逐次比較 A/D コンバータの微分非直線性誤差補正[†]

山 田 光*

Differential Non-Linearity Error Correction for Successive Approximation A/D Converter

Hikaru YAMADA*

A new method of Differential Non-linearity (DNL) error correction for the successive approximation A/D converter (SAADC) is proposed.

The SAADC has very short conversion time and is very useful in various fields. But it has the largest DNL in comparison with any other type of ADC.

The DNL is the channel width irregularity of ADC, and is the most difficult error to deal with since it cannot be eliminated by adjustment.

The most famous research to equalize the channel width of SAADC is the Gatti's "Sliding Scale Method" proposed 28 years before approximately.

This new method of DNL error correction is based upon the peculiar feature of the SAADC.

First, the generation mechanism of DNL error is analyzed.

Second, a new method of DNL error correction is proposed.

Finally, the feasibility of this newly proposed method is confirmed through the computer simulations.

Key Words: successive approximation ADC, differential non-linearity, DNL, pulse height analysis, probability density function

1. 緒 言

A/D 変換器 (ADC) の微分非直線性 (Differential Non Linearity: DNL) すなわち“入力アナログ量のきざみ幅の不均一性”は、ふつうのデジタル信号処

理たとえば、i) 波形記憶、ii) パワースペクトルや相関分析、iii) フィルタリング、などではあまり問題にならない特性の一つである。われわれが入手できる ADC 素子または装置としては、DNL が $\pm 1/2$ [LSB] まで許されていることがふつうである。ところが、たとえばガウス分布から非常にかけはなれた、複雑でインパルス状確率密度を含むような確率密度関数を測定する場合、この DNL が測定結果を猛烈に乱すことになる。具体例として、放射線計測におけるマルチチャンネル波高分析装置 (Multi Channel Pulse Height Analyzer: MCPHA) では ± 1 [%] ($\equiv \pm 1/100$ [LSB]) 以下の DNL が要求される。

その理由は、確率密度の測定というものは、ADC の入力アナログ量の一つ一つのきざみ幅の中に入ってくる信号の (ときとしては時間的な) 量を測定するところから、測定値そのものがきざみ幅に比例するからである。ADC がもつ DNL の量を決定する最も大きな要因はその ADC の変換方式である。最も DNL の少ない方式は、積分型あるいは計数型の一種である Wilkinson 方式である¹⁾。現在でも MCPHA のほとんどすべてがこの方式の ADC を使っている。ところが、Wilkinson 方式の最大の欠点は変換速度が遅いことである (数十 μ s)。もちろん Wilkinson 方式の速度を速める研究もいくつかなされてきた。ひるがえって、最も速度の速い変換方式の一つに逐次比較方式 (Successive Approximation) がある (約 1 μ s)。この方式は、これよりさらに速い並列比較方式にくらべて、きわめて汎用性が高く、総合的に良い特性をそなえていることから、多方面での基本的かつ代表的な ADC となっている。しかし、この方式は DNL が最も大きい、いいかえれば微分直線性が最も悪い変換方式の一つなのである。良いものでも $\pm$ 数 % $\sim \pm 10$ %, 悪いものは ± 100 % におよぶものもある。すなわち、逐次比較 ADC (SAADC) は、そのままではすくなく

[†] '87 KACC で発表 (1987・10)

* 広島電機大学工学部 広島市安芸区中野 6-20-1

* Faculty of Engineering, Hiroshima-Denki
Institute of Technology, Hiroshima
(Received September 21, 1989)
(Revised December 7, 1989)

とも放射線計測の MCPHA には使えない. かといって SAADC の微分直線性を $DNL = \pm 1[\%]$ 程度にまで高めることは原理的に不可能である. そこで, 約 30 年ほど前から, 放射線計測の分野で, 信号の確率密度を測定する場合に限り, あたかも DNL が少なくなったかのごとくの結果を得る手法が多く研究されてきた²⁾⁻⁸⁾. その代表はイタリア人 Gatti による "Sliding Scale Method" である⁹⁾⁻¹¹⁾. これらの研究のほとんどは, SAADC の入力アナログ量のきざみ幅の不均一性すなわち理想幅からのずれを統計学的な偶然誤差とみなしての改善をめざしている. 以上のような背景に立って, 本研究では装置の回路上特別の工夫をほどこすのではなく, SAADC そのままで得た確率密度 (当然 DNL により大きく乱れている. 放射線計測の場合は細いひげ状インパルス形スペクトルの小さなものは DNL によるスペクトルの乱れの中にうもれてしまっている) に対し, SAADC のある種の強いくせに着眼した解析結果から得た補正関数を掛けることにより, DNL による乱れを除いて正しい確率密度を

得る一補正手法を提案するものである^{12), 13)}.

2. SAADC の DNL の解析

SAADC は **Fig. 1** にその内部構造を示すとおり, 入力アナログ量と内部 DAC の出力アナログ量をコンパレータで比較するかたちになっている. いわば, 入力アナログ量を内部 DAC が発生する階段状ものさしではかることに相当する. すなわち, ものさしの目のきざみ幅が, 理想値からずれておれば, 一つ一つのきざみ幅内でのみ測定する確率密度に対し直接大きく影響することになる. つまり, SAADC の DNL を解析するには, その最大の原因である内部 DAC の出力きざみ幅の理想値からのずれ (これも DAC の DNL と呼ぶことにする) を解析することになる (計数型 ADC の場合は, デジタルカウンタの各段の動きすなわち ON-OFF がコンパレータレベルに固定的な影響を与えて, これが DNL となる). ここでは内部 DAC として代表的なラダー抵抗回路網が使われているものとする. **Fig. 2** に各エレメントをコンダクタ

Fig. 1 Block diagram of successive approximation A/D converter

Fig. 2 Ladder-type resistance network as DAC in SAADC

Fig. 3 Channel width error of SAADC caused by independent 1% resistance ($1/G_{21}, 1/G_{22}, \dots, 1/G_{28}$) error

下逆になる。Fig. 4(a)は、 G_{11} に関するもので、拡がり狭まりの方向は逆になるが、これ以外は同じことがいえる。 G_{21} も G_{11} もビット位置でいえばMSBに関係するものである。MSBのつぎのビットに関してみれば、それぞれ G_{22} 、 G_{12} に対応するFig. 3(b)、Fig. 4(b)のようになる。今度は、中央チャンネル位置以外に、左右の中央にも突起があらわれる。以下同様にして、順に突起の数が、1, 2, 4, 8, ... と1ステップ前の突起の中央位置チャンネルに増加してゆく。この強い性質は次章に述べるDNL誤差補正法が成立する根拠になっている。

(2) きわめて小さな抵抗値誤差が、致命的DNLを生む。

Fig. 3, Fig. 4中に示したように、1%の抵抗値誤差が、何十%というDNLを発生させている。放射線計測などで、 $\pm 1\%$ 以下のDNLしか許されない世界

Fig. 4 Channel width error of SAADC caused by independent 1% resistance ($1/G_{11}, 1/G_{12}, \dots, 1/G_{17}$) error

Fig. 5 Channel width error of SAADC caused by total random resistance error

では、電流スイッチの内部抵抗も含めて抵抗値を、 $DNL = \pm 1\%$ 以下にするまでそろえることは事実上不可能である。

3. DNL 誤差補正法の確立

前章の解析結果から得られた SAADC のもつ強い性質のうち特に(1)の性質に着眼した DNL 誤差補正法を以下に確立する。Fig. 3 および Fig. 4 でみられるように、一つの抵抗値が理想値からずれたために発生する突起状チャンネルをここでは便宜上「特定チャンネル」と呼ぶことにし、それ以外のチャンネルを「特定外チャンネル」と呼ぶことにする。以下にいくつかの仮定を置く。

(i) 現実には、すべての抵抗値が同時に理想値からずれているわけであるが、全体として結果的に現れる DNL は(1)に述べた規則に従う個々の抵抗による DNL が重ね合さって現れるものとする。

(ii) 一つの抵抗による DNL に着目すれば、特定チャンネルの増加チャンネル幅の合計は、特定外チャンネルの減少チャンネル幅の合計に等しい。

(iii) 特定チャンネルの幅は、個々の抵抗値のずれにに対し均一に増加または減少する。

(iv) 特定外チャンネルにおいても同様に均一に減少または増加する（特定チャンネルと特定外チャンネルでは、チャンネル幅の増加、減少の方向が必ず逆である）。

いま、全チャンネル数を N （チャンネル番号は $0 \sim N-1$ ）、特定チャンネル数を S （したがって特定外チャンネル数は $N-S$ ）とし、平均チャンネル幅を $\overline{AV}$ とすると、上の(ii)は次式で表わされる。ただし、特定チャンネルの幅は $\alpha[\%]$ (≥ 0) の増加、特定外チャンネルの幅は $\beta[\%]$ (≥ 0) の減少とする。

$$\overline{AV} \cdot \frac{\alpha}{100} \cdot S = \overline{AV} \cdot \frac{\beta}{100} \cdot (N-S) \quad (11)$$

簡単にすると、

$$\alpha S = \beta(N-S) \quad (12)$$

さらに、任意の形状をもつ確率密度関数を測定した結果に対し、特定チャンネルの計数値（測定値）を $C_{s,i}$ ($i=1, 2, \dots, S$) 特定外チャンネルの計数値を $C_{r,j}$ ($j=1, 2, \dots, N-S$) とする。 α , β によって補正した特定チャンネルの計数値の総和と、 α , β によって補正した特定外チャンネルの計数値の総和を足したものは、この計測で得た全チャンネルの計数値の総合計に等しい。これを次式で表わす。

$$\sum_{i=1}^S \frac{C_{s,i}}{1 + \frac{\alpha}{100}} + \sum_{j=1}^{N-S} \frac{C_{r,j}}{1 - \frac{\beta}{100}} = \sum_{i=1}^S C_{s,i} + \sum_{j=1}^{N-S} C_{r,j} \quad (13)$$

(12), (13) 式を連立させて、 α , β について解き、

$$X \triangleq \sum_{i=1}^S C_{s,i} \quad (14)$$

$$Y \triangleq \sum_{j=1}^{N-S} C_{r,j} \quad (15)$$

とおくことによって、つぎの解を得る。

$$\begin{cases} \alpha = \frac{100}{X+Y} \cdot \left(X \cdot \frac{N-S}{S} - Y \right) \\ \beta = \frac{100}{X+Y} \cdot \left(X - Y \cdot \frac{S}{N-S} \right) \end{cases} \quad (16)$$

$$(17)$$

この α , β が求める補正係数である。これを用いた補正計算手順フローチャートを Fig. 6 に示す。ここに、SAADC の DAC が $n[\text{bit}]$ のものであるとして、MSB から LSB までを $1, 2, \dots, n$ で表わすビット番号 M なるものを定義する。 M は S , $(N-S)$ に対し、Table 1 のように対応づけるものとする。 M を 1 から $n-1$ まで変化させるそれぞれの M に対して、(14), (15) 式から X , Y を計算し、さらに(16), (17) 式より α , β を計算し、全特定チャンネル計数値に $1/(1+\alpha/100)$ を掛け、全特定外チャンネル計数値に $1/(1-\beta/100)$ を掛け、

Fig. 6 Flowchart of DNL error correction

Table 1 Relation between M , S , and $N-S$

M	S	$N-S$
1	1	2^n-2
2	3	2^n-4
3	7	2^n-8
4	15	2^n-16
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	2^M-1	2^n-1-S

$-\beta/100$) を掛ける. この手続きを M を 1 から $n-1$ まで変えながら $n-1$ 回繰り返す. 全行程 1 回で十分な効果が得られない場合, さらに同行程を ($M=1 \sim n-1$) 繰り返すほどこす. 以上が, ここに確立した DNL 誤差補正手順である. 次章にその効果を確認するいくつかのコンピュータシミュレーションを示す.

4. DNL 誤差軽減効果確認コンピュータシミュレーション

Fig. 7 は, 一様分布ランダム信号の振幅確率密度関数の測定結果を示している. 同図 (a) では DNL のために, まっすぐ横一本の直線にならずばらついている. このばらつきは DNL によるもので, 偶然かつ統計的なものではないから, いくらデータ数をふやしてもこれ以上収束しない. よこ軸はチャンネルで, たて軸はフルスケールを 1.000 とする相対値で示している. 同図 (b) は本提案補正法を 1 回ほどこしたもので, (c), (d) はそれぞれ 2 回, 3 回ほどこしたものである. 順調にチャンネル幅の不均一による DNL 差を補正してスムージングが行われている. Fig. 8, Fig. 9 はどちらも, 正規分布に近い分布をもつ信号が, 幅広い確率密度をもつバックグラウンドの中に存在する例を示している.

Fig. 9 の正規分布の部分は, Fig. 8 の同部分よりも標準偏差の上で小さいもの (チャンネル数にして 1 ~ 2 チャンネル) を表わす例である. (b) はどちらも処理前で DNL 誤差により乱れている. (a) はどちらも本提案補正法を 3 回繰り返すほどこした結果である. Fig. 8 はスムージング効果により全体がきれいになっているにすぎないが, Fig. 9 には重要な意味がある. 同図 (b) に示した A, B の部分は, 幅が約 1 チャンネル程度の細いひげ状分布である. このような例は放射線計測の分野では非常に多い. A と B は同じような形状でも実は, A は必要とする信号の確率密度であるが, B は DNL 誤差なのである. 本提案補正法を 3 回ほどこした同 (a) 図では, B の部分はスムージング効果で消され, A の部分は DNL 誤差ではなく信号なので残っている. このことは重要で, もしも移動平均法

(a) Not corrected

(b) 1 time corrected

(c) 2 times corrected

(d) 3 times corrected

Fig. 7 The DNL error correction for an uniformly distributed random signal

や周波数スペクトルに着目したスムージング法やフィルタリングをほどこせば, A, B ともに消してしまうこと明白である.

5. 結 言

DNL による確率密度分布の乱れを補正する新しい手法を提案し, 放射線計測などの複雑な確率密度を測定する場合に有効であることをコンピュータシミュレーションで確かめた. 本補正方式は特に A/D 変換方式として高速で汎用性の高い逐次比較方式を用いた (SAADC) 場合に有効であって, この方式の DNL に強い特徴があることを利用している. 本補正方式の機

(a) 3 times corrected

(b) Not corrected

Fig. 8 The DNL error correction for a Gaussian distributed signal with back ground noise

(a) 3 times corrected

(b) Not corrected

Fig. 9 The DNL error correction for a narrow (small standard deviation) Gaussian signal with back ground noise

能的特徴は以下のとおりである。

- 1) SAADC の高速性および有効ダイナミックレンジをそこなわない。
- 2) SAADC 以外の ADC にも基本的な考え方が有効である。
- 3) データを取り終ってからの処理であるから、非常に高速にかつ多量のデータ取込みが可能である。
- 4) 非ガウスの信号またはノイズ、特にインパルス状 (ひげ状) 確率密度を有する信号またはノイズの処理に有効である。

今後に残った問題点としては、本補正方式が有効であるための十分条件の追求、コンピュータでなくハードウェア化するためのテクニック (マイクロプロセッサは必要かもしれない)、SAADC 以外の ADC への応用などが上げられる。

参 考 文 献

- 1) D. H. Wilkinson: A Stable Ninety-Nine Channel Pulse Amplitude Analyser for Slow Counting, Proc. Cambridge Phil. Soc. 46, 508 (1950)
- 2) P. W. Nicholson: Multichannel Pulse Height Analysers, Nuclear Electronics, 303/336, Wiley (1974)
- 3) コワルスキー (伏見, 吉村訳): 原子核エレクトロニクス, 183/193, 朝倉書店 (1970)
- 4) 金原節郎: ADC の高速化と微分直線性の改善, 原子力工業, 23-2, 35/41 (1977)
- 5) 山田, 苅屋: 逐次比較方式 A. D. C. による微分非直線性を軽減したパルス波高分析手法, 計測自動制御学会論文集, 15-2, 241/245 (1979)
- 6) 山田, 苅屋: 微分非直線性誤差を軽減した振幅確率密度関数測定手法, 計測自動制御学会論文集, 16-5, 687/693 (1980)
- 7) 山田, 苅屋: 高速フーリエ変換を用いた振幅確率密度関数の測定, 計測自動制御学会論文集, 17-4, 499/505 (1981)
- 8) 山田 光: 振幅確率密度関数測定装置用逐次比較方式 A. D. C. の微分直線性改善—マルチ D. A. C. 方式—, 計測自動制御学会論文集, 18-5, 476/481 (1982)
- 9) W. J. Price (西野, 関口訳): 放射線計測, 395/433, コロナ社 (1966)
- 10) C. Cottini, E. Gatti and V. Svelto: A Sliding Scale Analogue to Digital Converter for Pulse Analysis, Proc. of ISNE, Paris, 309/312 (1963)
- 11) E. Gatti, P. F. Manfredi and D. Marino: Analysis and Characterization of Cyclic-Scale Compensated Analog-to-Digital Converters, Nuclear Instruments and Methods, 225/230, 165 (1976)
- 12) A. Savitzky and M. J. E. Golay: Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures, Analytical Chemistry, 36-8, 1627/1639 (1964)
- 13) P. Casoli and P. Maranesi: Fuzzy Coarse Coding up-Grades A/D Converters for Pulse-Height Analysis, Nuclear Instruments and Methods, 167/171, 205 (1983)