動モードに焦点を絞って簡単にまとめる。

[Step 1] 慣性モーメント (I) の計算: 慣性モーメントは次式から計算できる。

$$I = \frac{\tilde{A}(z)}{\bar{B}(z)} \Big|_{z=1} (\Delta T)^2 \quad (\text{A1})$$

ここで $\tilde{A}(z)$ は、同定された AR 部分の多項式 $A(z^{-1})$ の反転多項式 $\tilde{A}(z)$ の極のうち剛体モードに対応する 2 個の極を除いたものから構成される多項式であり、 $\bar{B}(z)$ は同定された MA 部分の多項式 $B(z^{-1})$ の反転多項式である。

ただし、剛体モードに対応する極が求まっていなければ同定は失敗であり、同定条件（たとえば、デシメ

ーションの次数）を変更してもう一度同定を行う必要がある。

（注意）剛体モードは、 z 平面の単位円上の $z=1$ （2 重極）に対応するので、一般にパラメータ同定は難しい。ただし、観測雑音が小さい場合には、以下に示す出力信号の差分を用いることによりこの問題点を改善することが可能である¹⁰⁾。

剛体モードが存在する、すなわち $z=1$ に二重極が存在するという情報を用いると、次式が導かれる。

$$\bar{A}(z) \Big|_{z=1} = 0, \quad \frac{d}{dz} \bar{A}(z) \Big|_{z=1} = 0$$

よって、同定モデルは次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} & [1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + \dots + (n-1)z^{-n+2}] \nabla^2 y(k) \\ &= -\hat{a}_1 [1 + 2z^{-1} + \dots + (n-2)z^{-n+3}] \nabla^2 y(k-1) \\ & \quad - \hat{a}_2 [1 + 2z^{-1} + \dots + (n-3)z^{-n+4}] \nabla^2 y(k-2) \\ & \quad \dots - \hat{a}_{n-3} [1 + 2z^{-1}] \nabla^2 y(k-n+3) \\ & \quad - \hat{a}_{n-2} \nabla^2 y(k-n+2) \\ & \quad + \hat{b}_1 u(k-1) + \dots + \hat{b}_n u(k-n) + \varepsilon(k) \end{aligned}$$

この同定モデルに最小 2 乗法を適用すればよい。ここで、

$$\nabla^2 y(k) \equiv [y(k) - y(k-1)] - [y(k-1) - y(k-2)]$$

は y の二階差分を表わす。

[Step 2] 共振振動数 (ω)・減衰比 (ζ) の計算

共振振動数 ω_1 , 減衰比 ζ_1 は、次式から計算できる。

$$\omega_1 = \sqrt{c_1^2 + d_1^2} \quad (\text{A2})$$

$$\zeta_1 = -\frac{c_1}{\omega_1} \quad (\text{A3})$$

ここで、 c_1 , d_1 は、同定された離散時間モデルの極 $z_1 = \lambda_1 \pm j\mu_1$ に対応する連続時間系の極 $s_1 = c_1 \pm jd_1$ である。よく知られているように、これらの間にはつぎの関係式が成り立つ。

$$c_1 = \frac{1}{2\Delta T} \ln(\lambda_1^2 + \mu_1^2)$$

$$d_1 = -\frac{1}{\Delta T} \arctan \frac{\mu_1}{\lambda_1}$$

[Step 3] 反共振点の固有振動数 ($\bar{\omega}_1$) の計算

MA 部分に対応する多項式 $\bar{B}(z)$ の零点を計算する。このとき、極に対応する複素共役対の 2 根から固有振動数 ($\bar{\omega}_1$) を Step 2 と同様の手順で計算する。

[Step 4] トルクアドミタンス (ϕ_1^2) の計算

ϕ_1^2 は、次式から計算できる。

$$\phi_1^2 = \frac{1}{I} \left[\left(\frac{\omega_1}{\bar{\omega}_1} \right)^2 - 1 \right] \quad (\text{A4})$$