電磁誘導形肉厚センサの被覆を有する測定対象物への応用

山田 孝行*・鈴木 功*

An Application of Electromagnetic Thickness Sensor to Measurement of the Object Coated with Film

Takayuki YAMADA* and Isao SUZUKI*

We had proposed and developed an electromagnetic thickness sensor which can measure the thickness of a conductor plate or tube coated with rust. However, our measurements were made under rust-free conditions in the previous paper. Therefore, this paper presents the measurement of simulated rusty objects. The theoretical analysis related to rust-free measurement is expanded accordingly. The effects of rust on measurement are discussed using this expanded analytical result. Experimental results for steel plates coated with Teflon film in place of rust verify that our method can measure the thickness of rusty objects and confirm that the upper limit of the measurement is about 2.5 mm when the Teflon film thickness is 0.5 mm.

Key Words: Eddy current, measurements of thickness, sensor nondestructive test

1. はじめに

通信線路設備の保守管理作業を容易にするために、屋外の腐食した管路などの金属物の肉厚を定量的に把握することは重要である。しかし、一般に肉厚測定に用いられる超音波センサは表面の腐食除去などの煩雑な作業を必要とし劣悪な作業環境下において使用は困難である¹⁾。また、電磁誘導法を用いたセンサも従来手法では測定環境および測定対象物に制約が大きく屋外設備の測定には適していなかった²⁾。そこで、著者らは腐食した金属の測定を目的とした単一プローブ方式の肉厚センサを提案し研究を進めてきた^{3)~5)}。しかし、文献4)、5)で提案した肉厚センサは腐食のない測定対

象物を用いて肉厚センサの測定可能性を実証するのみで、腐食した測定対象物に対する検討を行っていなかった。

そこで、本論文は文献4)の解析を拡張し腐食した対象物の測定上の問題点について検討を行った。また、屋外の腐食は定量化が困難であり、空気を十分に含む腐食の透磁率および導電率は空気に近いと考えられることから、腐食のかわりに被覆層(テフロンフィルム)を用いて実験を行い、被覆層が存在するときの肉厚測定が可能であることを実証した。また、各被覆層厚ごとの測定対象物の肉厚に対するセンサ出力電圧の関係を実験により検討した。さらに、測定可能な肉厚の範囲の被覆層厚に対する依存性などの実験結果について、先の解析結果を用い定性的に議論した。

2. 腐食した測定対象物の肉厚測定法

Fig. 1 に本報告で提案する腐食した測定対象物の肉厚測定法の概略を示す。まず、図に示すようにセンサの測定周波数を比較的高周波数にして出力電圧を測定する。このときセンサの測定周波数はセンサ出力電圧が測定対象物の肉厚の影響を受けないほど十分高いものとすると、あらかじめ用意した較正曲線1(被覆

Fig. 1 Measurement of the object coated with film

* NTT 伝送システム研究所 茨城県那珂郡東海村白方
白根 162

* NTT Transmission Systems Laboratories, Naka-gun, Ibaraki
(Received October 18, 1989)
(Revised October 11, 1990)

層厚〔腐食層厚〕. vs. 出力電圧) より被覆層厚を求めることができる. つぎにセンサ測定周波数を極低周波数域に設定し, センサ出力電圧を測定する. この出力電圧とあらかじめ用意した校正曲線 2 (各被覆層厚ごとの測定対象物の肉厚. vs. センサ出力電圧) より測定対象物の肉厚を求めることができる. なお, 被覆層厚測定時および肉厚測定時の測定周波数は測定対象物の導電率および透磁率に応じて決定する.

Fig. 1 に示した手法を用いて, 本センサにより腐食した測定対象物の肉厚測定を行うためには, あらかじめ被覆層厚と出力電圧の関係 (校正曲線 1) と被覆層厚ごとの測定対象物の肉厚と出力電圧との関係 (校正曲線 2) が必要である. 校正曲線 1 およびセンサ出力電圧が測定対象物の肉厚の影響を受けない測定周波数の範囲は測定対象物の種類 (材質, 形状等) に応じてすでに検討されている²⁾. しかし, 校正曲線 2 については, 被覆層がない場合について検討が行われているのみで各被覆層厚ごとのセンサ出力電圧と測定対象物の肉厚の関係は検討されていない. そこで, 本報告は解析により校正曲線 2 について定性的な検討を行い, 実験により測定対象物が鋼の場合について校正曲線 2 を定量的に検討した. また, この結果より被覆を伴う測定対象物の肉厚測定が可能であることを実証した.

3. 解 析

文献 4) で示されている解析結果およびシミュレーション結果はセンサコイルと対象物が直接接触している状態をモデル化したものである. また, 層構造を有する導体に近接するコイルによる磁界分布の厳密な解析が透磁率が磁界強度変化に対して一定であるという仮定のもとに行われている^{7)~9)}. しかし, 導出された解析結果は, 磁界のベクトルポテンシャルが複数の積分を含む形で表現されているのみで, 肉厚測定時の被覆層の影響を直観的に説明するのは困難である. さらに, 文献 5) で示されているように, 透磁率の非線形性による磁束密度および出力電圧の信号歪の影響が比較的大きく無視することができない. このため, 透磁率の磁界強度に対する非線形性を無視し厳密な解析を行

うことは実験結果を考察する上であまり意味をもたない. そこで, 本報告は後述する実験結果を定性的に考察するために, 透磁率の非線形性を無視するなどのいくつかの仮定を用いるものの磁束密度分布を積分および微分を含まない形で求めた. 本報告の解析モデルを Fig. 2 に示す. ただし, 図中の破線は積分路 (a) (対象物を透過しない場合), 一点鎖線は積分路 (b) (対象物を透過する場合) である. また, 解析で用いた記号を Table 1 に示す. 本解析は以下の仮定を設けた.

仮 定

- ① 想定するモデルは準定常電磁界である.
- ② 磁界, 電界およびコイルを流れる電流は角周波数 ω で正弦波状に変化する.
- ③ 積分路は (a) 対象物を透過しない場合, (b) 対象物を透過する場合について計算する. なお磁束密度 B の方向と積分路は一致するものとする.
- ④ μ, σ はすべての導体中で一定である. ただし, 空気中で $\sigma=0$ とする.
- ⑤ 被覆層内での透過率は μ_0 , 導電率 $\sigma=0$ である.
- ⑥ 被覆層の厚さ H_a は十分小さくセンサコイルの高さ H に比べ十分無視できるものとする.

さて, 文献 4) より仮定①~③を用いると (1) 式が成立する⁶⁾.

$$\oint B/\mu dl = nI + \iint idz dl \quad (1)$$

Fig. 2 Closed magnetic circuit

Table 1 Symbols used in this paper

B	Magnetic-flux density	n_1	Number of turns of excitation coil
I	Current through excitation coil	n_2	Number of turns of search coil
ω	Angular frequency	V	Output voltage
μ	Magnetic permeability in metal	d	Object thickness
μ_0	Magnetic permeability in vacuum	K_1	Modified 1st-order Bessel function
dl	Infinitesimal length of path of integration	H_a	Film thickness

ただし、右辺第1項はコイルの作る超磁力、第2項は渦電流の作る超磁力を表わし、時間項 $e^{j\omega t}$ は省略している。また、 $\iint idzdl$ は積分路内の渦電流の総和である。ここで、仮定④より

$$i = \sigma E = -j\omega\sigma \int B dz \quad (2)$$

が成立するので(1)式は以下のように変形できる。

$$\oint B/\mu dl + j\omega \iint (\sigma \int B dz) dl dz = n_1 I \quad (3)$$

〔I〕 対象物を透過しない場合

(3)式の左辺の周回積分を解くために、積分路をFig. 2の破線のように仮定する。また対象物は、十分な広さをもつ平板、シールドは十分な厚さをもつものとする。対象物を透過しないときの磁束密度を B_1 とすると、仮定③、⑤より

$$\begin{aligned} \oint B_1(z_1)/\mu dl &= 2B_1(z_1)(4z_1 + H + \mu_s H_a)/\mu \\ \mu_s &= \mu/\mu_0 \end{aligned} \quad (4)$$

また、(3)式の左辺第2項内の周回積分は、 dl 方向に沿って $B_1(z_1)dz_1$ は変化しないと仮定すると仮定③、⑤より

$$\int \sigma \int B_1(z_1) dz_1 dl = 2\sigma(4z_1 + H) \int B_1(z_1) dz_1 \quad (5)$$

となる。仮定⑥より $\mu_s H_a$ が十分小さいとき以下の式が成立する。

$$4z_1 + H \doteq 4z_1 + H + \mu_s H_a \quad (6)$$

(6)式より(5)式の右辺を $(4z_1 + H)$ を $(4z_1 + H + H_a)$ で置き換えてもよい。(4)～(6)式を用いて(3)式を変形し、適宜 z_1 についての微分を行うと線形2階常微分方程式を得る。この微分方程式を解き境界条件を用いて定数を決定すると以下の解を得る(詳細は付録1参照)。

$$B_1(z_1) = C_1 K_1 \{ \lambda_1 (4z_1 + H + \mu_s H_a) \} \quad (7)$$

$$\lambda_1 = \frac{j+1}{4} \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

$$C_1 = \frac{n_1 I}{2(H + H_a) K_1 \{ \lambda_1 (H + \mu_s H_a) \}} \quad (8)$$

〔II〕 対象物を透過する場合

Fig. 2の一点鎖線のように周回積分路を定める。対象物を透過するときの磁束密度を B_2 とすると、仮定③、⑤より

$$\begin{aligned} \oint B_2(z_2)/\mu dl &= 2B_2(z_2)(az_2 + b) \\ a &= 4/\mu_0, \quad b = \{(3d + H)/\mu + \mu_s H_a\} \end{aligned} \quad (9)$$

また、仮定③、⑤より

$$\oint \sigma \int B_2(z_2) dz_2 dl = 2\sigma(H + 3d) \int B_2(z_2) dz_2 \quad (10)$$

となる。(9)、(10)式を用いて(3)式を変形し、適宜 z_2 についての微分を行うと線形2階常微分方程式を得る。この微分方程式を解き境界条件を用いて定数を決定すると以下の解を得る(詳細は付録2参照)。

$$B_2(z_2) = C_2 (az_2 + b)^{-1/2} K_1 \{ \lambda_2 (az_2 + b)^{1/2} \} \quad (11)$$

$$\lambda_2 = \frac{j+1}{2} \sqrt{\frac{\omega\sigma\mu_0^2(H+3d)}{2}}$$

$$C_2 = \frac{C_1 b^{1/2} K_1 \{ \lambda_1 (4d + H + \mu_s H_a) \}}{K_1(\lambda_2 b^{1/2})} \quad (12)$$

となる。(7)、(8)式より、磁束密度 B_1 は z_1 が大きくなるにつれて振動しながら λ_1 に従い減衰する。その後 $z=d$ の点での磁束密度 $B_1(d) = B_2(0)$ を初期値として(11)、(12)式に示すように λ_2 に従い減衰する。

検出コイルの出力電圧を求めるには、検出コイルと鎖交する磁束の時間微分を行えばよい。すなわち、励磁コイルを出た磁束がすべて検出コイルと鎖交するとすると次式ようになる。

$$V = n_2 \int \frac{dB}{dt} dz$$

B は正弦波状に変化するので、(7)、(11)式より、

$$V = j\omega n_2 \left[\int_0^d B_1(z_1) dz_1 + \int_d^\infty B_2(z_2) dz_2 \right] \quad (13)$$

となる。

(7)、(8)、(11)～(13)式に示すように、被覆層の影響はセンサコイルの内壁の高さ H が増大したこととはほぼ等価であり、その影響は測定対象物の比透磁率が増大するほど大きくなることがわかる。また、センサコイルと測定対象物との間に被覆層が存在しても、磁束密度 B は z に対して1次の拡張されたベッセル関数に従い変化することがわかる。さらに、このことから被覆層厚が増大するにつれて磁束密度および出力電圧も徐々に減少することがわかる。また、磁束密度が低下するということは被覆層が存在しないときの励磁電流値が低下したことに等価であると考えられるので、文献4)の実験結果より被覆層の厚さが増加するにつれて測定可能範囲は徐々に狭くなることが予想される。しかし本章で行った解析は測定対象物の透磁率の線形性を仮定している。透磁率の非線形性による磁束密度および出力信号の波形歪の影響は、比較的大きく無視することができない⁵⁾。そこで、本報告では実験を用いて本センサによる被覆層を伴う測定対象物の肉厚測定が可能であることを実証するとともに、測定対象物が鋼の場合について2章で述べた較正曲線2が

測定可能であることを明らかにした。

4. 実験方法

実験装置の概略図を **Fig. 3** に示す。図に示すように入力信号の歪率を低下させるために低減濾波フィルタを通した発振器の出力電圧を交流増幅器で電流増幅し励磁コイルに印加する。励磁コイルは正弦波状の交番磁界を発生する。この交番磁界は測定対象物、被覆層、コイルのコアおよび鉄シールドより構成される閉磁路を形成し、検出コイルと鎖交する。検出コイルは鎖交する磁束の時間に関する微分値に比例した歪波形を出力する。発振器の発振周波数を中心周波数にもつ帯域濾波フィルタを用いてこの出力信号の基本波成分を測定する。閉磁路内に測定対象物が存在するため、出力信号の基本波成分を測定することにより測定対象物の厚さを測定することができる⁴⁾。本測定法の最終目標は、前述したように腐食した管路の肉厚測定である。しかし、円筒状の管路が測定可能なセンサを試作するためには、センサ先端の最適形状などの検討するべきさまざまな課題がある。そこで、本報告では基本的な検討として測定対象物を平板に限定し、本測定法により肉厚測定が可能であることおよび被覆層が肉厚測定に及ぼす影響について検討した。実験に用いた測定対象物は同一母材より成形した複数の平板 [100×150 mm², 最大比透磁率約 3,500 導電率約 1×10^6 S/m] を用い、被覆層として着脱可能なテフロンフィルムを用いて、フィルム厚を変化させることにより被覆層の影響を検討した。

対象物に対するコイルの姿勢および接触力を一定に保つために力制御系を構成した。対象物とコイルの接触力は力センサにより測定しマイクロコンピュータにフィードバックする。マイクロコンピュータは制御則に従ってサーボアンプへの入力電圧を計算し、サーボモータを駆動して対象物とコイルとの接触力を調整する。

Fig. 3 Experimental setup

5. 被覆層厚の測定結果

本報告で提案する電磁誘導形肉厚センサを用いて腐食などの被覆を有する測定対象物の肉厚測定が可能であることを実証するために、試作した肉厚センサを用いて被覆層厚の測定を行った。測定周波数が十分高いとき、(7), (8)式中の λ_1 が十分大きくなり、(10), (11)式の C_1 がほぼ 0 になる。(7), (8)式に示すように磁束密度 B_1 は d には依存しない。このことから、測定周波数が十分高ければセンサの出力は測定対象物の肉厚に依存せず、センサと測定対象物との距離 H_a により変化する。そこで測定対象物の肉厚によりセンサの出力電圧が変化しない測定周波数を決定するために、測定周波数を変化させたときの出力電圧と測定対象物の肉厚との関係を測定したのが **Fig. 4** である。図に示すように測定対象物の肉厚により出力電圧が変化する範囲はセンサの測定周波数が高くなるにつれて小さくなり、測定周波数が 10 kHz では測定対象物の肉厚が 0.5~5 mm の範囲で出力電圧はほとんど変化しないことがわかる。また、肉厚 2~5 mm の範囲について、測定周波数が 140 Hz 以上であれば、出力電圧は肉厚に依存しない。このことから、肉厚 0.5~5 mm の範囲のとき測定周波数は 10 kHz 以上、測定対象物の肉厚が 2 mm 以上と限定できるとき、センサの測定周波数は 140 Hz 以上であれば十分であることがわかる。

Fig. 5 に測定周波数を変化させたときの出力電圧と被覆層厚との関係を示す。ただし、励磁コイルを流れる電流は 3 mA、測定対象物の厚さは 2 mm である。図に示すように被覆層の厚さが増大するにつれてセンサの出力電圧は小さくなることがわかる。また、

Fig. 4 Object thickness vs. output at various frequencies

Fig. 5 Film thickness vs. output at various frequencies

測定周波数が高くなるにつれて相似的に出力電圧は大きくなることわかる。以上より試作した肉厚センサを用いて鋼平板上の被覆層の厚さを測定することができる。また、実際の肉厚測定時には、Fig. 5 を 2 章で示した校正曲線 1 として基本波出力より被覆層の厚さを求めることができる。

6. 被覆した対象物の肉厚測定結果

6.1 周波数特性

Fig. 6 にセンサの測定周波数を変化させたときのセンサの出力電圧と測定対象物の肉厚との関係を示す。また、センサの出力電圧は最大値を用いて規格化している。図に示すように出力電圧は被覆層が存在しても測定対象物の肉厚が厚くなるにつれて増大しその後飽和することがわかる。また、測定周波数が低くなるにつれて測定可能範囲（センサの出力電圧が測定対

Fig. 6 Object thickness vs. output at various frequencies

象物の肉厚に対して変化する範囲) は被覆層が存在しても徐々に広くなることがわかる。この現象を 3 章の解析結果を用いて考察する。もし、 $B_1(d) \equiv 0$ であれば、(11), (12) 式中の $C_2 \equiv 0$ となり $\int B_2(z_2) dz_2 \equiv 0$ となる。(7), (8) 式に示すように B_1 は d には依存しない。よって (13) 式より $B_1(d) \equiv 0$ となる d よりも大きな厚さの対象物については、対象物の厚さ d が変化しても出力電圧が変化せず、測定することはできない。また、(11), (12) 式より $B_1(d)$ の大きさは λ_1 が小さいほど大きく、 λ_1 は測定周波数が低いほど小さくなる。このことから Fig. 5 の結果は測定周波数が低くなることにより、 λ_1 が小さくなり、 $B_1(d)$ が大きくなったことによると思われる。

6.2 電流特性

Fig. 7 に励磁コイルを流れる電流を変化させたときの出力電圧と測定対象物の肉厚を関係を示す。ただし、出力電圧は最大値で規格化して示している。図に示すように測定対象物の肉厚が厚くなるにつれて出力電圧は徐々に増大しその後飽和する。また、被覆層が存在しても測定可能範囲は励磁コイルを流れる電流が増加するにつれて広くなることがわかる。3 章で示した解析結果によると測定電流が大きくなるほどセンサの出力は大きくなるが、測定電流は肉厚に対する出力電圧の関係を示す曲線の形状には関与しない。このことから、測定電流の増加による測定可能範囲の増加は測定対象物の透磁率の非線形性によるものと思われる。

6.3 被覆厚特性

Fig. 8 に被覆層の厚さを変化させたときの出力電圧と測定対象物の肉厚との関係を示す。ただし、出力電圧は最大値を用いて規格化している。図に示すように被覆層の厚さが厚くなるにつれて測定可能範囲が

Fig. 7 Object thickness vs. output at various currents

Fig. 8 Object thickness vs. output for various film thicknesses

徐々に狭くなることがわかる。これは解析結果で示したように、被覆層が厚くなるにつれて磁束密度が小さくなったためではないかと思われる。また、実用上は Fig. 8 を 2 章で述べた校正曲線 2 として被覆層の厚さとセンサの基本波出力から測定対象物の肉厚を求めることができる。

6.4 測定可能範囲

Fig. 9 に文献 4) の手法により定量化した測定可能範囲の上限（出力電圧が対象物の肉厚に依存する範囲の上限）と（周波数）との関係を示す。図に示すように測定周波数が低くなるにつれて測定可能範囲の上限は徐々に大きくなることがわかる。また、被覆層の厚さが比較的薄いときは測定可能範囲の上限は測定周波数が低くなるにつれて飽和傾向を示すが、被覆層の厚さが比較的厚いときは測定周波数が低くなるにつれて 0.7 Hz 付近で急激に広がる。このことから、比較的薄い被覆層の存在するときの最適測定周波数は 0.7 Hz 程度であるが、被覆層が徐々に厚くなるにつれて

Fig. 9 Frequency vs. upper limit of measurable range

Fig. 10 Film thickness vs. upper limit of measurable range

最適測定周波数は 0.7 Hz よりも低くなることがわかる。

Fig. 10 に被覆層の厚さと測定可能範囲の上限との関係を示す。図に示すように測定可能範囲の上限は被覆層の厚さが厚くなるにつれて指数関数的に小さくなり、被覆層が 0.5 mm のとき測定可能範囲の上限は約 2.5 mm であることがわかる。この現象について (7), (8), (11), (12) 式を用いて考察する。被覆層厚が大きくなると (7), (8) 式に示したように C_1 が小さくなり、 $B_1(d)$ が小さくなる。6.1 節で述べたように $B_1(d)$ が小さくなると、 d による出力電圧への影響が小さくなり、 λ_1, λ_2 は被覆層厚による影響を受けないため、結果として測定可能範囲の上限が被覆層厚の増加に伴い小さくなったのではないかとと思われる。

7. 被覆層の被覆層を有する測定対象物の肉厚測定方法

実際に被覆層を有する測定対象物の肉厚測定を行う場合、まず測定周波数を比較的高周波数に設定し、センサの出力電圧とあらかじめ用意した校正曲線 1 (Fig. 5) より被覆層厚を求める。被覆層厚測定時の測定周波数は測定対象物の肉厚に出力電圧が依存しない範囲であればよい。このとき被覆層厚の測定精度は被覆層厚と出力電圧との関係を示す曲線 (Fig. 5) の傾きにより求められる。Fig. 5 に示したように先の傾きは測定周波数に依存しない。このことから、センサ出力電圧に含まれる雑音の影響などを考慮すると、被覆層厚の測定はセンサの出力電圧の比較的大きなセンサの共振点（センサのインピーダンスが最大になる周波数）付近で測定を行うほうが望ましい。

本センサの繰返し精度を周波数 0.7 Hz、電流 70 mA、被覆層厚 0.1 mm において検討した結果、10 回

の繰返し測定でセンサ出力のばらつきはスペクトルアナライザの分解能 (0.1 dBV) 以下であった。また、スペクトルアナライザの分解能を本センサの検出誤差と考えると、この検出誤差による肉厚測定誤差は、肉厚 2 mm 付近 (周波数 0.7 Hz, 電流 70 mA, 被覆層厚 0.1 mm) で約 0.1 mm であった。

被覆層厚測定後、測定周波数を極低周波数 (0.5 Hz 程度) に設定する。このときの出力電圧、被覆層厚およびあらかじめ用意した較正曲線 2 (Fig. 8) より測定対象物の肉厚を求める。しかし、すべての被覆層厚に対応した較正曲線 2 をあらかじめ用意することは不可能であるから、補間法により肉厚を求める必要がある。Fig. 8 に示したように任意の肉厚における被覆層厚と出力電圧の関係は線形ではない。このため、被覆層厚と出力電圧との関係を考慮した非線形補間が必要である。

8. ま と め

被覆層がないときの電磁誘導形肉厚センサの解析を被覆層が存在する状態まで拡張し、また、テフロンフィルムを被覆層とした実験を行うことにより、被覆層が存在するときの肉厚測定について

(1) 解析を被覆層がある状態まで拡張することにより被覆層の影響はセンサ内壁の高さが増加したことにほぼ等しいことを明らかにした。

(2) 実験を用いて被覆層が存在するときの肉厚測定が本手法により可能であることを明らかにした。

(3) 各被覆層ごとの測定対象物の肉厚に対するセンサの出力電圧の関係を明らかにした。

(4) 測定可能範囲の上限の被覆層厚依存性について検討し、被覆層が 0.5 mm のとき、約 2.5 mm の肉厚まで測定可能であることを明らかにした。

今後は、被覆層が存在するときの出力電圧の高調波成分の影響について検討する予定である。

本報告をまとめるに当たりご指導いただいた伝送システム研究所線路システム研究部坂本部長、藪田主幹研究員に厚く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 実吉, 菊地, 能本: 超音波技術便覧, 日刊工業新聞社 (1971)
- 2) 日本非破壊検査協会: 渦電流試験 A (1977)
- 3) 山田, ほか: 管路点検用電磁誘導センサの基本検討, 昭和 61 年電子通信学会全国大会講演論文集, p. 291 (1986)
- 4) 山田, ほか: 電磁誘導現象を用いた肉厚測定法, 電子情報通信学会論文集, J71-A-6, 1453/1460 (1988)
- 5) 山田, ほか: 電磁誘導形肉厚センサの高調波成分の影響, 電子情報通信学会論文集, J72-A-1, 148/155 (1989)

- 6) 竹山三三: 電磁気学理論, 丸善 (1964)
- 7) C. V. Dodd: Analytical Solutions of Eddy-Current Probe-Coil Problem, Journal of Applied Physics, 39-6, 2829/2838 (1968)
- 8) 尾上守夫: 導体に近接した有限長ソレノイドコイルの解析, 電気学会誌, 88-961, 1894/1902 (1968)
- 9) 土門, 川島: 磁性導体上に置かれた有限長ソレノイドコイルによる渦流探傷法の解析, 非破壊検査, 23-3, 137/146 (1974)

《付 録》

1. 対象物を透過しない場合

(4) 式より (3) 式を変形すると

$$2B_1(z_1)(4z_1 + H + \mu_s H_a) + j\omega\mu \iint (\sigma B_1(z_1) dz_1) dl dz_1 = n_1 I \quad (A.1)$$

(A.1) 式の両辺を z_1 で微分すると次式となる。

$$2 \frac{dB_1(z_1)}{dz_1} (4z_1 + H + \mu_s H_a) + 8B_1(z_1) + j\omega\mu (\sigma B_1(z_1) dz_1) dl = 0 \quad (A.2)$$

(5), (6) 式より (A.2) 式を変形し, $4z_1 + H + \mu_s H_a \neq 0$ であるから,

$$\frac{dB_1(z_1)}{dz_1} + B_1(z_1) \frac{4}{4z_1 + H + \mu_s H_a} + j\omega\mu \sigma B_1(z_1) dz_1 = 0 \quad (A.3)$$

となる。左辺第 3 項の積分を解くために両辺を z_1 で微分する。

$$\frac{d^2 B_1(z_1)}{dz_1^2} + \frac{dB_1(z_1)}{dz_1} \frac{4}{4z_1 + H + \mu_s H_a} + \left\{ j\omega\mu \sigma - \frac{16}{(4z_1 + H + \mu_s H_a)^2} \right\} B_1(z_1) = 0 \quad (A.4)$$

(A.4) 式の一般解は変形されたベッセル関数により与えられる。すなわち

$$B_1(4z_1 + H) = C'_1 I_1 \{ \lambda_1 (4z_1 + H + \mu_s H_a) \} + C_1 K_1 \{ \lambda_1 (4z_1 + H + \mu_s H_a) \}$$

$$\lambda_1 = \frac{j+1}{4} \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

C'_1, C_1 は任意定数

である。ここで $z_1 \rightarrow \infty$ のとき, $B_1 \rightarrow 0$ であるから, $C'_1 = 0$ である。よって

$$B_1(z_1) = C_1 K_1 \{ \lambda_1 (4z_1 + H + \mu_s H_a) \} \quad (7)$$

となる。ここで $z_1 = 0$ のとき金属表面と空気中で磁束密度の変化は連続とすると仮定すれば、次式が成立する。

$$C_1 = \frac{n_1 I}{2(H + H_a) K_1 \{ \lambda_1 (H + \mu_s H_a) \}} \quad (8)$$

となる。

2. 対象物を透過する場合

(9) 式より (3) 式を変形すると

$$2B_2(z_2)(az_2+b) + j\omega \left(\oint_{\sigma} \int B_2(z_2) dz_2 \right) dl dz_2 = n_1 I \quad (\text{A. 5})$$

(A. 5) 式の両辺を z_1 で微分すると次式となる.

$$\frac{dB_2(z_2)}{dz_2}(az_2+b) + 2aB_2(z_2) + j\omega \left(\oint_{\sigma} \int B_2(z_2) dz_2 \right) dl = 0 \quad (\text{A. 6})$$

(10) 式より (A. 6) 式を変形し両辺を z_2 で微分すると,

$$\frac{d^2 B_2(z_2)}{dz_2^2}(az_2+b) + 2a \frac{dB_2(z_2)}{dz_2} + j\omega \sigma (H+3d) B_2(z_2) = 0 \quad (\text{A. 7})$$

(A. 7) 式の一般解は変形されたベッセル関数により与

えられる. すなわち

$$B_2(z_2) = (az_2+b)^{-1/2} [C'_2 I_1 \{\lambda_2(az_2+b)^{1/2}\} + C_2 K_1 \{\lambda_2(az_2+b)^{1/2}\}]$$

ただし,

$$\lambda_2 = \frac{j+1}{2} \sqrt{\frac{\omega \sigma \mu_0^2 (H+3d)}{2}} \quad (\text{A. 8})$$

C'_2, C_2 は任意定数

である. $z_2 \rightarrow \infty$ のとき, $B_2(z_2)$ は 0 でなければなら
ない. よって

$$B_2(z_2) = C_2 (az_2+b)^{-1/2} K_1 \{\lambda_2(az_2+b)^{1/2}\} \quad (11)$$

となる. また B_1 と B_2 との境界面で磁束密度は連続
であるから,

$$C_2 = \frac{C_1 b^{1/2} K_1 \{\lambda_1(4d+H+\mu_s H_a)\}}{K_1(\lambda_2 b^{1/2})} \quad (12)$$

となる.