インダクタ形同期電動機の移相用コンデンサの選定法

戸 恒 明*

On the Choice of Phase-Shift Capacitor for Inductor Motor Fed from a Single-Phase Supply

Akira TOZUNE*

Synchronous inductor motors identical in construction to PM-type stepping motors are widely used in chart paper drive and other applications owing to their characteristics of constant speed in a low speed range and excellent start/stop performance. This type of motor is usually driven from single phase source with a phase-shift capacitor.

This paper discusses some methods for choosing phase-shift capacitor. The influence of capacitor value on motor characteristics is being investigated showing that there exists specific values of capacitor for making pull-out torque maximum and alternating torque minimum.

Based on these results, three criteria to determine the value of capacitor are presented. These are;

- 1) Minimum alternating torque.
- 2) Maximum pull-out torque.
- 3) $\pi/2$ phase difference between main and auxiliary phase currents at standstill.

A comparison is achieved between pull-out torque, alternating torque, and starting characteristics under the above three conditions.

As a result, "minimum alternating torque condition" is recommended for proper choice of capacitor value for the normal use of inductor motors.

Key Words: inductor motor, PM motor, permanent magnet synchronous motor, two-phase PM motor

1. ま え が き

ここで取扱うインダクタ形同期電動機というのはPM形ステッピングモータと同一構造を有する同期電

動機のことである。この種の電動機は安価で一定の低速回転が得られるが、容量的には10W以下、通常は数W程度がほとんどである。用途としては、レコーダの紙送り、遊技台（パチンコ台）の玉打出し機、調節計、キャリッジ駆動、高速プリンタなどがある。インダクタ形同期電動機に対して要求される特性としては、低速の一定回転を得ることのほかに、用途によっては比較的大きな駆動トルクが得られること、同一特性をもった両回転駆動が容易に行えること、始動性が良いこと、振動が少ないことなどである。また振動に関しては、インダクタ形同期電動機がギア付で用いられることが多いことからバックラッシュとの関連で問題視される場合もある。

この種の電動機についてはSnowdon¹⁾が初めて特性の紹介などを行ったが、その後あまり検討がなされなかったようである。

しかし最近になって、過渡特性の検討などがなされ²⁾筆者らも運転特性や始動特性の解析³⁾、ならびに機械的非対称性が特性に及ぼす影響⁴⁾などを明らかにした。これらにより、インダクタ形同期電動機の特性はほぼ明らかにされたと考えられる。

しかしながら、一方、この種の電動機は単相電源にてコンデンサ移相運転される場合が多く、コンデンサの選定により特性が大幅に変化することが考えられる。したがって、コンデンサ容量の選定が重要な問題となる。通常、電動機を単相電源でコンデンサ運転する場合には両相巻線は非対称とし、良好な特性が得られるように巻数比とコンデンサ容量を選定する方法が取られる。しかしながらインダクタ形同期電動機の場合には、コンデンサ運転を行う場合にも逆転に適した両相同一巻線が用いられることが多く、逆転を行うにあたってはコンデンサを挿入する相を入れ替える方法が取られている。したがって、インダクタ形同期電動機に対しては両相同一巻線の条件のもとでコンデンサ

* 群馬大学工学部 桐生市天神町 1-5-1

* Faculty of Engineering, Gunma University, Kiryu

(Received September 25, 1989)

(Revised March 20, 1990)

量の選定法を検討することが必要となる。

コンデンサ容量の選定にあたっては、先に述べたインダクタ形同期電動機に要求される特性をすべて完全に満足するようにすることが望ましいがこれは不可能である。

そこで本文では、最大トルク、振動トルク、電流、始動特性などを総合的に見た特性が良好になるようなコンデンサ容量の選定法について検討する。すなわち、コンデンサ容量の選定基準として

- (1) 無負荷時の振動トルクが最小となる条件
- (2) 脱出トルクが最大となる条件
- (3) 始動時における両相の巻線電流の位相差が $\pi/2$ となる条件

の三つの条件を設けることを提案し、それぞれの場合に得られる特性を比較、検討する。

なお、(3)の条件は始動特性にかかわる条件として取り上げたものである。

2. 特性計算式

3章でコンデンサ容量の選定と特性との関連について考察するが、本章ではその際必要となる特性計算式について検討する。

Fig. 1 に PM 形インダクタ同期電動機の展開図を、Fig. 2 に解析上のモデルを示す。解析にあたっては、先に述べたように、インダクタ形同期電動機の場合には両相の巻線を同一に運ぶことが多いので、ここでは巻数比を1として取扱うことにする。

Fig. 1 Schematic representation of a PM type synchronous inductor motor

Fig. 2 Analytical model of a synchronous inductor motor

Fig. 2 に基づいて主巻線および補助巻線（コンデンサ巻線）の電圧方程式を立てるとつぎのようになる。

$$\begin{cases} \dot{V}_m = Z_m \dot{I}_m + \dot{E}_m \\ \dot{V}_m = Z_a \dot{I}_a + j \dot{E}_m \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 $Z_m = r_m + jx_m$: 1 相当りの同期インピーダンス、 $Z_a = Z_m - jx_c$ (x_c : コンデンサのリアクタンス) $\dot{E}_m$: 回転子磁極によって主巻線に誘起される電圧。

このとき、正相分電流 $\dot{I}_f$ および逆相分電流 $\dot{I}_b$ は次式で与えられる³⁾。

$$\begin{aligned} \dot{I}_f = & \{ [(r_m + x_m)V_m - \{2r_m \cos \delta \\ & + (2x_m - x_c) \sin \delta\} E_m] \\ & + j[(x_m - x_c - r_m)V_m + \{2r_m \sin \delta \\ & - (2x_m - x_c) \cos \delta\} E_m] \} / H \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_b = & \{ (r_m - x_m)V_m + E_m x_c \sin \delta \\ & + j[(r_m + x_m - x_c)V_m + E_m x_c \cos \delta] \} / H \end{aligned} \quad (3)$$

$$H = 2[r_m^2 - x_m(x_m - x_c) + jr_m(2x_m - x_c)] \quad (4)$$

また、巻線誘起電圧 $\dot{E}_m$ の正相分 $\dot{E}_f$ および逆相分 $\dot{E}_b$ を

$$\begin{cases} \dot{E}_f + \dot{E}_b = \dot{E}_m \\ j\dot{E}_f - j\dot{E}_b = j\dot{E}_m \end{cases} \quad (5)$$

なる関係式より求めると

$$\dot{E}_f = \dot{E}_m, \quad \dot{E}_b = 0 \quad (6)$$

となり、出力 P および振動分出力 P_v はつぎのように表わされる。

$$P = 2|\dot{E}_m||\dot{I}_f| \cos \varphi_f \quad (7)$$

$$P_v = 2|\dot{E}_m||\dot{I}_b| \quad (8)$$

ここに、 δ : $\dot{V}_m$ と $\dot{E}_m$ の位相差角、 φ_f : $\dot{E}_m$ と $\dot{I}_f$ の位相差角。

コンデンサ運転時の特性は(1)~(4)式および(7)、(8)式によって求められることになる。

つぎに、始動特性を考察するための条件式について検討する。インダクタ形同期電動機は巻線抵抗が大きく、回転子による巻線誘起電圧 E_m も定格印加電圧に比べかなり小さいので、ここでは巻線電流を始動時から同期に至るまで一定として取扱うことにする。

いま、主巻線電流 i_m および補助巻線電流 i_a をそれぞれ

$$\begin{cases} i_m = \sqrt{2} I_m \cos \omega t \\ i_a = \sqrt{2} I_a \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (9)$$

とすると、発生トルク T は Fig. 2 を参照してつぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} T = & \sqrt{2} I_m n \phi_r N [\cos \omega t \cos \theta - k \cos(\omega t + \varphi) \sin \theta] \\ = & (\sqrt{2}/2) I_m n \phi_r N [\{\cos(\omega t + \theta) + \cos(\omega t - \theta)\} \\ & - k \{\sin(\omega t + \varphi + \theta) - \sin(\omega t + \varphi - \theta)\}] \end{aligned} \quad (10)$$

ここに, $k = I_a/I_m = \sqrt{(r_m^2 + x_m^2)/\{r_m^2 + (x_m - x_c)^2\}}$,

$\varphi = \{\tan^{-1}(x_m/r_m) + \tan^{-1}(x_c - x_m)/r_m\}$, n : 極対数,
 ϕ_r : 回転子1極当りの磁束, N : 主, 補巻線の有効巻数

したがって, 回転子系の運動方程式は

$$\begin{aligned} J(d^2\theta_m/dt^2) + D(d\theta_m/dt) \\ = (\sqrt{2}/2)I_m n \phi_r N [\{\cos(\omega t + \theta) \\ + \cos(\omega t - \theta)\} - k\{\sin(\omega t + \varphi + \theta) \\ - \sin(\omega t + \varphi - \theta)\}] \end{aligned} \quad (11)$$

ただし, J : 回転子(負荷を含む)の慣性モーメント, D : ダンピング係数, θ_m : 回転角(機械角)

ここで, $\theta = n\theta_m$ なる関係を用い, さらに磁界と回転子磁極との相対角度差 $(\omega t + \varphi - \theta)$ を

$$\omega t + \varphi - \theta = \varepsilon \quad (12)$$

とおき(11)式を ε の式に書き改めると次式のようなになる。

$$\begin{aligned} \varepsilon + 2\zeta\omega_n \dot{\varepsilon} - (\omega_n^2/2)[\{\cos(\varepsilon - \varphi) + \cos(2\omega t + \varphi - \varepsilon)\} \\ - k\{\sin(2(\omega t + \varphi) - \varepsilon) - \sin \varepsilon\}] \end{aligned} \quad (13)$$

$\tau = \omega_n t$ とおいて(13)式を書き改めるとつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varepsilon}{d\tau^2} + 2\zeta \frac{d\varepsilon}{d\tau} + \frac{1}{2}[\{\cos(\varepsilon - \varphi) + \cos(2\Omega\tau + \varphi - \varepsilon)\} \\ - k\{\sin(2(\Omega\tau + \varphi) - \varepsilon) - \sin \varepsilon\}] = 2\zeta\Omega \end{aligned} \quad (14)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\sqrt{2} I_m n^2 \phi_r N / J} \\ \zeta &= (D/2J) \sqrt{J / \sqrt{2} I_m n^2 \phi_r N} \\ \Omega &= \omega / \omega_n \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(14)式からコンデンサ移相時のインダクタ形同期電動機が電源投入後同期に入り得るための条件を求めることができる。すなわち, まず初期条件として $\varepsilon_{t=0} = \pi$ なる最も同期困難な条件³⁾を与え, ζ をある値に固定する。この ζ に対し種々の Ω を与えそれぞれの場合について(14)式を用いて位相面 $\varepsilon - \dot{\varepsilon}$ を画く。そのなかでもの最小値がゼロまで下りうような Ω のうち最も大きいものを選ぶ。この手順を種々の ζ について繰り返せば同期臨界条件を与える ζ と Ω の関係が得られる。

つぎに, 電源投入時からの過渡現象を検討するのに必要な連立微分方程式を以下に示す。

$$\left. \begin{aligned} v &= r_m i_m + L_m \frac{di_m}{dt} + n \phi_r N \cos \theta \frac{d\theta_m}{dt} \\ v &= r_m i_a + L_m \frac{di_a}{dt} + \frac{1}{C} \int i_a dt - n \phi_r N \sin \theta \frac{d\theta_m}{dt} \\ T &= n \phi_r N \{i_m \cos \theta - i_a \sin \theta\} \\ T &= J \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + D \frac{d\theta_m}{dt} + T_L \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(16)式中の $n \phi_r N$ は

$$n \phi_r N = (n \omega \phi_r N) / \omega = \sqrt{2} E_m / \omega \quad (17)$$

なる関係から求められる。

以上の特性計算式によりインダクタ形同期電動機の諸特性を求めることができる。

3. コンデンサ容量の選定条件と特性

3.1 選定条件

まず, x_c の特性に及ぼす影響を知るために, Table 1 に示した供試機Aを用いて x_c と無負荷時の線電流 I_T および振動トルク T_v との関係ならびに x_c と脱出時の電流 I_{T0} および脱出トルク T_0 との関係を計算しそれぞれ Fig. 3, Fig. 4 に示した。Fig. 3, Fig. 4 の特性を求めるにあたっては, まずそれぞれ

Table 1 Machine parameters for sample motors

	r_m (Ω)	X_m (Ω)	E_m (V)	n (Pole pairs)
Sample A	1,350	1,550	26.5	8
Sample B	2,150	2,050	34.5	12

Fig. 3 No load characteristics versus X_c

Fig. 4 Pull-out characteristics versus X_c

の x_c に対して出力がゼロおよび最大となる δ を求める必要がある。これらの δ は δ の値を種々変化させ、その都度 (2)~(4) 式および (7), (8) 式を用いて出力を計算する方法を繰り返すことによって求めた。つぎに、得られた出力がゼロおよび最大となるときの δ を (2)~(4) 式に適用して無負荷時および脱出時の特性を求めた。Fig. 3, Fig. 4 にみられるように、運転特性は x_c によって大きく変化することになるので x_c の選定が重要となることがわかる。しかしながら、同一の x_c でインダクタンス形同期電動機に要求されるすべての特性を同時に満足することはできない。

そこで、ここでは x_c の選定基準としてつぎの三つの条件を設け、それぞれの場合に得られる特性について比較する。

方法Ⅰ 無負荷時の振動トルクが最小となる条件

方法Ⅱ 脱出トルクが最大となる条件

方法Ⅲ 始動時における両巻線電流の位相差が $\pi/2$ となる条件

方法Ⅰに関連し x_c と振動トルクの関係を負荷をパラメータとして示すと Fig. 5 のようになる。同図にみられるように、振動トルクは無負荷時が最も大きくなることがわかる。したがって、方法Ⅰでは無負荷時における振動トルクが最小となるように x_c を決めるものとした。

方法Ⅰに基づく x_c の選定およびそのときの特性計算は Fig. 6 のフローチャートに示すような手順でなされる。

また、方法Ⅱに基づく x_c とそのときの運転特性は Fig. 7 のフローチャートに示した手順により求められる。

方法Ⅲは始動性を考慮に入れたもので、この条件を満たす x_c は

$$x_c = x_m + r_m^2 / x_m \quad (18)$$

Fig. 5 Alternating torque versus X_c .

Fig. 6 Flow chart for determining of X_c and motor performance (Method I)

Fig. 7 Flow chart for determining of X_c and motor performance (Method II)

と与えられる³⁾。

3.2 特性比較

ここでは、3.1節で提示した二つの方法によって x_c を選定した場合、得られる特性にどのような差異が生ずるかについて検討する。

Fig. 8 および Fig. 9 はそれぞれ $T=0.5T_2$ のときの線電流および無負荷時の振動トルクを方法Ⅰ, Ⅱ, Ⅲによって定まる各 x_c を用いて求め比較したも

Fig. 8 Comparison of line current ($T=0.5 T_2$) Fig. 9 Comparison of alternating torque ($T=0$)

Fig. 10 Comparison of pull-out torque

のである。また Fig. 10 は脱出トルクについての比較である。

なお、Fig. 8~10 においては、結果に一般性をもたせるため r_1/x_m と V/E_m をパラメータとして用いた (図中の T_2 , I_2s はそれぞれ平衡 2 相運転時の脱出トルクおよび停止時の巻線電流を示す)。

Fig. 8~10 からわかるように、同一の V/E_m に対しては巻線電流 I_T/I_2s 、振動トルク T_v/T_2 および脱出トルク T_0/T_2 とも、方法 I、方法 III、方法 II の順に大きくなっている。しかしながら特性ごとに大きさの比率は異なっている。たとえば V/E_m を実際の平均的な値に近い $V/E_m=3$ とし、 r_m/x_m を $r_m/x_m=0.9$ とした場合をみると、方法 II および方法 III の線電流は方法 I の 1.93 倍と 1.53 倍、振動トルクは 2.95 倍と 1.74 倍、また脱出トルクは 1.25 倍と 1.18 倍となっている。他の場合についても同様な傾向が示されている。

これらのことからわかるように、脱出トルクの最も大きい方法 II は最も小さい方法 I に比べ脱出トルクの増加はそれほど大きくないが、電流、振動トルクは大幅に増大することになる。

Fig. 11 は電源投入後同期に入りうるための条件、すなわち同期臨界条件を方法 I、II、III によって定める x_c を用いた場合について比較したものである。同図にみられるように、 ξ が大きい範囲では方法 II の Ω の値が最も大きくなっており、最も始動性が良いことがわかる。しかしながら、 ξ の小さい範囲では $\xi-\Omega$ 曲線は複雑な形をしており、 x_c が小さいほど (コンデンサ容量が大きいほど) Ω が大きいとは必ずしもなっていない。したがって方法 II が最も同期に入りやすいとは限らないことがわかる。

Fig. 12 は電源投入時から同期に至るまでの角速度の変化を比較した例である。同図には、 x_c が大きい順、すなわち、方法 I、III、II の順に速度変動の振幅が小さくなり、安定状態に達するまでの時間も短くなることが示されている。

以上の特性比較結果を総合的に判断すると、通常の使用に対しては、方法 I が最も適当な方法であると考えられる。

Fig. 11 Comparison of critical condition for self-synchronization

Fig. 12 Comparison of angular velocity for transient period

3.3 実測値との比較

これまでの解析結果の妥当性を確かめるため、理論値と実測値の比較を行う。

Fig. 13 および Fig. 14 は無負荷時の巻線電流および振動トルクを種々のコンデンサ容量について測定し、それぞれ理論値と比較したものである（供試機 B）。振動トルクに多少のずれはみられるが、理論値と実測値はほぼ同様の傾向を示しており、全般的にはほぼ一致しているとみることができる。なお、振動ト

Fig. 13 Comparison of theoretical values and experimental ones (no load winding currents)

Fig. 14 Comparison of theoretical values and experimental ones (alternating torque)

ルクは Fig. 15 に示した二相誘導速度発電機形加速度計⁶⁾を用いて測定した。Fig. 16 は脱出特性についての比較であるが、トルク、電流とも理論値と実測値はよく一致することが示されている。Fig. 17 は電源投入後同期に入りうるか否かの臨界条件についての比較を示す。

実測値は電動機に付加する慣性モーメントを種々変え、それぞれの場合の最小始動電流を測定し、その結果を ζ - Ω の関係に置き換えて求めたものである。理論

Fig. 15 Equipment for alternating torque measurement

Fig. 16 Comparison of theoretical values and experimental ones (pull-out characteristics)

Fig. 17 Comparison of theoretical values and experimental ones (critical conditions for self-synchronization)

値と実測値は比較的良好一致していることがわかる。

4. あとがき

インダクタ形同期電動機をコンデンサ移相運転する場合について、コンデンサ容量と電動機特性との関連を明らかにし、コンデンサ容量の選定法を考察した。

すなわち、脱出トルクおよび振動トルクがあるコンデンサ容量値において極値をもつことを明らかにし、これらの極値条件をコンデンサ容量の選定条件とすることを提案した。

つぎに、提示した選定条件を電動機の脱出トルク、振動トルクおよび始動特性の面から比較検討し、それぞれの得失を明らかにした。

その結果を基に、通常の使用においては、無負荷時の振動トルクが最小となる条件からコンデンサ容量を選定する方法が最も実用的であることを導いた。

終りにあたりご協力いただいた松波道夫技官ならびに有益な助言をいただいた日本サーボ(株)設計部坂本正文部長に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) A. E. Snowden and E. W. Madsen: Characteristics of a Synchronous Inductor Motor, Trans. Amer. Inst. Electr. Eng., March, 1/5 (1962)
- 2) 横塚, 関根, 馬場, 池田: PM モータの加速特性, 計測自動制御学会論文集, **23**-7, 750/756 (1987)
- 3) 戸恒 明: インダクタ形同期電動機の特性解析, 電気学会論文誌B分冊, **104**-5, 312/318 (1984)
- 4) A. Tozune and M. Sakamoto: Effects of Constructional Asymmetries on the Characteristics of 2-Phase Permanent Magnet Synchronous Motors, IEE PROCEEDINGS, **136**, Pt. B, No. 3, 143/150 (1989)
- 5) 須藤, 篠宮, 戸恒, 梅沢: 二相誘導電機形加速度計の基礎特性の検討, 制御工学, **11**-6, 308/313 (1967)