ステップモータを用いた水平2関節形ロボットの動特性

小島 宏 行*・池田 真 治**・田畑 貴 史***

Dynamic Characteristics of Horizontal Two-Link Robot Driven by Step Motors

Hiroyuki KOJIMA*, Shinji IKEDA** and Takashi TABATA***

A robot consisting of step motors and reduction gear is utilized as industrial robots owing to the light weight design and the low cost. Then, it is useful to investigate theoretically the dynamic characteristics of the robot driven by the step motors in consideration of the transient vibrations excited by intermittent motions of the step motors.

In this paper, the dynamic characteristics of the horizontal two-link robot driven by step motors and harmonic drive gears is investigated by the numerical simulation and the experiments. In the numerical simulation analysis, the equation of motion is derived in consideration of the transient vibration of step motors and the nonlinear flexibility of the harmonic drive gears. Then, it is clarified that the distinguish resonance frequency agree with the drive frequency of the step motors at the resonance of the system. When the step motors controlled by the trapezoidal velocity curve are driven with the distinguish resonance frequency of the system in the period of constant velocity, the resonance vibrations with big amplitudes are generated, especially in the step motors. Then, the vibration amplitudes of the links are smaller than the ones of the step motors. Furthermore, it is proved experimentally that the distinguish resonance phenomenon of the robot driven by the trapezoidal velocity curve occurs.

Key Words: step motor, robot, dynamic characteristics, harmonic drive gear, vibration, resonance

1. ま え が き

ステップモータは、開ループの位置制御システムのアクチュエータとして、各種の自動制御機器やOA機器に広く用いられているが、間欠運動に起因する機械振動などの問題点がある。このため、剛体の回転体を駆動するステップモータの動特性についての研究^{1)~5)}や回転軸の弾性を考慮した場合の報告⁶⁾などがなされている。一方、産業用ロボットは、FAシステムの中核的な機器として効果的に用いられており、その駆動部は、直流サーボモータとハーモニックドライブで構成される場合が多い。このような構成のロボットの動特性については、ハーモニックドライブの伝達トルクの非線形性やトルクリップルを考慮した研究^{7)~10)}、ならびに制御剛性とハーモニックドライブの剛性との大小が系の振動挙動に及ぼす影響を調べた研究¹¹⁾などが報告されている。他方、アクチュエータとしてステップモータを用いたロボットは、小型・軽量化設計や低価格などが実現されることから、組立用の簡易形産業用ロボット¹²⁾として用いられている。また、永久磁石形ステップモータを利用した2関節形ロボットの教示・再生に関する研究¹³⁾ならびにステップモータにより駆動される単関節形フレキシブルロボットの動特性に関する研究¹⁴⁾が、報告されている。これらの研究においては、減速機構として、ベルト・プーリが用いられているが、ハーモニックドライブとステップモータを用いたロボットも、簡易形ロボットの一種として有効に作動するものと考えられる。このようなステップモータを用いた多関節形ロボットの動特性を、ステップモータの間欠運動に起因する振動を考慮して解析的に調べることは、この種の簡易形ロボットのCAEの一つの手法を与えることになり、有用であるものとおもわれるが、このことに関する研究は、いまだみあたらないようである。

本研究は、ステップモータとハーモニックドライブにより駆動される水平2関節形ロボットの動的応答に

* 群馬大学工学部 桐生市天神町 1-5-1

** 日本サーボ(株) 桐生市相生町 3-93

*** デーゼル機器(株) 東松山市箭弓町 3-13-26

* Faculty of Engineering, Gunma University, Kiryu

** Japan Servo Co. Ltd., Kiryu

*** Diesel Kiki Co. Ltd., Higashimatsuyama
(Received August 7, 1989)

(Revised November 8, 1989)

ついて、数値シミュレーションを行い解析的に調べるとともに、実験を行ったものである。数値シミュレーションの結果、台形状速度曲線に従ってロボットを制御する場合、定速期間のステップモータを、系の支配的な共振振動数に対応する周波数で駆動すると、特に第1関節部のステップモータにおいて、比較的大きな振幅の持続振動が生起することが、明らかにされた。また、リンクの振動振幅は、ステップモータのそれよりもかなり小さいことが確かめられた。一方、ステップモータを用いてロボットを試作し、台形状速度曲線に基づき運動制御を行ったところ、ロボットは指令値に従い忠実に位置制御され、また数値シミュレーションで予期された共振振動現象が、実際に生起することが、定性的に確認された。

2. 実験装置の概要

Fig. 1 は、ステップモータとハーモニックドライブを用いて試作した水平2関節形ロボットの機構部を示したものである。各リンクは、ハーモニックドライブ歯車を介してステップモータにより、駆動されており、第2関節部においては、ハーモニックドライブ歯車のほかに、プラスチック平歯車を用いられている。関節部の回転角ならびに第1関節部のステップモータの回転速度は、ポテンシオメータおよびタコジェネレータにより検出されており、これらの応答波形は、デジタルレコーダを用いて記録している。なお、ステップモータの制御システムは、パーソナルコンピュータにより制御パルス列を生成し、パラレルインタフェースを介して、これらの制御パルス列をステップモータに印可するような形式で製作している。

3. 運動方程式の導出

Fig. 2, 3 は、2相で励磁された第2関節部のステ

Fig. 1 Schematic model of experimental apparatus

Fig. 2 Torque characteristics of step motor on joint 2

Fig. 3 Transmission torque characteristics of harmonic drive gear on joint 2

ップモータのトルク特性 T_{m2} ならびにハーモニックドライブの伝達トルク特性 T_{h2} を示したものである。なお、図中の丸印と実線は、測定値ならびに最小2乗法による近似曲線を示しているが、これらの曲線は、第1関節部のものもあわせ、次式のように記述できる。

$$T_{mi} = A_{i1}\delta_{mi} + A_{i3}\delta_{mi}^3, \quad i=1, 2 \quad (1)$$

$$T_{hi} = B_{i1}\delta_{hi} + B_{i3}\delta_{hi}^3, \quad i=1, 2 \quad (2)$$

ここに、 δ_{mi} はステップモータのロータの平衡点からの回転角、 δ_{hi} はハーモニックドライブのねじり角を示している。なお、(1)、(2)式中の各係数は、 $A_{11} = 22.4 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $A_{13} = 4.777 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}^3$, $A_{21} = 3.11 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $A_{23} = 1.21 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}^3$, $B_{11} = 4.46 \times 10^2 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $B_{13} = -4.31 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}^3$, $B_{21} = 1.11 \times 10^2 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $B_{23} = 6.08 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}^3$ のとおりである。Fig. 4 は、水平2関節形ロボットのモデルを示したものである。第1、2関節部の2個のステップモータを同一のタイミングで、2相定電流方式により励磁するものとして取り扱うこととすると、任意の n 番目のパルスが印加されている期間のステップモータのトルク T_{mi} は、(1)式を用いて次式のように記述できる。

Fig. 4 Horizontal two-link robot

$$T_{mi} = T_{mi}(\delta_{mi}), \quad \delta_{mi} = \Phi_i - n\Phi_{is} \quad (3)$$

ここに、 Φ_i 、 Φ_{is} はステップモータの回転角ならびにステップ角である。また、ハーモニックドライブのトルク T_{hi} は、つぎのように書くことができる。

$$T_{hi} = T_{hi}(\delta_{hi}), \quad \delta_{hi} = \theta_i - (\Phi_i/N_i) \quad (4)$$

ただし、 θ_i は関節部の回転角、 N_i はハーモニックドライブの減速比である。(3)、(4)式ならびに Fig. 4 中の記号を用いると、ロボットの機構部の運動エネルギー T 、ハーモニックドライブの弾性エネルギー U 、損失エネルギー D および外力によるポテンシャルエネルギー W は、つぎのように書くことができる。

$$\begin{aligned} T = & J_{G1}\dot{\theta}_1^2 + m_1(l_{G1}\dot{\theta}_1)^2 + J_{G2}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ & + m_2\{(l_1\dot{\theta}_1)^2 + l_{G2}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ & + 2l_1l_{G2}\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\cos\theta_2\} \\ & + J_{m1}\dot{\Phi}_1^2 + J_{m2}(\dot{\Phi}_1 + \dot{\Phi}_2)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$U = \int_0^{\delta_{h1}} T_{H1}d\delta_{h1} + \int_0^{\delta_{h2}} T_{H2}d\delta_{h2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} D = & C_{m1}\dot{\Phi}_1^2 + C_{m2}\dot{\Phi}_2^2 + C_{h1}\dot{\delta}_{h1}^2 + C_{h2}\dot{\delta}_{h2}^2 \\ & + C_1\dot{\theta}_1^2 + C_2\dot{\theta}_2^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$W = T_{m1}\Phi_1 + T_{m2}\Phi_2 \quad (8)$$

ここに、 J_{G1} 、 J_{G2} はリンクの重心位置における慣性モーメント、 m_1 、 m_2 リンクの質量、 l_1 はリンクの長さ、 l_{G1} 、 l_{G2} はリンクの関節部中心から重心の位置までの距離、 C_{m1} 、 C_{m2} はモータの減衰係数、 C_{h1} 、 C_{h2} はハーモニックドライブ歯車の減衰係数である。

一方、ラグランジュの運動方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial W}{\partial q_i} = 0 \quad (9)$$

ここに、 q_i は一般化座標である。(5)~(8)式を(9)式に代入すると、次式の運動方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & 0 \\ M_{41} & 0 & 0 & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\Phi}_1 \\ \ddot{\Phi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} M_{11} &= J_1 + J_2 + J_{m2} + m_2l_1 + 2m_2l_1l_{G2}\cos\theta_2 \\ M_{12} &= M_{21} = J_2 + m_2l_1l_{G2}\cos\theta_2 \\ M_{14} &= M_{41} = J_{m2} \\ M_{22} &= J_2 \\ M_{33} &= J_{m1} \\ M_{44} &= J_{m2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= m_2l_1l_{G2}(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2)\sin\theta_2 \\ &\quad - T_{h1} - C_1\dot{\theta}_1 - C_{h1}\dot{\delta}_{h1} \\ b_2 &= -m_2l_1l_{G2}\dot{\theta}_1^2\sin\theta_2 - T_{h2} \\ &\quad - C_2\dot{\theta}_2 - C_{h2}\dot{\delta}_{h2} \\ b_3 &= \frac{T_{h1}}{n_1} + \frac{C_{h1}\dot{\delta}_{h1}}{n_1} - C_{m1}\dot{\Phi}_1 + T_{m1} \\ b_4 &= \frac{T_{h2}}{n_2} + \frac{C_{h2}\dot{\delta}_{h2}}{n_2} - C_{m2}\dot{\Phi}_2 + T_{m2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= J_{G1} + m_2l_{G2}^2 \\ J_2 &= J_{G2} + m_1l_{G1}^2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

4. 数値シミュレーション結果

数値シミュレーションにおいては、ステップモータは、2相定電流方式で励磁されているものとして取り扱っている。また Table 1 は、ステップモータの公称値を示したものである。機構部の諸元は、実験に用いたものと同じであり、 $m_1=1.4$ kg, $m_2=0.27$ kg, $J_{G1}=3.86 \times 10^{-3}$ kg·m², $J_{G2}=4.66 \times 10^{-4}$ kg·m², $J_{m1}=6.70 \times 10^{-5}$ kg·m², $J_{m2}=1.35 \times 10^{-5}$ kg·m², $l_1=15$ cm, $l_2=10$ cm, $l_{G1}=4.15$ cm, $l_{G2}=3.33$ cm, $C_{m1}=1.78 \times 10^{-2}$ N·m·s/rad, $C_{m2}=2.89 \times 10^{-3}$ N·m·s/rad, $C_{h1}=1.06$ N·m·s/rad, $C_{h2}=0.117$ N·m·s/rad, $C_1=0.956$ N·m·s/rad, $C_2=0.105$ N·m·s/rad, $N_1=N_2=50$ のとおりである。

Fig. 5 は、(7)式の運動方程式中の非線形のハーモニックドライブとステップモータのトルク特性を線形化し、コリオリ力や遠心力の非線形力を見捨てるとともに、第一関節部のステップモータに、交番トルク $T\{=0.03\sin(2\pi ft)\}$ が作用するものとした場合の周波数応答を示したものである。図より、機構部の自由度が 4 であることに対応して、4 個の共振点が生じてい

Table 1 Nominal values of tested step motor parameters

Item	Joint 1	Joint 2
Step angle	1.8°/step	1.8°/step
Resistance	5 Ω/phase	75 Ω/phase
Inductance	8.5 mH	50 mH
Voltage	6 V	12 V
Current	1.2 A	0.16 A
Rotor Inertia	1.1×10^{-5} kg·m ²	1.5×10^{-6} kg·m ²

Fig. 5 Frequency response of robot

る。第2関節部が $\theta_2=0^\circ$ から $\theta_2=35^\circ$ に変化すると、第1次共振点はわずかに大きく、第2次共振点はやや小さくなるが、これらの変化量は、きわめて小さい。なお、第3、4次共振点における変化量は、ほとんど認められない。Fig. 6~9 は、運動方程式にルンゲ・クッタ法を適用し、時間のきざみ幅を $\Delta t=3 \times 10^{-5}$ s とし行った時間応答に関する数値シミュレーション結果を、レーザープリンタを用いて図形出力したものである。通常、第1関節部に作用する動的負荷は、第2関節部のそれよりもかなり大きく、振動も第1関節部においてより生じやすいものと考えられるので、本研究では、第1関節部の物理量を主として調べることにする。まず Fig. 6 は、1ステップ応答を示したものであるが、第1関節部のステップモータならびにリンクの振動周期は、90.9 Hz、23.6 Hz であり、これらの値は、Fig. 5 の下図の第2、3次共振点 (90.0 Hz、23.4 Hz) にほぼ一致している。Fig. 5 は、ステップモータのロータが平衡点のまわりで微小振動しているときの周波数応答を示したものであり、この図からは、ステップモータが連続的に回転しているときの共振現象を、直接確かめることはできない。Fig. 7 は、制御パルス列に対応する速度を、時間に比例して増加させた場合、すなわち定加速度に対する系の時間応答を示したものである。この図から、ステップモータが連続的に回転しているときの系の支配的な共振

Fig. 6 Step response of robot

Fig. 7 Time response in case of constant acceleration of rotational command angle

現象を知ることができ、この共振現象は、ステップモータの駆動周波数が 95.4 pps のときに生じていることがわかる。この駆動周波数は、Fig. 5 の周波数応

Fig. 8 Vibration waves in Fig. 7

Fig. 9 Time response for trapezoidal velocity curve of rotational command angle

答曲線における第2次共振振動数にほぼ等しい。また、第1リンクの回転速度の振動振幅は、ステップモータのそれよりもかなり小さく、ステップモータの駆動周波数が27.1 Hz 近傍にあるときに、わずかに大きくなっている。また、Fig. 7 中の応答波形の例を示したものが Fig. 8 であり、図中の F_p はステップモータの駆動周波数を示している。この図から、系の応答波形は、ステップモータの速度に応じて、様々な形に変化し、ハーモニックドライブの低速側と高速側で異なる形状となることわかる。またリンクの応答波形には、駆動周波数に起因するものの他に、低周波の振動成分が含まれており、リンクの振動振幅は、ステップモータのそれに比べきわめて小さいこと示されている。なお、 $F_p=90.4\sim94.6$ Hz のときの応答波形より、共振時のステップモータの駆動周波数と系の支配的共振振動数はほぼ一致していることがわかる。さらに Fig. 9 に、台形状速度曲線に基づきステップモータを駆動した場合の時間応答を示す。図中の t_1 , t_2 は台形状速度曲線の加速・減速時間ならびに定速期間の時間、 $\dot{\theta}_m$ は定速期間におけるリンクの回転速度の指令値を示している。図より、定速期間のステップモータの駆動周波数が、系の支配的な共振振動数にほぼ一致すると、大振幅の持続的振動が、特に第1関節部のステップモータにおいて生起することがわかる。また

第1リンクは、制御指令値に忠実に位置制御されていることがわかる。なお、定速期間の駆動周波数が、支配的な共振振動数よりも大きい場合は、加速ならびに減速期間において、大振幅の振動が、ステップモータにおいて過度的に生ずる。

5. 実験結果

実験においては、数値シミュレーションの場合と異なり、ステップモータは、2相定電圧方式で駆動されている。ステップモータの駆動方式が定電圧と定電流駆動では、モータの立ち上がり特性や速応性が異なるため、数値シミュレーション結果と実験結果は定量的に比較できないが、リンクやモータなどのロボットの機構部の諸元ならびに運動制御指令値は同じであり、振動現象の定性的な検証は、本実験により行いうるものと考えられる。Fig. 10 に、台形状速度曲線でステップモータを駆動した場合の系の時間応答を示す。この図から、第1リンクは、制御指令値に忠実に精度良く制御されていることがわかるが、第2リンクは、ハーモニックドライブの他にプラスチック平歯車を用いていることから、位置精度がやや低下している。また、数値シミュレーションにおいて予期されたとおり、定速度期間のステップモータの駆動周波数が系の支配的な共振振動数にほぼ等しい場合の第1関節部の

(a) $t_1=2$ s, $t_2=5$ s, $\dot{\theta}_m=0.0873$ rad/s

(b) $t_1=2$ s, $t_2=5$ s, $\dot{\theta}_m=0.140$ rad/s

Fig. 10 Experimental results for trapezoidal velocity curve of rotational command angle

ステップモータ速度波形には、大振幅の共振現象が生起し、駆動周波数が大きくなると、加速ならびに減速期間において大振幅の振動が過度的に生じることがわかる。

6. む す び

本研究は、ハーモニックドライブを介してステップモータにより駆動される水平 2 関節形ロボットの動特性について、運動方程式を導き、数値シミュレーションを行うとともに、実機のロボットを試作し、実験を行ったものである。得られた結果を要約すると、以下のとおりとなる。

(1) 2 相定電圧方式のステップモータとハーモニックドライブで駆動される水平 2 関節形ロボットの運動方程式を、ハーモニックドライブの非線形の伝達トルク特性を考慮して導いた。

(2) 数値シミュレーションの結果、制御指令値に対応する速度を線形的に増加させることにより、ステップモータが大振幅で振動する系の支配的共振振動数は、共振時のステップモータの駆動周波数にほぼ等しいことが、見いだされた。またリンクにおける振動振幅は、ステップモータのそれよりもかなり小さく、振動波形もかなり異なることが、明らかにされた。さらに、台形状速度曲線に基づきステップモータを制御した場合、最大速度に対応する駆動周波数が系の支配的な共振振動数にほぼ一致すると、特にステップモータにおいて、大振幅の持続的振動が生起することが認められた。

(3) ステップモータとハーモニックドライブを用いてロボットを試作し、台形状速度曲線に基づく制御パルス列を、2 相定電圧方式のステップモータに印加し実験を行ったところ、リンクは、制御指令値に忠実に精度良く位置制御されることが確かめられた。また数値シミュレーションで予期されたとおり、定速期間のステップモータの駆動周波数が系の支配的共振振

動数にほぼ等しくなるように駆動すると、大振幅の持続的振動の生起することが、定性的に立証された。

参 考 文 献

- 1) 池辺 潤: パルスモータのステップ応答について, 計測と制御, **1**-5, 384/394 (1962)
- 2) 西田, 水野, 藤沢: ステップモータの動特性, 電気学会雑誌, **84**-9, 1392/1400 (1964)
- 3) P. J. Lawrenson and I. E. Kingham: Resonance Effects in Stepping Motors, Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, **124**-5, 445/448 (1977)
- 4) 落合, 乙武: ステップモータの動特性解析, 計測自動制御学会論文集, **22**-1, 63/68 (1986)
- 5) M. Kojima and Y. Niimura: Stepping Motored System Dynamics, Trans. of ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, **108**, 354/361 (1986)
- 6) 小島, 池田: 回転軸の弾性を考慮したステップモータ系の動特性の解析, 電気学会論文集 B, **104**-4, 225/230 (1984)
- 7) M. C. Good, L. M. Sweet and K. L. Strobel: Dynamic Models for Control System Design of Integrated Robot and Drive Systems: Trans. of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **107**, 53/59 (1985)
- 8) L. M. Sweet and M. C. Good: Redefinition of the Robot Motion-Control Problem, IEEE Control Systems Magazine, **5**-3, 18/25 (1985)
- 9) 日高, 笹原, 谷岡, 岡田: 産業用ロボットの旋回駆動部における振動特性に関する研究, 日本機械学会論文集 (C編), **52**-480, 2207/2212 (1986)
- 10) 小島, 田口, 辻: 動力伝達機構のトルクむらに起因するロボットの振動, 日本機械学会論文集 (C編), **55**-517, 2390/2394 (1989)
- 11) 増田, 二川, 古賀, 井上: シミュレーション解析によるロボットアームの振動に関するパラメータスタディ, 日本ロボット学会誌, **3**-3, 197/206 (1985)
- 12) (株)日立製作所カタログ: 日立組立ロボット, A4010H/A4010HC (1985)
- 13) 樋口俊郎: 永久磁石形ステップモータを利用した教示再生ロボット, システムと制御, **27**-9, 606/611 (1983)
- 14) 小島, 根津, 植杉, 矢沼: ステップモータにより駆動されるフレキシブルアーム位置制御系の動特性解析, 計測自動制御学会論文集, **23**-12, 1283/1288 (1987)