デシメーションを複数個用いたシステム同定法[†]

——ロボットアームの同定実験への適用——

足立 修一*・大明 準治**・重政 隆**

System Identification by Multi Decimation

—Identification Experiments for Robot Arm—

Shuichi ADACHI*, Junji OAKI** and Takashi SHIGEMASA**

The least-squares (LS) method is one of the most familiar and useful system identification method. However, there are many problems to be solved when one applies the LS method to the actual system. For example, it is difficult to identify lower frequency region accurately, because the cost function in the conventional LS method weights higher frequency region. This paper proposes a new identification method which uses multiple decimation operation, so we call it MD (Multi-Decimation) method. The decimation, consists of the low-pass filtering and the resampling whose sampling rate is decreased, is widely used in the area of the signal processing. The advantages of the MD method are (a) By deviding the frequency region of the system, the characteristics in lower frequency region can be identified accurately as well as that in higher frequency region, (b) Data scaling can be carried out individually in each divided frequency region, and (c) By focusing on the narrow band, vibrational characteristics which are difficult to identify by the LS method can be identified accurately.

In industrial robots, there are many vibrational modes which are caused by speed-reduction mechanisms, in the wide frequency range. It is necessary to identify these vibrational

modes accurately so as to design stable servo controllers. So, we apply the MD method to the identification of robot arm, and we show the efficiency of the MD method through the identification experiments.

Key Words: system identification, frequency characteristics, least-squares method, decimation, robot arm

1. はじめに

最小2乗法を中心として発展してきた時間領域におけるシステム同定法は、理論的にはほぼ完成の域に達しているといわれている。しかし実システムへの適用を考えた場合、解決すべき問題点はまだまだ多い。たとえば、システム同定の主目的である制御系設計を行う場合、PID制御などの古典制御あるいは最近脚光を浴びている H_∞ 最適制御理論などでは対象の周波数特性が必要となる。しかし、時間領域における同定法では対象の周波数特性を陽に考慮していないため、たとえば低減衰の振動系を精度よく同定することは難しかった。最小2乗法は、基本的に出力予測値と実際の出力の間の2乗誤差を最小にすることを目的としているため、振動系のようにある周波数帯域でゲイン特性が急激に変化する系に対しては、平均的にフィティングしてしまうからである。また、最小2乗法は広い周波数帯域に渡って高精度な同定を行うことが難しかった。

最近、周波数領域を重視した同定の重要性が再認識され始めているが^{1), 2)}、本論文でも複数個のフィルタを並列に用い、同定対象の周波数帯域を分割することにより、広い周波数帯域に渡って高精度な周波数特性を同定できる方法を提案する。ある離散信号に対してバンドパスフィルタを用い、さらにデータを間引くことにより、着目する周波数帯域のスペクトル解析を行

[†] 第16回制御理論シンポジウムで発表 (1987・6)

* (株)東芝総合研究所 (現在宇都宮大学工学部 宇都宮市石井町 2753)

** (株)東芝総合研究所 川崎市川崎区浮島町 4-1

* R & D Center, Toshiba Corporation (Presently, Faculty of Engineering, Utsunomiya University, Utsunomiya)

** R & D Center, Toshiba Corporation, Kawasaki (Received January 11, 1990)

(Revised April 17, 1990)

う方法は、信号処理の分野ではデシメーションとして知られているが³⁾、最近システム同定の分野においても効果を上げている^{4), 5)}。

本論文では、同定対象の入出力信号に複数のデシメーション操作を施した後に、それぞれに対して最小2乗法を適用し、各帯域の周波数特性を計算し、それらの同定結果を結合することにより、全周波数帯域の周波数特性を求める方法を提案し、MD (Multi Decimation) 同定法と呼ぶことにする。このMD同定法をロボットアームの同定実験データに適用し、振動モードの同定に特に有効であることを明らかにする。

2. 問題の説明

1入出力連続時間システムをサンプリング周期 ΔT で離散化し、入出力データ $\{u_k, y_k\}$ が得られたとする。このとき、同定対象は離散時間表現

$$y_k = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u_k \quad (1)$$

で記述できると想定する。ただし、

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}$$

であり、 z^{-1} は $z^{-1} u_k = u_{k-1}$ なる時間遅れを表す。ここで、

$$\phi_k = [-y_{k-1}, -y_{k-2}, \dots, -y_{k-n}, \\ u_{k-1}, u_{k-2}, \dots, u_{k-n}]^T$$

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n]^T$$

と定義すると、(1)式は

$$y_k = \theta^T \phi_k \quad (2)$$

と書き直される。(2)式中の θ が同定される未知パラメータベクトルである。本論文では、パラメータベクトル θ を最小2乗法により推定することを経由して、対象の周波数特性を広帯域にわたって高精度に同定することを目的とする。

パラメータの最小2乗推定値 $\hat{\theta}$ は、つぎの予測誤差

$$\varepsilon_k(\hat{\theta}) := y_k - \hat{y}_k(\hat{\theta}) \quad (3)$$

からなる2次評価規範

$$J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_k^2(\hat{\theta}) \quad (4)$$

を最小化することにより決定できる。ここで、 N はデータ数であり、

$$\hat{y}_k(\hat{\theta}) = [1 - A(z^{-1}, \hat{\theta})] y_k + B(z^{-1}, \hat{\theta}) u_k \quad (5)$$

は出力の推定値である。

最小2乗推定値は正規方程式を経由して、たとえばつぎのように求められる。

$$\hat{\theta}_N = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \phi_k \phi_k^T \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \phi_k y_k \right] \quad (6)$$

さて、Parseval の定理を用いて時間領域における評価規範を周波数領域における評価規範に変換する⁶⁾。

$$J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_k^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |E_f(\omega_k)|^2 \quad (7)$$

ここで、 $E_f(\omega_k)$ は ε_k の DFT であり、つぎのように表わすことができる。

$$E_f(\omega) \approx A(e^{j\omega\Delta T}, \hat{\theta}) [Y(\omega) - G(e^{j\omega\Delta T}, \hat{\theta}) U(\omega)] \quad (8)$$

ただし、

$$G(e^{j\omega\Delta T}, \hat{\theta}) = \frac{B(e^{j\omega\Delta T}, \hat{\theta})}{A(e^{j\omega\Delta T}, \hat{\theta})}$$

したがって、同定の評価規範 J は周波数領域においてつぎのように表わすことができる。

$$J \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |A(e^{j\omega_k\Delta T}, \hat{\theta})|^2 |U(\omega_k)|^2 |\hat{G}(e^{j\omega_k\Delta T}) - G(e^{j\omega_k\Delta T}, \hat{\theta})|^2 \quad (9)$$

ここで、

$$\hat{G}(e^{j\omega_k\Delta T}) = \frac{Y(\omega_k)}{U(\omega_k)} \quad (10)$$

高域においてゲインが低下する通常の系では、 $1/A(z)$ はローパス特性をもつため、その逆系である $A(z)$ はハイパス特性をもつ。したがって、(9)式より入力信号が白色性で平坦なスペクトル密度を有していれば、周波数領域において評価関数 J は高域に非常に重みのかかったものになる。そのため、特にデータ数が少ない場合にはサンプリング周波数から離れた低域を高精度に同定することが難しくなる。

古典的な同定法である周波数応答法、相関法を用いた場合、低域の同定に非常に時間がかかることがよく知られているが⁷⁾、最小2乗法を用いたパラメトリックな同定法にもこの傾向があることが(9)式からわかる。

本論文では、デシメーションを複数個利用することにより、対象の周波数特性を帯域分割して同定する方法を提案する。周波数特性を分割することにより、サンプリング周波数をそれぞれの帯域ごとに選定することができるため、上述した問題点を改善することが可能になる。

3. デシメーションを複数個用いたシステム同定法

従来から経験的に、最小2乗法を用いて十分な精度の同定が行える周波数帯域は、 $0.01f_s \sim 0.2f_s$ (ただし、 f_s はサンプリング周波数) の間の約 1[decade] 余りであるとされている⁸⁾。これらの周波数の上下限は、以下の理由から決定されたものと考えられる。

(1) サンプリング周波数の上限は、よく知られて

いるようにナイキスト周波数から決定されるが、極端にナイキスト周波数に近い範囲では同定の誤差が大きくなるため、 $0.2f_s$ あたりが上限としては妥当であろう。

- (2) 広周波数帯域にわたって同定を行おうとすると、一般に同定対象のゲインの差が非常に大きくなる。また同定モデルの次数を高くとる必要が生じるため、数値的に悪条件になり、計算機の有限語長の制約から最小2乗法では同定が難しい⁹⁾。さらに前述したように、通常の最小2乗法は高周波帯域に重みをかけて同定を行っているため、データ数が有限個の場合、低域の同定精度は高域のそれに比べて劣化する。

本論文では、最小2乗法を用いて広い周波数帯域に渡って精度よい同定を行うことのできるつぎの二つの方法を提案する。

(方策1) 入力周波数特性を可変にする

着目したい周波数帯域（たとえば振動系の場合、同定したい振動モードの固有周波数）の約5～100倍程度のサンプリング周波数を用いて入力信号を印加して同定を行う。すなわち、着目したい周波数帯域を十分励起するような周波数特性をもつ入力信号を用いる。このとき、適切なサンプリング周波数が選定されていると、低次の同定モデルで精度よいパラメータ推定値が得られる。この方策は直感的には効果が期待できるが、実システムへの適用を想定した場合、広い周波数帯域を同定するためには、何種類ものサンプリング周波数を用いて同定を行うことになり、現実的ではない。

(方策2) 複数個のデシメーションの利用 (MD 同定法)

実システムの同定を行う場合、一般にサンプリング周波数を任意に選択することはできず、与えられた同定条件下で精度よく同定できるアルゴリズムが必要となる。そこで2番目の方策として複数個のデシメーションを利用した MD 同定法を提案する。

以下では、MD 同定法の手順を Fig. 1 を用いて説明する。

[Step 1] 入出力データのサンプリング

まず、高周波帯域における情報の損失を防ぐために、同定対象の入出力データ $\{u(t), y(t)\}$ を可能な限り細かいサンプリング周波数 (f_s) でサンプリングし、 $\{u_1(k), y_1(k)\}$ を得る。

[Step 2] 入出力データのデシメーション

Step 1 で求めた $\{u_1(k), y_1(k)\}$ を低域通過フィルタ (LPF) に入力し、その出力をサンプリング周波数

$f_d = f_s/d$ でリサンプリングする。ここで、 d をデシメーションの次数と呼ぶ。この操作は $(d-1)$ 個おきに間引いてサンプリングすることと等価である。先験情報が利用できるときは、それを用いて d を決定することが可能であるが、一般には利用できないことが多く、その場合には $d=1, 2, 4, 8, \dots$ あるいは $d=1, 2, 5, 10, \dots$ のように選ばばよい。Fig. 1 では $d=1, 2, 4$ とし、三つの入出力データのペア $\{u_1(k), y_1(k)\}$, $\{u_2(k_2), y_2(k_2)\}$, $\{u_4(k_4), y_4(k_4)\}$ を求めている。ここで、 $t = k/f_s = 2k_2/f_s = 4k_4/f_s$ であり、下つき添字はデシメーションの次数に対応している。

[Step 3] パラメータ同定

Step 2 で求めた三つの入出力データのペアに対して、UD 分解法（最小2乗推定値を数値的に安定に求めるために用いた）を適用して(2)式で記述した未知パラメータ $\hat{\theta}$ を同定する。そして、それぞれの帯域ごとの伝達関数の推定値を

$$G_d(\hat{\theta}_d, z^{-1}) = \frac{\hat{B}_d(z^{-1})}{\hat{A}_d(z^{-1})}, \quad d=1, 2, 4$$

とする。

[Step 4] 周波数帯域の分割

前述したように、信頼できる推定値が計算できる周波数帯域は、 $f_s/5$ 以下の帯域であるので、デシメーションの次数 d とその次数がカバーする周波数帯域をたとえば Fig. 1 の例ではつぎのように設定する。

まず、 $d=4$ ではサンプリング周波数は $f_d = f_s/4$ であるので、信頼できる同定の帯域は $f_d/5 = f_s/20$ 以下の帯域となる。そこで $0 \sim f_s/20$ の帯域は、 $d=4$ の伝達関数の推定値に $z^{-1} = \exp\left(-j\omega \frac{1}{f_s}\right)$ を代入して周波数特性を計算する。つぎに、 $d=2$ ではサンプリング周波数は $f_d = f_s/2$ であるので、信頼できる同定の帯域は $f_d/5 = f_s/10$ 以下の帯域となる。そこで $f_s/20 \sim f_s/10$ の帯域は、 $d=2$ の推定値に基づいて周波数特性を計算する。最後に、 $f_s/10 \sim f_s/2$ の帯域は、デシメーションを行わない（すなわち $d=1$ ）もとの入出力データに基づいて計算された推定値を用いて周波数特性を計算する。

[Step 5] 周波数応答の接続

Step 4 で計算した $d=1, 2, 4$ に対応する周波数応答特性の推定値を合成し、全周波数帯域における周波数応答の推定値とする。このとき、周波数分割点でゲイン・位相特性の推定値が大きなギャップをもつようであれば、デシメーションの次数、フィルタの特性を変更して MD 同定法を適用する。しかし、ここでは低域通過フィルタを用いており、また $d=1, 2, 4, \dots$ のようにオクターブ幅で周波数の分割を選択しておけ

Fig. 1 An example of the MD identification method

ば、対象の周波数特性を接近した間隔で分割しているため、大きなギャップを生じることはほとんどない。なお、デシメーションの次数決定に関する理論的な検討は、今後の課題としたい。

従来、最適なサンプリング周波数の選定法について数々の研究がなされているが¹⁰⁾、最適な一つのサンプリング周波数を決定する立場をとることが多かった。それに対して本論文で提案したようにデシメーションを複数個用いると、分割した周波数帯域ごとに異なるサンプリング周波数を選定することができ、選定の自由度が大幅に増える。特に、サンプリング周波数をソ

フトウェアで簡単に変更することができるため、一つの同定実験データから異なる同定条件を設定することができ、実用上非常に有効である。

さて、広周波数帯域にわたって振動モードが存在する場合、高域の振動モードを同定するためには高いサンプリング周波数を用いて、対象の入出力データをサンプリングする必要がある。このときサンプリング周波数を高くしていくと、同定対象の極が z -平面の単位円上の $z=1$ に漸近し、そのために数値的に悪条件になることが知られている^{9), 10)}。たとえば、低域の振動モードのみを同定するのであれば、より遅いサンプリ

ング周波数を用いても同定可能であるのに、高域の振動モードと同時に同定しようとするために、従来法では低域の振動モードに対しても数値的に悪条件の問題が生じてしまうという欠点を有していた。これに対して、本論文で提案した MD 同定法を用いると、低域の振動モードに対してはデシメーションを適用することにより等価的にサンプリング周波数を荒くしているので、悪条件の問題が生じにくくなっている。しかし、高域の振動モードに対しては従来の最小 2 乗法を直接適用しているため、高いサンプリング周波数に起因する悪条件の問題が生じる可能性がある。本論文ではそのような問題に対処するため、数値的に頑健な UD 分解法を用いて最小 2 乗推定値を計算している。

またデシメーション自身の利点として、デシメーションで用いたフィルタは、その通過帯域以外の雑音成分を除去する特性をもつので、SN 比が相対的に向上し、同定精度が高くなる。しかも、求めたい特性の帯域での雑音パワーが比較的平坦な場合には、デシメーションによりその帯域外の雑音スペクトルの影響を受けないようにできるので、デシメーション後の入出力信号に対して最小 2 乗法を適用してもバイアスのない推定値が得られることも大きな利点である。

本論文では、同定対象の周波数特性を求めることを目的としているが、パルス伝達関数が必要な場合には、周波数特性の同定結果を時間領域に変換する必要が生じる。このような場合には、たとえば文献 11), 12) で提案されている方法の利用が考えられるが、この点に関しては今後の課題としたい。

4. 産業用ロボットへの MD 同定法の適用

高速動作が要求される産業用ロボットでは、アームを軽量化するために、タイミングベルトやハーモニックギアなどの軽量な減速機構が用いられる。これらの減速機構は、制御系の安定性を左右する減衰比の小さな振動特性をもっているため、振動特性の高精度な同定が必要となる。

ここでは、ロボット各軸をパルス伝達関数 $G(z^{-1})$ で表わされる 1 入出力系とみなし、ロボット各軸の入出力データに対して本論文で提案し

た MD 同定法を適用する。

(1) 式において、入力信号 u_k はモータへのトルク指令値、出力信号 y_k はモータ回転角速度 $\dot{\phi}_k$ とし、これは回転角センサの値を差分して次式より求める。

$$\dot{\phi}_k = \frac{1}{\Delta T} [\phi_k - \phi_{k-1}] \quad (11)$$

Fig. 2 に図示した産業用スカラーロボットの第 2 軸を用いて、MD 同定法の検証実験を行った。この軸の駆動源は AC サーボモータで、タイミングベルトとハーモニックギアを組み合わせて減速しており、振動の共振点は約 20, 100, 200 Hz に存在している。以下の同定では、M 系列信号をモータに開ループで入力した。

M 系列入力信号の一部とそのときの角速度出力を Fig. 3 (a) に示した。このとき、 $f_s = 1$ [kHz]、 $N =$

Fig. 2 Robot arm to be identified

(a) Input-output data

(b) Frequency response estimates

Fig. 3 Identification results obtained by the conventional LS method

1,990 としたので、同定時間は約 2 秒間である。この入出力データに直接 UD 分解法を適用して同定を行うと、Fig. 3(b) の周波数応答が得られた。この図より、200 Hz 付近の共振点は同定されているが、低周波領域の振動モードは同定できていないことがわかる。

そこで MD 同定法の適用を検討する。ここでは Fig. 1 で示したように、 $d=1, 2, 4$ とした。 $d=2, 4$ でデシメーションされた入出力信号を Fig. 4(a), (b) に示した。3 章で説明したように、0~50 Hz の間の帯域は $d=4$ 、50~100 Hz の間の帯域は $d=2$ 、そして 100~500 Hz の間の帯域は $d=1$ (もとの入出力デ

ータ) を用いて推定した周波数応答を採用してボード線図上で接続したものが Fig. 4(c) である。図より MD 同定法を用いると、従来法では同定できなかった 100 Hz および 20 Hz 付近の共振点も同定できるようになった。

つぎに、これらの同定結果を時間応答で評価しよう。まず、実機に適切なゲイン (経験的に妥当なという意味の) を与えて速度 I-P ループを構成したときのステップ応答を Fig. 5(a) に示した。つぎに、従来法と MD 同定法で同定された周波数応答 (Fig. 3(b) と Fig. 4(b)) に同じ I-P ゲインを与え、直接閉ループ系の周波数応答を求め、それらに対して逆フーリエ

Fig. 4 Identification results obtained by the MD method

Fig. 5 Comparison of identification results in the time domain

変換を利用してステップ応答を求めたのが、Fig. 5 (b)と(c)である。MD 同定法では、低次の振動モードまで同定できているため、Fig. 5(c)は(a)とよく一致していることがわかる。

従来、このようなタイプのロボットアームの振動特性は、正弦波掃引の手法に基づくサーボアナライザを用いることが一般的であった。しかし、サーボアナライザを用いると長い同定時間が必要となるため(本例では、約 10 分)、同定対象への負荷が大きかった。それに対して、本論文で提案した MD 同定法を用いると、わずか 2 秒間入出力データを収集するだけで高精度な周波数特性の同定が可能になった。

5. おわりに

本論文では、広帯域に渡って周波数特性を精度よく同定することが可能な MD 同定法を提案し、産業用ロボットアームの実験データを通してその有効性を検討した。特に MD 同定法は、従来同定することが困難であった低周波数領域に存在する振動モードの同定に有効であることが明らかになった。今後の課題としては、最適な周波数帯域の分割法すなわちデシメーションの次数の選定法があげられる。

最後に、デシメーションなどに関してご議論くださった慶応義塾大学佐野教授に感謝します。

参考文献

1) L. Ljung: System Identification—Theory for the

- User, Prentice-Hall (1987)
- 2) 佐野 昭: ノンパラメトリックモデルの同定, 計測と制御, **28-4**, 316/322 (1989)
 - 3) M. P. Quirk and B. Liu: Improving Resolution for Autoregressive Spectral Estimation by Decimation, IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, **ASSP-31-3**, 630/637 (1983)
 - 4) 飯野, 足立, 重政: フィルタリング操作を用いた連続時間システムの同定, 第 16 回制御理論シンポジウム資料, 193/196 (1987)
 - 5) 角田, 大森, 佐野: デシメーションを利用した周波数伝達関数の同定, 第 17 回制御理論シンポジウム資料, 229/232 (1988)
 - 6) D. M. Rovner and R. H. Cannon, Jr.: Experiments towards On-Line Identification and Control of a Very Flexible One-Link Manipulator, The International Journal of Robotics Research, **6-4**, 3/19 (1987)
 - 7) 相良, 秋月, 中溝, 片山: システム同定, 計測自動制御学会 (1981)
 - 8) G. C. Goodwin, M. E. Salgado and R. H. Middleton: Indirect Adaptive Control—An Integrated Approach, Proc. of ACC, 2440/2445 (1988)
 - 9) 足立, 和泉沢, 佐野: 悪条件を考慮した伝達関数モデルの同定, 信学論(A), **70-A-3**, 410/418 (1986)
 - 10) 相良節夫: システム同定とサンプリング, 日本自動制御協会第 16 回確率システムシンポジウム, 13/18 (1984)
 - 11) H. Stahl: Transfer Function Synthesis Using Frequency Response Data, Int. J. Control, **39-3**, 541/550 (1984)
 - 12) 大明, 飯野, 吉見, 重政: 周波数応答に基づく伝達関数の一推定法, 第 17 回制御理論シンポジウム資料, 233/236 (1988)
 - 13) 重政 隆: 計算機援用によるシステム同定, 計測と制御, **28-4**, 337/343 (1989)