アダマール変換を利用する多数の無相関な正規分布の不規則信号発生法[†]

泉 照 之*

Generation of Multiple Normal Random Signals by Using Hadamard Transform

Teruyuki IZUMI*

Multiple random signals are used as excitation sources for identification of multi-variable systems. This paper proposes a new set of the weighting functions of filters which can generate N uncorrelated normal random signals from a single binary random signal.

Key Words: multiple normal random signals, digital filters, Hadamard matrix

1. ま え が き

不規則信号は、システム同定のための試験信号などいろいろな分野で用いられる。その場合、システムの入力数が N ならば、試験信号も N 個必要となる。たとえば、機械構造系のモデル解析においても、ランダム加振法がよく用いられるようになった¹⁾。その場合、短時間に高精度の伝達関数を測定するために、構造物上の多点を同時に加振することが有効とされている²⁾。加振源として用いられる N 個の不規則信号は、正規分布をもちながら互いに無相関であることが望ましい。筆者は、先に一つの 2 値不規則信号を N 種のデジタルフィルタに通して、互いに無相関な N 個の正規分布の不規則信号を発生させる方法を考案した³⁾。これに基づく特許⁴⁾が実施され、現在ノイズジェネレータとして 2 機種市販されている。このフィルタの荷重関数は n 次の選点直交多項式系に基づいて設定されている。その荷重関数の n 要素はすべて異なるため、 $n \times N$ 個の荷重要素の設定が面倒になる欠点があった。一方、計算機を用いて合同法などで発生された一様乱数をアダマール変換して正規乱数を発生させる方法がある⁵⁾。

本論文は、正規分布の不規則信号を簡単な回路で発生させるために、2 値不規則信号を直接にアダマール変換することを提案する。

2. 多数の正規分布の不規則信号発生

Fig. 1 は、2 値不規則信号 $r(j)$ (0 or 1) をデジタルフィルタリングして不規則信号 $x(mj)$ を発生させる回路を示す。 n 段シフトレジスタに転送された $r(j)$ は、その状態が m クロックパルスごとにラッチ回路でサンプルされて、 n 要素からなる荷重関数 ($w_1, w_2, \dots, w_n$) で荷重加算される。ここで、 w_0 は $x(mj)$ の平均値を調整するためである。**Fig. 2** は、**Fig. 1** のような荷重加算回路を N 個並列にラッチ回路に接続したものである。 K 番目の荷重関数 $w_K = (w_{K,1}, w_{K,2}, \dots, w_{K,n})$ とすれば、各出力は、

Fig. 1 Digital filtering of a binary random signal

Fig. 2 Generation of multiple normal random signals

[†] 第 27 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (1988・8)

* 山口大学工学部 宇部市常盤台 2557

* Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube

(Received September 21, 1990)

(Revised December 12, 1990)

$$x_K(mj) = \sum_{i=1}^n r(mj-i)w_{K,i} - w_{K,0} \quad (K=1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

となる。 $x_K(mj)$ の振幅確率分布は、2 値乱数の 0 と 1 が等確率で生じ、 n が十分に大きければ正規分布となる。また、 n が一定な場合、尖度から見た正規分布への最良近似は、 n 個の荷重要素の絶対値が同一の場合である⁶⁾。すなわち、分散値が 1 の場合、各荷重要素はつぎのように表わされる。

$$|w_{K,i}| = 2/\sqrt{n} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

なお、 n が小さい場合、分布の離散性が顕著であるので注意を要する。

一方、 $x_K(mj)$ と $x_L(mj)$ の相互相関関数 $\phi_{x_K x_L}(mk)$ は、コンボリューションを用いて次式で表わされる。

$$\phi_{x_K x_L}(mk) = \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \phi_{w_K w_L}(\lambda) \phi_{rr}(mk-\lambda) \quad (3)$$

ここで、 $\phi_{w_K w_L}(k)$ は K 番目と L 番目のフィルタの荷重関数を用いて

$$\phi_{w_K w_L}(k) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n-|k|} w_{K,i} w_{L,i+|k|} & |k| < n \\ 0 & |k| \geq n \end{cases} \quad (4)$$

を意味する。また、 $\phi_{rr}(k)$ は 0 と 1 からなる 2 値不規則信号の自己相関関数

$$\phi_{rr}(k) = \begin{cases} 1/2 & k=0 \\ 1/4 & k \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

である。これらを(3)式に代入すれば、

$$\phi_{x_K x_L}(mk) = \begin{cases} \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{n-|mk|} w_{K,i} w_{L,i+|mk|} + \mu_K \mu_L & |mk| < n \\ \mu_K \mu_L & |mk| \geq n \end{cases} \quad (6)$$

となる。ここで、 μ_K は $x_K(mj)$ の平均値を示し、 $\mu_K = 0.5 \sum_{i=1}^n w_{K,i} + w_{K,0}$ となる。ここでは、 $w_{K,0}$ が調整されて $\mu_K = 0$ であるとする。そのとき、もし、

$$m=n \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n w_{K,i} w_{L,i} = 0 \quad (8)$$

ならば、(6)式は $k=0$ を含むすべての k において 0 となる。すなわち、 x_K と x_L は無相関となる。(7)式は、Fig. 2 の m を n に設定し、ラッチ回路でシフトレジスタの状態を n クロックパルスごとにサンプルすることによって容易に実現できる。一方、(8)式は、荷重関数が直交関数系のときに成立する。

本論文は、Fig. 2 のフィルタの荷重関数系 ($w_1, w_2, \dots, w_N$) として、アダマール (Hadamard) 行列の行ベ

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \\ w_7 \\ w_8 \end{bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{8}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Fig. 3 Weighting functions based on an Hadamard matrix for $n=8$

クトルを利用することを提案する。Fig. 3 は $n=8$ の例を示し、分布の分散を 1 にするために係数 $2/\sqrt{8}$ を掛けている。アダマール行列⁷⁾は、略して H 行列と呼ばれ、 $n \times n$ の正方行列である。これは、各要素が +1 と -1 の 2 値からなり、しかもすべての異なる行ベクトル同士は直交するので、(2)式の 2 値性と、(8)式の直交性を満たす。したがって、Fig. 2 の回路で、2 値不規則信号をアダマール変換することによって、最大 $N=n$ 個の互いに相関のない正規性不規則信号が発生できる。この場合、 w_1 は全要素が正で同一であるから、 $x_1(k)$ の平均値を 0 にするために $w_{1,0} = -\sqrt{n}$ とする必要がある。一方、 $L \neq 1$ において、 w_1 と w_L は直交しているので $\sum_{i=1}^n w_{L,i} = 0$ である。したがって、 $w_{L,0}$ を設けなくても平均値は 0 となる。

H 行列のサイズ n は、4 の倍数でなければならないことが知られている。またサイズ n が 2 のべき乗の場合、H 行列の各行は Walsh 関数である。Fig. 3 は $n=2^3$ における Walsh 関数系に基づく荷重関数の例を示したものである。

3. 他の荷重関数系との比較

3.1 選点直交多項式系との比較

荷重関数は、 n 個の抵抗値を設定することによって実現される。文献 3) では、Fig. 2 のフィルタの荷重関数系を選点直交多項式に基づいて決めている。この荷重関数系の使用は、 $N \times n$ 個の荷重要素の値がそれぞれ異なるため、不規則信号の正規性を向上させるために n を増加すれば、荷重要素の設定がきわめて複雑であった。これに対して、H 行列に基づく本法の荷重関数系は、その荷重要素の絶対値が同一なために、 N, n の増加に関係なくきわめて容易に実現される。したがって、H 行列は、多数の互いに無相関な正規分布の不規則信号を発生させるフィルタの荷重関数系に適している。

3.2 偶差直交系列との比較

2 値の直交関数として、偶差直交系列と呼ばれるものがある⁷⁾。この系列に基づく荷重関数を Fig. 1 に

適用すれば、 $m=2$ とするだけで正規性の不規則信号が発生できる。また、この偶差直交系列を2個ずつシフトして N 種の荷重関数系を構成すれば、(8)式が満たされる⁸⁾。したがって、Fig. 2 において $m=2N$ とすることによって、 N 個の互いに無相関な正規性不規則信号が同時に得られる。この荷重関数に基づくフィルタの実現は、偶差直交系列が2値であるためにH行列と同様に容易である。ところが偶差直交系列に基づく場合には、 $m=2N$ として、 $2N$ クロックパルスごとにサンプルしなければならない。したがって、 N が大きいとき、発生速度が小さくなる欠点がある。これに対して、H行列に基づくものは、 $N (\leq n)$ に関係なく発生速度が $1/n$ となる。したがって、本法は、 N が大きい場合でも、発生時間にむだがない特徴をもつ。

4. あとがき

N 個の互いに無相関な正規分布の不規則信号を発生させるために、一つの2値不規則信号をアダマール変換することを提案した。この変換を行うフィルタ系の荷重関数は、アダマール行列に基づいて設定される。アダマール行列を利用することによって、 $N (\leq n)$ が

大きい場合でも、フィルタ系がきわめて容易に実現できるとともに、発生時間にむだがないなどの利点がある。

参考文献

- 1) 白井正明：モード解析における実験技術（周波数応答関数の計測方法），日本機械学会第640回講習会教材，77/97（1987）
- 2) R. Zimmerman and D. L. Hunt: Multiple-Input Excitation Using Burst Random for Modal Testing, Sound and Vibration, Oct., 12/21 (1985)
- 3) 泉 照之：多次元正規分布の不規則信号発生法，計測自動制御学会論文集，**13**-5，517/522（1977）
- 4) 泉，山川：特許第1374209号（多次元不規則信号発生装置）
- 5) 吉澤 正：Yates の算法を応用した擬似正規乱数について，日本オペレーションズ・リサーチ学会研究発表会アブストラクト集，83/84（1969）
- 6) T. Izumi: Fast Generation of a White and Normal Random Signal, IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, **IM-37**-2, 316/318 (1988)
- 7) 宮川，岩垂，今井：符号理論，449/498，昭晃堂（1973）
- 8) T. Izumi: Simple Method for Generation of Multiple Normal Random Signals, IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, **ASSP-37**-12, 1985/1987 (1989)