デルタ演算子を用いて設計したロバストな自動車用 位置決めサーボ系の制御器[†]

川 邊 武 俊*・山 村 吉 典*・金 井 喜美雄**

Robust Controller for a Servo Positioning System for Use
in Automobiles Designed Using a Delta Operator

Taketosi KAWABE*, Yoshinori YAMAMURA* and Kimio KANAI**

This paper presents a controller for an electric motor-driven servo positioning system intended for use in automobiles. The controller features a low sensitivity design to provide robustness against external disturbances and the non-linearity of the positioning mechanism. The discrete plant model denoted by the sift operator has a zero near the unit circle in the z -plane that can cause oscillation in the electric motor current, resulting in electric or sound noise when the controller is designed to contain the inverse system of the plant. The use of delta operator to denote the discretized plant model make it possible to ignore this zero.

Key Words: robust control, electric motor servo positioning system, automobile

1. ま え が き

最近自動車にアクティブな制御系が搭載されるようになり、高精度で応答の速い位置決めサーボ系の必要性が大きくなっている。サーボ系の動力源としては車両への搭載性がよいことから電気モータの使用が検討されている¹⁾。ところが自動車用のサーボ系は大きな負荷変動を受ける、構成部品に非線形性が大きく、また特性そのものの経年変化があるなど制御系設計上の問題点がある。そのうえコントローラはティピカルな

特性の位置決め機構に合せて設計しておけば大量生産品である各個体に合せたチューニングを必要としないことが望ましい。これらの点でコントローラはロバスト性をもつことが重要である。ロバストなサーボ系としてはロボットアーム他への応用の必要から、最近可変構造の制御系が研究されその有効性が報告されている^{2),3)}。しかし自動車のサーボ系には乗り心地の観点から特に静粛性が要求される。可変構造の制御系は急激にモータの電流や電圧を切り替えるので自動車に適用した場合ノイズの発生が懸念される。

自動車への適用を前提として本稿ではロバストモデルマッチング (REMM) 制御⁴⁾の応用を考える。REMM ではプラントの逆系を用いるがモータを使った位置決めサーボ系の場合プラントのパルス伝達関数は振動的なゼロ点をもつことが多い。そのため何らかの対策をしないと振動的なゼロ点がコントローラの極となり制御入力 (モータ電流) を振動させノイズの問題を起こすことになる。本稿ではデルタ演算子の性質を利用して問題のゼロ点を無視し制御系を設計する方法を採った。

本稿では、2章に制御対象となる位置決め機構の構成、3章に REMM 制御を応用した位置決めサーボ系の構成法とゼロ点の無視が安定性に与える影響の検討、4章に計算機シミュレーション、5章に実機による実験結果を報告する。

2. サーボ系の構成

制御対象となるサーボ系構成を Fig. 1 に示す。位置決め機構は直流モータで駆動される。モータの回転角はロータリーエンコーダで検出され、16ビットマイクロプロセッサで構成される中央演算ユニット (CPU) にフィードバックされる。CPU はモータの電

[†] The 29th IEEE Conference on Decision and Control で発表 (1990・12)

* 日産自動車 (株) 中央研究所 横須賀市夏島町 1

** 防衛大学校 横須賀市走水 1-10-20

* Central Engineering Laboratories, NISSAN MOTOR CO., LTD., Yokosuka

** The National Defense Academy, Yokosuka
(Received October 12, 1990)
(Revised December 25, 1990)

Fig. 1 Servo positioning system

流目標値を演算しパルス幅変調 (PWM) 方式の電流制御器に出力する。

Fig. 2 に位置決め機構の構成を示す。直流モータの回転はギヤ系によりボールスクリュウに伝達され出力軸の並進運動に変換される。出力軸にはばねがついており、ばねはモータの電流が遮断されたとき出力軸をニュートラル位置に復帰させる働きをする。ばねはあらかじめ縮めて組込まれており、ニュートラル位置において出力軸側に外乱が加わっても、ばねの初期荷重を越えないときは出力軸が動かないようになっている。ロータリーダンパはモータの電流が遮断されたとき、出力軸が急激にニュートラル位置に復帰するのを防止している。運動方程式は 2 次振動系を基本とし以下に述べる非線形な要素を含んでいる。運動方程式は以下のように設定する。

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + \eta K \theta = T(I) - \eta(d - T_{off}) \quad (1)$$

ここで、 J は慣性モーメント、 D は粘性、 K はばね定数、 η はトルク伝達率、 θ はモータ軸の回転角、 $T(I)$ はモータトルク、 I はモータ電流、 T_{off} はばねの初期荷重、 d は外乱である。

非線形性としては以下のものが考えられる。低回転ではトルクが伝達される方向（モータ側から出力軸側へか、またはその逆か）によりボールスクリュウの効率が変わる。文献 4) の結果を拡張すると、トルク伝達率 η はつぎのようにモータ軸の回転角、回転角速度、外乱の条件により変化する。

$$\eta = \begin{cases} 1/\eta_p & (K\theta + d - T_{off}) \frac{d\theta}{dt} > 0 \\ \eta_n & (K\theta + d - T_{off}) \frac{d\theta}{dt} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Fig. 2 Positioning mechanism

Fig. 3 Hysteresis of θ for I^*

η_p , η_n はそれぞれボールスクリュウの正効率、逆効率であり低回転数での実測値はこの位置決め機構では $1/\eta_p = 1.3$, $\eta_n = 0.6$ 程度である。

モータは直巻型であるためモータトルク $T(I)$ は電流 I が小さいとき I の 2 乗に比例し、 I が大きいとき I に比例する。モータを電流制御することを考えるとトルク定数は非線形である。

ばねの初期荷重はつぎのようにモータ軸回転角ゼロを境として符号を変えるステップ外乱と解釈できる。

$$T_{off} = \begin{cases} T_{off} & \theta > 0 \\ 0 & \theta = 0 \\ -T_{off} & \theta < 0 \end{cases} \quad (3)$$

外乱としてはその他負荷や摩擦力を考えることができる。

Fig. 3 はこの位置決め機構を 0.1 Hz の正弦波状電流で駆動したときのモータ回転角を示している。ばねの初期荷重と摩擦力がヒステリシスの原因になっている。トルク伝達率の変化が立ち上がり立ち下りの傾きの違いに現れている。トルク定数の非線形性が立ち下りの非直線性に現れている。

3. モデリング

3.1 連続時間系

位置決め機構および電流制御器とモータで構成される電気回路の部分がモデル化すべきダイナミクスをもつと考えられる。そこで電流目標値 I^* に対するモータ回転角 θ の応答をモデル化する。電流目標値 I^* に対するモータ回転角 θ の周波数応答試験の結果を Fig. 4 に示す。ここでは摩擦やばねの初期荷重の影響を少なくするため I^* は振幅 35 A と大きくとっている。連続時間での公称系は測定結果が高周波で -40 dB/decade の傾斜をもちかつ (1) 式が 2 次系をもとにしていることから 2 次系とする。低周波側では摩擦やボールスクリュウに起因する非線形性の影響が大きく

Fig. 4 Frequency response of the plant

また高域側ではモータ回転角の振幅に対しエンコーダ分解能が不足するため 2 Hz から 5 Hz までの帯域でカーブフィティングを行う。結果は次式のように求まる。

$$\begin{aligned} A_s(s)\theta(s) &= B_{s0}I^*(s) \\ A_s(s) &= s^2 + A_{s1}s + A_{s0} \\ A_{s1} &= 11.2, \quad A_{s0} = 146, \quad B_{s0} = 50.2, \end{aligned} \quad (4)$$

ここで s は微分演算子である。

3.2 離散化

(4) 式を 0 次ホルダで離散化すると (5) 式を得る。

$$A_z(z)\theta(kT) = B_z(z)I^*(kT) \quad (5)$$

ここで z は進み演算子、 T はサンプル周期、 k はサンプル回数を表わす整数、 $A_z(z)$ 、 $B_z(z)$ はつぎのような z の多項式である。

$$\begin{aligned} A_z(z) &= z^2 + A_{z1}z + A_{z0} \\ B_z(z) &= B_{z1}z + B_{z0}, \quad B_{z1} \neq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

(4) 式は分子分母の相対次数が 2 なので、(5) 式の極限ゼロ点は z 平面で $(-1, 0)$ に収束する⁵⁾。当サーボ系ではサンプル周期は 5 ms にしたいがそのときゼロ点は $(-1.98, 0)$ になる。(5) 式の逆系を含んだコントローラの出力 (モータ電流) は振動的になるためノイズを発生しやすくなり実用的でない。そこで δ 演算子の性質を利用して問題のゼロ点を無視する。 δ 演算子は z 演算子を用いて表わすと以下のようになる⁶⁾。

$$\delta = \frac{z-1}{T} \quad (7)$$

δ 演算子を用いた (5) 式に対応する離散系は、

$$A_d(\delta)\theta(kT) = B_d(\delta)I^*(kT) \quad (8)$$

ようになる。ここで $A_d(\delta)$ 、 $B_d(\delta)$ はつぎのような δ の多項式である。

$$\begin{aligned} A_d(\delta) &= \delta^2 + A_{d1}\delta + A_{d0} \\ B_d(\delta) &= B_{d1}\delta + B_{d0} \end{aligned} \quad (9)$$

$A_d(\delta)$ 、 $B_d(\delta)$ と $A_z(z)$ 、 $B_z(z)$ にはつぎのような関係がある。

$$A_{d1} = \frac{2+A_{z1}}{T}, \quad A_{d0} = \frac{A_{z1}+A_{z0}+1}{T^2} \quad (10)$$

$$B_{d1} = \frac{B_{z1}}{T}, \quad B_{d0} = \frac{B_{z1}+B_{z0}}{T^2}$$

またサンプル周期 T を 0 に近づけた極限では、

$$A_{d1} \rightarrow A_{s1}, \quad A_{d0} \rightarrow A_{s0}, \quad B_{d1} \rightarrow 0, \quad B_{d0} \rightarrow B_{s0} \quad (11)$$

となる。(11) 式の性質を利用してゼロ点を無視したつぎの離散系を用いてコントローラを設計する。

$$A_d(\delta)\theta(kT) = B_{d0}I^*(kT) \quad (12)$$

4. コントローラの設計

REMM 制御系⁷⁾を構成すると Fig. 5 のようになる。ここで入力外乱 d_i 、制御入力 $I^*(kT)$ 、モータ回転角 $\theta(kT)$ がつぎのように表わされると仮定する。

$$A_d(\delta)\theta(kT) = B_{d0}(1+\Delta)(I^*(kT) + d_i) \quad (13)$$

ただし Δ はモデル化誤差を表わす。 $I^*(kT)$ をつぎのように発生する。

$$\begin{aligned} I^*(kT) &= v(kT) - \frac{H(\delta)A_d(\delta)}{B_{d0}} \\ &\quad \cdot \left[\theta(kT) - \frac{B_{d0}}{A_d(\delta)}I^*(kT) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$v(kT)$ はロバスト補償された系の入力、 $H(\delta)$ は定常ゲイン 1 のローパスフィルタである。このときモータ回転角 $\theta(kT)$ は (15) 式のように表わされる。

$$\theta(kT) = \frac{1+\Delta}{1+\Delta H(\delta)A_d(\delta)} \left[v(kT) + \{1-H(\delta)\}d_i \right] \quad (15)$$

$H(\delta)$ のゲインが 1 に近い周波数域で近似ゼロインゲが達成され $\theta(kT)$ は外乱やモデル化誤差の影響を受けなくなる。

REMM 制御系では $I^*(kT)$ を発生する減算器からプラントのモデル B_{d0}/A_d 、フィルタ HA_d/B_{d0} を経由して再び減算器に戻るループが伝達関数 $1/(1-H)$ で表わされる積分動作をしている。実用上積分制御では積分動作を制限し数値演算のオーバーフローを防止するためリミッタが必要である。リミッタは $I^*(kT)$

Fig. 5 Controller

を発生する減算器の後段に設置する。このリミッタは積分動作の制限とプラントへの過大入力防止とを兼ねている。積分動作はちょうどプラントの許容入力限度で制限されるためプラントの入力限度をいっばいに生かした積分動作が可能である。

つぎにロバスト補償された系

$$A_d(\delta)\theta_r(kT) \equiv B_{d0}v(kT) \quad (16)$$

に対しモデルマッチング制御系を構成する。規範モデルを

$$A_m(\delta)\theta_r(kT) = B_{m0}\theta_i(kT) \quad (17)$$

とおく。\$\theta_i(kT)\$ は規範入力、\$\theta_r(kT)\$ は規範モデルの出力である。\$A_m(\delta)\$ はモニックかつ漸近安定な \$\delta\$ の 2 次の多項式、\$B_{m0}\$ は定数である。\$A_m(\delta)\$ に対しつぎの Diophantine 方程式を満たすモニックで漸近安定な多項式 \$D(\delta)\$ に対し \$R(\delta)\$、\$L(\delta)\$ が一意に存在する。

$$D(\delta)A_m(\delta) = R(\delta)A_d(\delta) + L(\delta) \quad (18)$$

\$D(\delta)\$、\$R(\delta)\$、\$L(\delta)\$ を使って \$v(kT)\$ を

$$B_{d0}R(\delta)v(kT) = D(\delta)B_{m0}\theta_i(kT) - L(\delta)\theta_r(kT) \quad (19)$$

のように発生すると (17) 式に対しモデルマッチングが達成される。これは以下のように示される。(16) 式の両辺に \$R(\delta)\$ をかけて次式を得る。

$$R(\delta)A_d(\delta)\theta_r(kT) = R(\delta)B_{d0}v(kT) \quad (20)$$

これに (19) 式を代入すると次式を得る。

$$R(\delta)A_d(\delta)\theta_r(kT) = D(\delta)B_{m0}\theta_i(kT) - L(\delta)\theta_r(kT) \quad (21)$$

(21) 式に (18) 式を代入すると

$$D(\delta)A_m(\delta)\theta_r(kT) = D(\delta)B_{m0}\theta_i(kT) \quad (22)$$

を得る。

4.1 安定性の確認

無視したゼロ点が安定性に及ぼす影響を考える。Fig. 5 を等価変換すると Fig. 6 を得る。Fig. 6 の系の一巡伝達関数はつぎのようになる。

$$G_i(\delta) = \frac{1}{1-H(\delta)} \left[\frac{L(\delta)}{R(\delta)B_{d0}} + \frac{A_d(\delta)H(\delta)}{B_{d0}} \right] \frac{B_d(\delta)}{A_d(\delta)} \quad (23)$$

無視したゼロ点を考慮するとモデル化誤差 \$\Delta\$ はつぎのように表わすことができる。

$$\Delta = \frac{B_{d1}\delta + \Delta'}{B_{d0}} \quad (24)$$

Fig. 6 Transformed system from Fig. 5

\$\Delta'\$ は残余のモデル化誤差を表わす。\$\Delta'\$ はここではゼロ点を無視した影響のみを考えるため \$\Delta'=0\$ と置く。(23) 式に

$$\delta = \frac{e^{j\omega} - 1}{T} \quad (25)$$

を代入して Nyquist 線図を描く。\$\omega\$ は角周波数である。

以下の検討ではローパスフィルタ \$H(\delta)\$ と規範モデルはつぎのように置く。自動車を運転するとき、ドライバの操作は周波数域ではおおむね 3 Hz 以下であり、それにもなつてサーボ系の規範入力の周波数域もおおむね 3 Hz 以下であると考えられる。このことから規範モデルのカットオフ周波数は約 8 Hz (50 rad/s) であれば追従性は問題ないと考えられる。またこのときローパスフィルタ \$H(\delta)\$ のカットオフ周波数は 100 rad/s とすると、以下に述べるようにサンプル周期 0.005 s で適当なゲイン、位相余裕を得ることができる。

まず連続系のローパスフィルタ

$$H'(s) = \frac{100^2}{s^2 + 200s + 100^2} \quad (26)$$

を考える。(26) 式を離散化して

$$H'(\delta) = \frac{B_{h1}\delta + B_{h0}}{\delta^2 + A_{h1}\delta + A_{h0}} \quad (27)$$

を得る。さらに \$H(\delta)A_d(\delta)/B_{d0}\$ をプロパーにするため \$B_{h1}\$ をゼロと置き

$$H(\delta) = \frac{B_{h0}}{\delta^2 + A_{h1}\delta + A_{h0}} \quad (28)$$

を得る。サンプル周期 \$T\$ が短いとき \$B_{h1}\$ は小さく \$B_{h1}\$ をゼロと置いてもフィルタ特性には影響が少ない。規範モデルはつぎの連続系をもとに考える。

$$(s^2 + 100s + 50^2)\theta_r(t) = 50^2\theta_i(t) \quad (29)$$

(29) 式を離散化すると

Fig. 7 Nyquist plots of \$G_i(\delta)\$

$$(\delta^2 + A_{m1}\delta + A_{m0})\theta_r(kT) = (B_{m1}\delta + B_{m0})\theta_i(kT) \quad (30)$$

を得る。モデルマッチングの次数の制約から B_{m1} はゼロと置き次式を規範モデルとする。

$$(\delta^2 + A_{m1}\delta + A_{m0})\theta_r(kT) = B_{m0}\theta_i(kT) \quad (31)$$

結果を Fig. 7 に示す。サンプル周期を 0.005 s とすると制御系は安定（ゲイン余裕 14 dB, 位相余裕 (45°)）であるが 0.05 s では不安定である。この結果からサンプル周期は 0.005 s とする。サンプル周期 0.005 s は 16 ビットのマイクロプロセッサを CPU として使った場合十分実現可能である。

5. 計算機シミュレーション

規範モデルとローパスフィルタは 4 章と同じもの ($T=0.005$ s) を用いる。(9) 式の線形系に対するステップ応答の計算機シミュレーション結果を Fig. 8 に示す。モータ電流 10 A に相当する外乱を $t=0.3$ s に与えている。モータ回転角は規範モデルによく追従している。また外乱の影響もよく除かれている。制御入力も滑らかである。

比較のために (9) 式に基づいてゼロ点を残したまま設計した REMM 制御系の応答を示す。モータ回転角の応答は提案した制御系の応答とあまり変わらない。しかし制御入力は振動的であり実機に応用した場合電氣的または音的なノイズの発生が予想され自動車用のサーボ系としては不適当である。

6. 実験

規範モデルとローパスフィルタは 4 章と同じもの ($T=0.005$ s) を用いる。

6.1 応答性

Fig. 9 に応答性の試験結果を示す。摩擦力やばね

Fig. 8 Computer simulation

Fig. 9 Frequency response of $\theta(kT)/\theta_i(kT)$

の初期荷重、その他非線形性があるにもかかわらず応答は 5 Hz 以下では規範モデルの応答とよく一致している。モデル化誤差の影響はほとんど見られない。高周波側で誤差が大きいのは電流が ± 50 A で制限されているためである。実用上は入力は 3 Hz 以下であるので満足すべき応答が得られたといえる。また図中の破線は経年変化による特性変化を想定し、位置決め機構のロータリーダンパを取り外しばね定数を 33% 減らしたときの応答を表わしている。制御ゲインは正規状態のままである。この状態でもサーボ系は不安定化することなく正規の状態とほとんど同じ応答が得られている。以上の結果からサーボ系は低感度かつロバスト安定であるといえる。またモータのうなり音もなく静粛性も満足されている。

6.2 安定余裕

Fig. 6 から $I^*(kT)$ を (32) 式のように置き換えれば K_0 を変化させてサーボ系のゲインマージンを調べることができる。

$$I^{**}(KT) = K_0 I^*(kT) \quad (32)$$

Fig. 10 は K_0 を 6 (15 dB) としたときの方形波

Fig. 10 Stability test

に対する応答を示している。比較のため正規な状態 ($K_0=1$) も示す。 $K_0=6$ ではコントローラの出力 I^{**} (kT) は発振ぎみであるが、モータ回転角は規範入力に追従しておりサーボ系としての安定余裕は十分確保されているといえる。

7. ま と め

以上自動車用位置決めサーボ系について述べた。主要な結果は以下である。

(1) プラントの振動的なゼロ点をデルタ演算子の性質を利用し無視した後ロバストモデルマッチング制御系を設計した。サンプル周期が長すぎるとゼロ点を無視したことにより制御系は不安定になるが、実現可能な短いサンプル周期で十分安定な制御系が構成できた。ゼロ点を無視したためモータ電流は滑らかになり静粛なサーボ系が実現した。

(2) 提案したサーボ系の応答はプラントの非線形性や摩擦によらず規範モデルの応答によく一致することが確認された。

(3) 提案したサーボ系の応答は構成部品の特性変動に影響されにくいことが確認された。

(2) と (3) より低感度とロバスト安定が達成されたといえる。

(4) 低感度を達成したうえで十分な安定余裕が得られた。

以上の結果からこのサーボ系は自動車用として実用上必要な低感度特性とロバスト安定性、モータ電流の滑らかさ (静粛性) などをもつと判断される。

またプラントの経年変化による特性変化を補償する方法としては、他に適応制御によるアプローチが考えられる。自動車用のサーボ系は常に外乱が入力されかつ局所的な安定性が要求されることが多い。外乱に対し安定性が影響されない点で固定ゲインのロバスト制御は適応制御より有利であると考えられる。しかしプラントのパラメータが逐次わかることは制御だけでなく自動車のメンテナンスや故障検出などの点からも都合の良いことが多い。適応制御の応用やオンボードの同定などは今後の課題としたい。

制御系設計にあたりご指導いただいた寺尾 満先生に感謝の意を表わしたい。

参 考 文 献

- 1) 佐藤, 井之口: 自動車用アクチュエータのインテリジェント化, 自動車技術, **44**-9, 22/28 (1990)
- 2) 橋本, 原島: VSS 制御によるデジタルサーボ, 日本ロボット学会誌, **7**-3, 119/124 (1989)
- 3) 安田, 杉山, 平井: 可変構造制御による多変数サーボ系の連応性の改善, 計測自動制御学会論文集, **24**-2, 28/34 (1989)
- 4) 西村, 中川, 川崎: ウォームギア減速機構の動特性, 精密機械, **51**-8, 49/55 (1985)
- 5) K. J. Åström, P. Hagander and J. Sternby: Zero of Sampled Systems, Automatica, **20**-1, 31/38 (1984)
- 6) G. L. Goodwin, R. Lozano Leal, D. Q. Mayne and R. H. Middleton: Rapprochement between Continuous and Discrete Model Reference Adaptive Control, Automatica, **22**-2, 199/207 (1986)
- 7) 大森, 佐野: 安定性を補償したロバストモデルマッチング, 第9回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, 139/142 (1989)