ロボットマニピュレータの一離散時間適応制御系構成法[†]

高木章二*・武

偉*・小 坪 直 彦*・川 端 英 夫*

A Discrete Time Adaptive Control for Robotic Manipulators

Shoji TAKAGI*, Wei WU*, Naohiko KOAKUTSU* and Hideo KAWABATA*

This paper is concerned with a new discrete time adaptive control scheme for robotic manipulators. In order to reduce the number of unknown parameters, a nonminimum phase discrete time model of manipulators is used for the plant model. Because the usual model reference adaptive control scheme can not be applied to nonminimum phase plants, we construct a quasi-model-reference adaptive control system which permits small error between the reference model and the plant outputs. The asymptotical stability of the control system in the large is proved under a certain condition. A method of determining the parameters of the control system is proposed. The validity of the proposed control system is confirmed experimentally.

Key Words: adaptive control, robot, manipulator, nonminimum phase system, digital control

1. ま え が き

ロボットマニピュレータには各リンク間に干渉があり、また遠心力やコリオリ力などの非線形慣性力が作用する。さらにマニピュレータの動特性はその姿勢やペイロードに依存する。このため固定された制御法則を用いただけでは動作範囲および動作条件のすべてにわたって質の高い位置制御や軌道制御を達成することは困難である。この問題に対して Dubowsky らはパラメータの同定と制御を同時に行う適応制御をはじめマニピュレータに応用した¹⁾。その後マニピュレータを対象とする適応制御の研究は連続時間形式^{2)~5)}および離散時間形式^{6)~8)}の両形式について多くなされている。しかしながら実用の観点からみるといくつかの

問題がある。

マニピュレータの動特性の変化やリンク間の干渉は特に高速運転時において顕著である。したがって自由度の多いマニピュレータに実時間同定を含む適応制御を応用する場合には複雑な非線形を多く含む演算の処理を速やかに行う必要がある。このような演算処理を要する制御には周知のようにディジタル計算機を使用することが有効である。また演算時間を短縮する立場からいえば、制御系の設計に際してはマニピュレータの数学モデルとして可能な限り未知パラメータの数を少なくした簡単なモデルを用いることが重要である。

連続時間形式の適応制御を計算機を用いて実行するためには、制御法則を離散化しなければならない。この場合には離散化された制御系の安定性は一般には保証されないのをこれを再検討する必要がある⁹⁾。したがってこの点から評価すれば離散時間形式が有利であるといえる。しかしながらマニピュレータに零次ホールドを前置して得られる離散化モデルはサンプリング周期が短い場合に単位円近傍に零点をもつことになるから⁹⁾、これに閉ループ系の極と制御対象の零点が消失する形の代表的な適応制御^{10), 11)}を用いることはできない。すなわち非最小位相系に対する適応制御法が要求される。これまでに一般的な非最小位相プラントを対象とした適応制御法の主なものとして、閉ループ系の極だけを完全に指定する適応極配置制御^{12)~14)}、一般化出力を導入する方法^{15)~17)}、むだ時間+AR モデルでプラントを近似する方法¹⁸⁾、一般化予測制御¹⁹⁾および規範出力の未来値から制御入力を負の時間軸方向に求めるモデル規範形適応制御²⁰⁾などが提案されている。これらをマニピュレータに応用する際には上述のマニピュレータの特徴を十分に配慮することが重要であると考ええる。

Tomizuka らはサンプリング周期が十分に短くまたパラメータ変化が適応動作よりも十分に遅いとの前提下にマニピュレータの線形離散化モデルを導き、これ

[†] 第8回および第9回適応制御シンポジウムで発表
(1988・1, 1989・1)

* 豊橋技術科学大学 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1

* Toyohashi University of Technology, Toyohashi
(Received September 14, 1989)

(Revised April 6, 1990)

に対して適応制御系を構成した⁶⁾。このモデルは未知パラメータの数が少なく簡単であるが、単位円上に零点をもつ非最小位相系である。したがって Tomizuka らは最小位相系となる速度制御ループにモデル規範形適応制御を、その外側の位置制御ループに非適応制御を用いて制御系全体の安定性を確保した。また藤井らは Tomizuka らのマニピュレータの離散化モデルに類似のプラントに対して適応極配置制御を応用してより簡単な構造をもつ制御系を構成している²¹⁾。しかし適応極配置ではプラントの零点が補償されないので出力の目標値への追従性の改善は十分とはいえない。Tomizuka らは前述の適応制御系に zero phase error tracking²²⁾を実現する前置補償器を設けて目標値への追従性を向上させる方法を提案している²³⁾。

本報では簡単な構造をもつ制御系を構成する立場から、Tomizuka らが提案した簡単な形のマニピュレータの非最小位相離散化モデルを対象として離散時間適応制御系の一構成法を提案する。また、ある条件下に制御系の大域的漸近安定性が保証されることの証明と制御系のパラメータの一決定法について述べる。さらに、垂直平行四辺形リンク形のマニピュレータを用いた実験により本制御法の妥当性を検討した結果を示す。

2. マニピュレータの離散時間モデル

一般に n 自由度多関節形マニピュレータの運動方程式は次式で表わされる。

$$M(y, m)\ddot{y}(t) + v(\dot{y}) + n(y, \dot{y}, m) + g(y, m) = \tau(t) \quad (1)$$

ただし、 $y^T = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ は変位ベクトル、 $\tau^T = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]$ はトルク入力ベクトル、 M は慣性行列であり、 v は摩擦項、 n は非線形慣性項、 g は重力項を表わすベクトルである。また m はペイロードの質量であり、ドット (・) は時間微分を意味する。

適応制御系を設計する際に、制御対象の数学モデルによって制御系の精度や制御アルゴリズムの複雑さの程度が異なってくる。本報では、簡単なアルゴリズムを実現することを目的とする立場から、 M 、 v 、 n および g の変化は適応速度よりも遅いと仮定してこれらを時不変として扱うことにする。零次ホールドを前置して (1) 式を積分することにより得られる次式を制御対象のモデルとして用いることにする⁶⁾。

$$A(q^{-1})y(k) = Bq^{-2}(1+q^{-1})u(k) + w \quad (2)$$

ただし、

$$A(q^{-1}) = (1 - q^{-1})^2 \quad (3)$$

$$B = 0.5T^2M^{-1} \quad (4)$$

$$w = -T^2M^{-1}(v + n + g) \quad (5)$$

$$u(k) = \tau(k+1) = [u_1(k), \dots, u_n(k)]^T \quad (6)$$

であり、また q^{-1} は遅延演算子を、 k はサンプリング時点、 T はサンプリング周期を意味する。ここに、 $\tau(k)$ の計算時間を最大 1 サンプリング以内と見込んで (6) 式のように制御入力ベクトル $u(k)$ を定義している。なお (4)、(5) 式において M は正則でなければならないが、これは多関節形マニピュレータに対しては常に満足されることが明らかにされている²⁾。

対象とするモデル (2) 式をパラメトリック形で表わせば以下のようなものである。

$$A(q^{-1})y(k) = F^T x(k-2) \quad (7)$$

または、

$$A(q^{-1})y_i(k) = f_i^T x(k-2), \quad i=1, \dots, n \quad (8)$$

ただし、

$$F^T = [B, w] = [f_1, \dots, f_n]^T \quad (9)$$

$$x(k) = [(1+q^{-1})u^T(k), 1]^T \quad (10)$$

ここで、 F は $n+1$ 行 n 列の未知パラメータ行列。 $x(k)$ は k 時点までに入手可能な $n+1$ 次元信号ベクトルである。

3. 適応制御系の構成

3.1 制御目的および制御入力

本節では始めにプラントのパラメータが既知として提案する制御系の構成を明らかにし、つぎに適応制御入力について述べる。

プラントは (2) 式から知れるように -1 点に零点をもっているから非最小位相系である。したがって規範出力にプラント出力を漸近的に一致させるモデル規範形適応制御系は構成できない。本研究で提案する制御系はプラント出力と規範出力との間に誤差を許して許容できない極零点除去を避けて近似的にモデル規範形適応制御を達成しようとするものである。

本制御系の目的は次式を満たす制御入力を求めることである。

$$D(q^{-1})\{y(k+2) - y_m(k+2)\} = \mu BH(q^{-1})u(k) \quad (11)$$

ただし、 $y_m(k)$ は有界なる規範出力であり、また

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2} + d_3q^{-3} \quad (12)$$

は漸近安定多項式であり、 $H(q^{-1})$ は

$$H(1) = 0 \quad (13)$$

を満たす q^{-1} の多項式、 μ は定数である。これら μ 、 $H(q^{-1})$ および $D(q^{-1})$ は閉ループ系の大域的安定性が保証されるように選ぶ必要があるが、これについては後述することにする。なお (13) 式の条件により、 $u(k)$ が一定である場合には $y(k)$ は $y_m(k)$ に漸近的に

一致することが保証される。

さて、(11)式は $D'(q^{-1})=H(q^{-1})/D(q^{-1})$ と置いてつぎのように表わせる。

$$D(q^{-1})[\{y(k+2)-\mu BD'(q^{-1})q^{-2}u(k+2)\}-y_m(k+2)]=0 \quad (14)$$

この式から本制御法は、制御対象に並列に補償器を付加した拡張プラントの出力を規範モデルの出力に漸近的に一致させる制御法とみなすことができる。ただし並列補償器は未知パラメータを含んでおり、また D' が q^{-1} の有理関数になっているので、たとえば文献11)の手法をそのまま適用することはできない。

制御入力を求めるためにつぎのベズー式を導入する。

$$D(q^{-1})=A(q^{-1})R(q^{-1})+q^{-2}S(q^{-1}) \quad (15)$$

ただし、 $R(q^{-1})$ 、 $S(q^{-1})$ は唯一的につぎのように求められる。

$$R(q^{-1})=1+(d_1+2)q^{-1}$$

$$S(q^{-1})=2d_1+d_2+3+(d_3-d_1-2)q^{-1}$$

まず(15)式の両辺に $y(k+2)$ を乗じて(7)式を用いることによってつぎの式を得る。

$$\begin{aligned} D(q^{-1})y(k+2) &= R(q^{-1})F^T x(k) + S(q^{-1})y(k) \\ &= R(q^{-1})[B(1+q^{-1})u(k)+w] \\ &\quad + S(q^{-1})y(k) \end{aligned} \quad (16)$$

この式はプラントの方程式(7)式の別表現である。(11)式と(16)式から $D(q^{-1})y(k+2)$ を消去して制御入力を決定する式をつぎのように得る。

$$\begin{aligned} \{R(q^{-1})B(1+q^{-1})-\mu BH(q^{-1})\}u(k) \\ = -R(q^{-1})w - S(q^{-1})y(k) \\ + D(q^{-1})y_m(k+2) \end{aligned} \quad (17)$$

適応制御系の場合、制御入力(17)式の未知パラメータをその推定値に置き換えて次式から求められる。

$$\begin{aligned} [R(q^{-1})\hat{B}(k)(1+q^{-1})-\mu\hat{B}(k)H(q^{-1})]u(k) \\ = -R(q^{-1})\hat{w}(k)-S(q^{-1})y(k) \\ + D(q^{-1})y_m(k+2) \end{aligned} \quad (18)$$

ただし、 $(\hat{\cdot})$ は $(\cdot)$ の推定値を意味する。

3.2 パラメータ調整則

制御対象の未知パラメータベクトル f_i の推定値 $\hat{f}_i(k)$ はつぎのパラメータ調整則に従うとする。

$$\hat{f}_i(k)=\hat{f}_i(k-1)+J_i(k-1)x(k-2)e_i^*(k) \quad (19)$$

$$J_i^{-1}(k)=c_1(k)J_i^{-1}(0)+c_2(k)x(k-2)x^T(k-2) \quad (20)$$

ただし、

$$0 < c_1(k) \leq c_1(k-1), \quad 0 \leq c_2(k) < 2 \quad (21)$$

$$J_i^{-1}(0)=\text{diag}[j_{i1}^{-1}, \dots, j_{i(n+1)}^{-1}], \quad j_{ij} > 0 \quad (22)$$

また、 $e_i^*(k)$ は拡張誤差信号であり、次式とする。

$$e_i^*(k)=l_i^T(k)x(k-2) \quad (23)$$

ここに、 $l_i(k)=f_i-\hat{f}_i(k)$ はパラメータ誤差である。

適応ゲインの更新則(20)式は文献6)で提案された式を若干拡張したものである。パラメータが変動する場合に優れた適応則に固定トレース法¹¹⁾がある。本適応則は固定トレース法と比較して収束性は劣るが、計算量が少ないという利点をもつ。(19)式を実行する際には $e_i^*(k)$ は(23)式を直接用いるのではなく、(23)式に(19)式および(8)式を用いて得られるつぎの式を用いる。

$$e_i^*(k)=\frac{A(q^{-1})y_i(k)-\hat{f}_i^T(k-1)x(k-2)}{1+x^T(k-2)J_i(k-1)x(k-2)} \quad (24)$$

上記のパラメータ調整則を用いると、すべての有界な $\hat{f}_i(0)$ に対して、 $x(k)$ の有界性に関係なく以下の(25)～(29)の関係が成立することを、リアプノフの安定論を用いることによって、証明することができる。証明の概略を付録に示す。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_i^*(k)=0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (25)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} l_i^T(k)J_i^{-1}(k)l_i(k) < \infty \quad (26)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^T(k-2)J_i(k-1)x(k-2)e_i^*(k)^2=0 \quad (27)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} c_2(k-1)\{l_i^T(k)x(k-3)\}^2=0 \quad (28)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \{c_1(k)-c_1(k-1)\}l_i^T(k)J_i^{-1}(k-1)l_i(k)=0 \quad (29)$$

以下に閉ループ系の安定性と系内信号の有界性を検討するが、その際(25)～(28)式が用いられる。

3.3 制御目的の達成と系内信号の有界性

制御対象のパラメータが未知である適応制御の場合には、制御目的はつぎの式が成立することになる[(11)式参照]。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_o(k+2)=0 \quad (30)$$

ただし、

$$\begin{aligned} E_o(k+2) &= D(q^{-1})\{y(k+2)-y_m(k+2)\} \\ &\quad - \mu \hat{B}(k)H(q^{-1})u(k) \end{aligned} \quad (31)$$

本節ではある条件下に(30)式が成立し、かつ制御系内のすべての信号が有界に保たれることを示す。以下にその証明の概略を述べる。

まず(16)式と(18)式よりつぎの式が得られる。

$$E_o(k+2)=R(q^{-1})L^T(k)x(k)=R(q^{-1})E(k+2) \quad (32)$$

ただし、

$$L(k)=F-\hat{F}(k)=[l_1(k), l_2(k), \dots, l_n(k)] \quad (33)$$

$$\begin{aligned} E(k) &=[e_1(k), e_2(k), \dots, e_n(k)]^T \\ &= L^T(k-2)x(k-2)=A(q^{-1})y(k) \\ &\quad - \hat{F}^T(k-2)x(k-2) \end{aligned} \quad (34)$$

$$e_i(k)=l_i^T(k-2)x(k-2) \quad (35)$$

したがって、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_i(k) = 0 \quad (36)$$

が成立すれば(30)式, すなわち制御目的が達成されることになる。以下に(36)式が成り立つことを示す。適応ゲイン $J_i(k)$ はその定義から知れるように任意の k に対してつぎの関係を満たす。

$$J_i^{-1}(k) = \{J_i^{-1}(k)\}^T > 0 \quad (37)$$

この式から $J_i(k)$ は半正定であることが知れる。したがって(27)式よりつぎの式が得られる。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} J_i^{1/2}(k-1)x(k-2)e_i^*(k) = 0 \quad (38)$$

さらに(37)式より $J_i(k)$ が有界であることも知れる。このことと(38)式よりつぎの式が容易に導かれる。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} J_i(k-1)x(k-2)e_i^*(k) = 0 \quad (39)$$

(39)式を(19)式に用いると

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \{f_i(k) - \hat{f}_i(k+m)\} = 0 \quad (40)$$

が得られる。ここに m は有界な整数である。一方, (26)式および $J_i^{-1}(k) > 0$ [(37)式] より $L_i(k)$ が有界であることが知れる。このことと(40)式を勘案すれば $\hat{f}_i(k)$ が一定ベクトルに収束することが結論できる。さらに, 以下においては $x(k)$ が P. E. (Persistently Exciting)¹⁴⁾であることを仮定する。このとき(23), (25)式より $L_i(k)$ は0に, すなわち $\hat{f}_i(k)$ は真値に収束する。このことと $L_i^T(k)x(k-2)$ が0に収束することを勘案すれば $|x(k-2)|$ の逆数は微小数 $|L_i(k)|$ よりも低位であることが知れる。したがって, つぎの関係が成立する。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_i(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} [f_i - \hat{f}_i(k-2)]^T x(k-2) = 0 \quad (41)$$

すなわち, (36)式が証明された。

つぎに制御系内の信号の有界性を検討する。まず, (31)式と(32)式より $E_0(k+2)$ を消去して

$$D(q^{-1})[y(k+2) - y_m(k+2)] - \mu \hat{B}(k)H(q^{-1})u(k) - R(q^{-1})E(k+2) = 0 \quad (42)$$

を得る。つぎに(34)式と(42)式から $y(k)$ を消去して,

$$\begin{aligned} [D(q^{-1})\hat{B}(k)(1+q^{-1}) - \mu A(q^{-1})\hat{B}(k)H(q^{-1})]u(k) \\ = D(q^{-1})[A(q^{-1})y_m(k+2) - \hat{w}(k)] - S(q^{-1})E(k) \end{aligned} \quad (43)$$

を得る。 $k \rightarrow \infty$ のとき $E(k) \rightarrow 0$ が成立することはすでに述べた。この関係と(34), (7), (9), (10)式より

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \{B - \hat{B}(k)\}(1+q^{-1})u(k) = 0 \quad (44)$$

が成り立つことが知れる。ここで, パラメータ誤差と $u(k)$ はつぎの関係を満足するものと仮定する。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \{B - \hat{B}(k)\}H(q^{-1})u(k) = 0 \quad (45)$$

この仮定は $u(k)$ が発散するとき, $\hat{B}(k)$ の B への収束速度が $u(k)$ の発散速度よりも速い場合に妥当性をもつものである。 $E(k) \rightarrow 0$ および(44), (45)式を(43)式に用いて

$$\begin{aligned} [D(q^{-1})(1+q^{-1}) - \mu A(q^{-1})H(q^{-1})]u(k) \\ = B^{-1}D(q^{-1})[A(q^{-1})y_m(k+2) - \hat{w}(k)] \end{aligned} \quad (46)$$

を得る。(46)式の右辺は有界な信号であるから, q^{-1} の多項式

$$P(q^{-1}) = D(q^{-1})(1+q^{-1}) - \mu A(q^{-1})H(q^{-1}) \quad (47)$$

が漸近安定であれば(45)式的前提下に $u(k)$ の有界性は保証される。なお(2), (14)式より, $P(q^{-1})$ は出力を $Y(k) = y(k) - \mu B D^{-1}(q^{-1})u(k-2)$ とする拡張プラントの零点を与える多項式であり, $P(q^{-1})$ が漸近安定であればパラメータが既知の場合に $Y(k)$ は規範出力 $y_m(k)$ に漸近することが知れる。

3.4 設計パラメータの決定法

本適応制御系の大域的安定性が保証されるためには(47)式が漸近安定でなければならない。本節では制御系のパラメータすなわち $D(q^{-1})$, $H(q^{-1})$ の係数および μ を決定する一つの方法について述べる。 $D(q^{-1})$, $H(q^{-1})$ をつぎのように置くことにする。

$$D(q^{-1}) = (1 - z_0 q^{-1})^3, \quad |z_0| < 1 \quad (48)$$

$$H(q^{-1}) = 1 - q^{-1} \quad (49)$$

この場合には制御系の設計パラメータは μ と z_0 である。閉ループ系の安定領域は Fig. 1 のように表わされる。

図中には, 後述の実験に用いたマニピュレータを関節角 $y_1 = 30^\circ$, $y_2 = 0^\circ$ (Fig. 4 参照) の近傍で線形化して得られる離散時間モデル(2)式を対象にして行ったシミュレーション結果が示されている。丸印は安定点, ×印は不安定点である。シミュレーションの結果は3.2節で導いた安定領域をよく支持している。なおシミュレーションにおける三つの軸の規範出力は振幅 45° , 周波数 1 Hz とする正弦波である。

Fig. 2 は, 実験に用いたマニピュレータを対象と

Fig. 1 Stable region of closed loop system

Fig. 2 Simulation results of control performance ($m=0$, $T=5$ ms)

し、モータはダイレクトドライブ方式を想定して各リンクへのトルクを制御入力とした場合のシミュレーション結果の一例である。規範出力は Fig. 1 の場合と同様であり、 z_0 を 0.6 に保ち μ を安定領域内で変化させた場合の制御入力の変化量のノルム $\|\Delta u\| = \|u(k) - u(k-1)\|$ と出力誤差のノルム $\|e\| = \|y(k) - y_m(k)\|$ が示されている。図中の A~G は Fig. 1 中の同じ記号に対応する μ の値を意味する。Fig. 2 から、出力誤差は $|\mu|$ の増加に対してわずかに増加することが知れる。一方、制御入力の変化量は安定限界近傍において大きな値をとる。すなわち制御入力の変動が激しいことが知れる。したがって、 z_0 を定値とすると、 μ は安定領域幅の中間値に選ぶことが望ましいといえる。このことはマニピュレータの離散化モデル誤差に基づくロバスト性の観点からも望ましいといえる。

出力誤差の周波数依存性は (14) 式から知れるように $H(q^{-1})/D(q^{-1})$ によって決定される。Fig. 3 に $H(q^{-1})/D(q^{-1})$ の周波数応答を示す。Fig. 3 を参照して、 z_0

Fig. 3 Frequency responses of $H(z^{-1})/D(z^{-1})$

を 0.4 以下に選べば出力誤差の周波数による依存性は比較的小さいことが知れる。 $D(q^{-1})$ および $H(q^{-1})$ を (48) および (49) 式のように選んだ場合には、上記のように設計パラメータを合理的に決定することができる。

4. 実験

実験に用いたマニピュレータはダイキン工業製の垂直平行四辺形リンク 3 自由度マニピュレータであり、模式図を Fig. 4 に示す。マニピュレータは各関節トルクへの入力为零の場合にリンクが鉛直下方に平衡するように設置されている。各関節角の動作範囲は $0^\circ \leq y_1 \leq 360^\circ$, $-90^\circ \leq y_2 \leq 90^\circ$, $-90^\circ \leq y_3 \leq 90^\circ$ であり、これは $y_2 = y_3 = 0$ なる点に特異点をもっている。各リンクの長さ、質量および質量中心の寸法を Table 1 に示す。また、Fig. 5 は実験装置の概略を示したものである。各軸の角度はポテンシオメータにより測定されて A/D 変換器を介してコンピュータに入力される。コンピュータからの制御入力は D/A 変換器を介して電流フィードバックをもつサーボアンプによって増幅される。また各軸は減速比 1/8 の歯車を介して DC サーボモータによって駆動される。通常の産業用ロボットでは減速比は 1/100 程度が採用されて

Fig. 4 Schematic diagram of manipulator

Table 1 Dimension and mass of links

Link No.	m_i (kg)	L_i (m)	s_i (m)
1	0.361	0.090	—
2	0.070	0.050	0.007
3	0.023	0.128	0.064
4	0.016	0.050	0.025
5	0.089	0.128	0.019

Fig. 5 Experimental set-up

いるから、パラメータ変動によるモータに加わるトルク変動は小さい。これに対して本実験で対象とするマニピュレータは減速比から分類すれば産業用ロボットとダイレクトドライブロボットの中間に位置するものである。

対象とするマニピュレータでは慣性行列 M の (1, 2), (1, 3), (2, 1) および (3, 1) 要素が 0 であるので、適応制御系は第 1 軸の旋回運動と干渉を含む第 2, 第 3 軸の二つに分割して構成した [(2) 式参照]。すべての実験において適応ゲインの初期値の対角要素は 10^8 とした。またサンプリング周期は 5 ms とした。

はじめに規範出力として Fig. 2 と同様の正弦波を与えた場合の実験結果を示す。この場合、各軸の出力が規範出力に追従するとして、慣性行列の要素 m_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$) の変化量の各軸最大値を、モータの慣性モーメントを各リンク軸に換算した値 ($0.000102 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$) の比で表わしてみると、第 1 軸は約 3 倍であり、第 2, 第 3 軸は約 0.1 倍である。すなわち、通常の産業用ロボットと比較して第 1 軸の慣性モーメントの変化はかなり大きいといえる。Fig. 6 は、

各軸の回転角度 y_i , 規範出力 y_{mi} , 誤差 e_i ($i=1, 2, 3$), パラメータ推定値および制御入力 (リンクに作用するトルク) の時間的変化の一例を示したものである。周波数は 1 Hz である。この場合、計算により求めたパラメータ変動にともなうトルク変動は非線形項が $(v+n+g)$ が最大であり、第 1 軸は $0.06 \text{ N} \cdot \text{m}$, 第 2, 3 軸は $0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$ である。これを制御入力の測定値と比較すると、とくに第 2, 3 軸のトルク変動が大きいことが知れる。このようなパラメータ

変動が比較的大きい条件下においても本制御法は良い制御結果が得られることが図より確認できる。またパラメータは 0.1 s のオーダーで収束し、かつ収束後は定常的に変化しており、制御対象の離散化の過程で前提にした M, v, n, g の 1 サンプル内での時不変性の妥当性が確認できる。つぎに規範出力を Fig. 2 と同一に選び、 z_0 を 0.6 に保って μ を変化させた場合の誤差と制御入力の変化量のノルムの時間平均値を Fig. 7 に示す。Fig. 2 と比較して、制御入力の変化量のノルムがシミュレーションでは安定領域のほぼ中央において最小となるのに対して、実験ではそれよりも少し大きい μ の値で最小になっている点を除けば、シミュレーションの結果と実験結果は定性的によく一致している。Fig. 8 は誤差のノルムの時間平均値の実測値 (丸印) を横軸に ωT をとって示したものである。ただし ω は規範出力の角周波数である。実験は周波数を 0.2 Hz から 2.5 Hz まで変化させて行った。誤差は z_0 および ωT の増加にしたがって増加することが知れるが、これは Fig. 3 の結果を支持している。なお、図中には非線形摩擦を無視し、かつダイ

Fig. 6 Experimental results of the proposed adaptive control system
($m=0, z_0=0.6, \mu=-4$)

Fig. 7 Experimental results of control performance versus μ ($m=0$, $z_0=0.6$)

Fig. 8 Experimental results of control performance versus frequency of reference output ($m=0$)

レクトドライブ方式とした場合のシミュレーション結果を参考のために実線、鎖線および破線で示してある。

つぎにマニピュレータの手先の3次元軌道追従制御結果の一例を Fig. 9 に示す。この実験では手先を○

Fig. 9 Measured trajectory of three dimensional motion ($m=50$ g, $z_0=0.6$, $\mu=-4$)

点からA点まで 0.5 s で直線的に移動させ、つづいて 1 s で直径 7 cm の円軌道 A-B-C-D-A を描かせてA点からO点まで 0.5 s で直線的に移動させた。追従性は比較的良好といえる。

5. む す び

本報では、ロボット・マニピュレータの非最小位相モデルを対象として離散時間適応制御の一構成法および設計法を提案し、その妥当性を実験により検討した結果について述べた。実験結果より提案した制御系のアルゴリズムは比較的簡単であるにもかかわらず良好な制御結果が得られることが知れた。なお本手法は零点および極が既知であるプラントに容易に応用することができる。

参 考 文 献

- 1) S. Dubowsky and D. T. DesForges: The Application of Model Reference Adaptive Control to Robotic Manipulators, ASME J. of DSC, **101**-3, 193/200 (1979)
- 2) R. Horowitz and M. Tomizuka: An Adaptive Control Scheme for Mechanical Manipulators—Compensation of Nonlinearity and Decoupling Control, ASME Paper 80-WA/DSC-6 (1980)
- 3) 竹垣, 有本: マニピュレータの適応的な軌道制御方式, 計測自動制御学会論文集, **17**-4, 467/472 (1981)
- 4) 大須賀公一: 非線形メカニカルシステムの適応制御, 計測自動制御学会論文集, **22**-7, 756/762 (1986)
- 5) 宮里, 大島: ロボットマニピュレータの非線形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **24**-1, 63/68 (1988)
- 6) M. Tomizuka and R. Horowitz: Model Reference Adaptive Control of Mechanical Manipulators, IFAC Adaptive Systems in Control and Signal Processing 1983, 27/32 (1983)
- 7) W. Wahab and P. E. Wellstead: Multivariable Self-Tuning for Robotic Servo Applications, IFAC Adaptive Systems in Control and Signal Processing 1986, 289/295 (1986)
- 8) M. Tomizuka, R. Horowitz, G. Anwar and Y. L. Jia: Implementation of Adaptive Techniques for Motion Control of Robotic Manipulators, ASME J. of DSC, **110**-1, 62/69 (1988)
- 9) K. J. Åström, P. Hagander and J. Sternby: Zeros of Sampled Systems, Automatica, **20**-1, 31/38 (1984)
- 10) G. C. Goodwin, P. J. Ramadge and P. E. Caines: Discrete-Time Adaptive Control, IEEE Trans. Automatic Control, **AC**-25-3, 449/456 (1980)
- 11) I. D. Landau and R. Lozano: Unification of Discrete Time Explicit Model Reference Adaptive Control Designs, Automatica, **17**-4, 593/611 (1981)
- 12) H. Elliott and W. A. Wolovich: Parameter Adaptive Identification and Control, IEEE Trans., **AC**-24-8, 592/594 (1974)
- 13) K. J. Åström: Direct Methods for Nonminimum Phase Systems, Proc. of 19th IEEE CDC, 611/615 (1980)
- 14) 鈴木, 新中, 田中: 適応極配置系の一構成法, 計測自動

制御学会論文集, 19-1, 28/35 (1983)

- 15) D. W. Clarke and P. J. Gawthrop: Self-Tuning Controller, Proc. IEE, **122**-9, 929/934 (1975)
- 16) R. M. Johnstone, S. H. Shah and D. J. Fisher: An Extension of Hyperstable Adaptive Control to Non-Minimum Phase Systems, Int. J. of Control, **31**-3, 539/545 (1980)
- 17) R. Kumar and J. B. Moore: Minimum Variance Control Harnessed for Non-Minimum-Phase Plants, Preprints of 8th IFAC Congress, 969/974 (1981)
- 18) 藤井, 水野: プラントのむだ時間+AR モデルによる多入出力離散時間モデル規範形適応制御系の設計法とその応用, 計測自動制御学会論文集, **18**-3, 238/245 (1982)
- 19) D. W. Clarke, C. Mohtade and P. S. Tufts: Generalized Predictive Control, Part I, Automatica, **23**-2, 137/148 (1987)
- 20) 田村, 三井: 離散時間系のモデル規範形適応制御, 第9回適応制御シンポジウム資料, 69/74 (1989)
- 21) 藤井, 水野, 今泉: 簡単な構造をもつ離散時間適応サーボ系の設計と2次元サーボ機構への応用, 計測自動制御学会論文集, **24**-7, 685/692 (1988)
- 22) M. Tomizuka: Zero Phase Error Tracking Algorithm for Digital Control, ASME J. of DSMC, **109**-1, 65/68 (1987)
- 23) G. Anwar, M. Tomizuka, R. Horowitz and T. Kubo: Experimental Study on Discrete Time Adaptive Control of an Industrial Robot Arm, IFAC Adaptive Systems in Control and Signal Processing, 265/270 (1986)
- 24) 新中, 鈴木: 一般化パラメータ適応則の拡張とその性質, 計測自動制御学会論文集, **19**-11, 881/888 (1983)

《付録》 (25)~(29) 式の証明

リアプノフ関数の候補としてつぎの関数を導入する。

$$V_i(k) = L_i^T(k) J_i^{-1}(k) L_i(k) \quad (\text{A. 1})$$

(A. 1) 式の $J_i^{-1}(k)$ に (20) 式を代入して, さらに (23) 式を用いてつぎの式を得る。

$$V_i(k) = c_1(k) L_i^T(k) J_i^{-1}(0) L_i(k) + c_2(k) e_i^*(k)^2 \quad (\text{A. 2})$$

一方, (20) 式を $J_i^{-1}(0)$ について解き, k を $k-1$ に置換してつぎの式を得る。

$$J_i^{-1}(0) = \frac{1}{c_1(k-1)} \{ J_i^{-1}(k-1) - c_2(k-1) x(k-3) x^T(k-3) \} \quad (\text{A. 3})$$

(A. 3) 式を (A. 2) 式に用いければ

$$\begin{aligned} V_i(k) = & c(k) [L_i^T(k) J_i^{-1}(k-1) L_i(k) \\ & - c_2(k-1) \{ L_i^T(k) x(k-3) \}^2] \\ & + c_2(k) e_i^*(k)^2 \end{aligned} \quad (\text{A. 4})$$

ただし, $c(k) = c_1(k)/c_1(k-1)$. つぎに, (A. 1) 式において k を $k-1$ に置換して得られる式に (19) 式を $L_i(k)$ で表わした式を用いれば次式を得る。

$$\begin{aligned} V_i(k-1) = & L_i^T(k) J_i^{-1}(k-1) L_i(k) \\ & + \{ 2 + x^T(k-2) J_i(k-1) x(k-2) \} e_i^*(k)^2 \end{aligned} \quad (\text{A. 5})$$

(A. 4), (A. 5) 式より

$$\begin{aligned} \Delta V_i(k) = & V_i(k) - V_i(k-1) \\ = & \{ c(k) - 1 \} L_i^T(k) J_i^{-1}(k-1) L_i(k) \\ & - c(k) c_2(k-1) \{ L_i^T(k) x(k-3) \}^2 \\ & - \{ 2 - c_2(k) \} e_i^*(k)^2 \\ & - x^T(k-2) J_i(k-1) x(k-2) e_i^*(k)^2 \end{aligned} \quad (\text{A. 6})$$

を得る。 $c_1(k)$, $c_2(k)$ が (21) 式を満足するとき, (A. 6) 式右辺の各項はすべて非正であるから $\Delta V_i(k) \leq 0$ となり, $V_i(k)$ はリアプノフ関数であることが知れる。 $V_i(k)$ は下に有界であるから $k \rightarrow \infty$ のとき $\Delta V_i(k) \rightarrow 0$ となる。すなわち (A. 6) 式右辺の各項は 0 に漸近する。したがって (25), (27)~(29) 式が得られる。また $V_i(k)$ は一定値に収束するから (26) 式が得られる。