プラント既知情報を利用した適応則

水戸部 和久*・足立 紀彦**

An Adaptive Law for Partially Known Plants

Kazuhisa MITOBE* and Norihiko ADACHI**

An approach is presented for increasing the speed of parameter convergence in adaptive control systems. In this approach, the adaptive law is modified by using a prior knowledge of plant.

Key Words: adaptive control, parameter convergence, partially known plant

1. はじめに

適応制御系の制御性能および外乱などに対するロバスト性を向上するために、調整パラメータがその目標値へ速やかに収束することが望ましい¹⁾。パラメータ収束特性を向上する方法としては、これまでにパラメータ調整ゲインを時変としてパラメータ誤差を指数減衰させる方法などが提案されている²⁾。本研究ではプラントの既知情報を用いてパラメータ収束特性を改善する方法を提案する。

適応制御系に含まれる調整パラメータの数はパラメータの収束特性を左右する要因の一つと考えられる。パラメータ推定器の内部信号が十分持続的に励起されるときに(P.E.条件が満足されるとき)調整パラメータの真値への収束が保証されることが知られているが、パラメータ数が多くなればP.E.条件を満足するためにプラントへの入力信号がより多くの周波数成分を含むことが必要となる³⁾。

一般に、適応制御系のパラメータ推定器に含まれる調整パラメータ数はプラントに含まれる物理的な未知パラメータの数より多い。このため、プラント既知情報を用いてパラメータ推定器の構造を変更することにより推定パラメータ数を減らす方法が示されている⁴⁾。

本研究では調整パラメータ数そのものを減らすのではなく、調整パラメータの取り得る値の自由度を減少する適応則を提案する。この適応則は調整パラメータのそれぞれを独立に調整するのではなく、プラント既知情報よ

り得られる関係式を満足するように拘束を与えながらパラメータの調整を行うものである。これによりパラメータ推定器の構造および調整パラメータ数に変更を加えずに、調整パラメータ数を減少したのと同様の効果を与えることを目的とする。

2. 誤差方程式

パラメータ推定のための誤差方程式がつぎのとおり表わされる場合を問題とする。

$$\varepsilon(t) = \phi^T(t)\xi(t) \quad (2.1)$$

ここで、 $\varepsilon \in R$, $\phi \in R^{n \times 1}$, $\xi \in R^{n \times 1}$ はそれぞれ、パラメータ推定誤差、パラメータ誤差、システム内部信号を表わし、 ϕ は推定パラメータ θ およびその真値 θ^* を用いて

$$\phi(t) = \theta^* - \theta(t) \quad (2.2)$$

と表わされるものとする。

3. プラント既知情報

調整パラメータの真値 θ^* はプラントに含まれる物理的なパラメータを含む値であり未知である。ここではプラント既知情報をパラメータの真値 θ^* に関する既知情報として扱う。プラントに含まれる物理的なパラメータのうち未知なものが m 個とし互いに独立とする。 $n > m$ のとき(調整パラメータ数が m より多い場合) θ^* が満足する既知の関係式が r 個存在すると考え、つぎのように書く。

$$f(\theta^*) = 0 \quad (3.1)$$

ここで、 $f \in R^{r \times 1}$ とし、 $r = n - m$ である。 $f(\cdot)$ はつぎの仮定を満足するものとする。

[仮定]

$$(1) \quad f(\theta), \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta} \quad (i=1 \sim r)$$

が θ の連続関数である。

$$(2) \quad (\theta^* - \theta)^r \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta} f_i(\theta) \leq 0 \quad (i=1 \sim r) \quad (3.2)$$

* 山形大学工学部 米沢市城南 4-3-16

** 新潟大学工学部 新潟市五十嵐 2 の町 8050

* Faculty of Engineering, Yamagata University, Yonezawa

** Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata (Received February 10, 1992)

(Revised April 23, 1992)

$$(3) \quad \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial f^T(\theta)}{\partial \theta} \text{ の固有値 } \geq \alpha > 0$$

を満足する正数 α が存在する.

ここで,

$$\frac{\partial f^T}{\partial \theta} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \theta_1}, \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial f_r}{\partial \theta_r} \right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1^T}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f_2^T}{\partial \theta} \\ \dots \\ \frac{\partial f_r^T}{\partial \theta} \end{pmatrix}$$

を表わしている.

(3.2) 式は未知変数 θ^* を含むので, 制御系設計に際してこのまま用いることはできない. しかし, $f(\theta^*)=0$ より, (3.2) 式は

$$(\theta^* - \theta)^T \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta} \{f_i(\theta) - f_i(\theta^*)\} \leq 0$$

と表わされる. このことは $f_i(\theta)$ が θ 平面上の任意の直線に沿って単調に増大または減少する関数ならば (3.2) 式は θ^* に無関係に満足されることを意味する. たとえば, $f(\theta)$ が定数行列 $K \in R^{r \times n}$ および定数ベクトル $a \in R^{r \times 1}$ を用いて,

$$f(\theta) = K\theta + a \quad (3.3)$$

のように表わされる場合には (3.2) 式の条件が満足される.

4. 収束特性の改善

ここで提案する適応則の目的は内部信号 ξ の $P.E.$ 条件にかかわらず θ が (3.1) 式の関係式を満足するように拘束を与えることである. 適応則を次式で与える.

$$\dot{\theta} = \Gamma \left\{ \xi e - \sum_{i=1}^r \lambda_i \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta} f_i(\theta) \right\} \quad (4.1)$$

ここで, Γ は定数行列であり, $\Gamma = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$, $\gamma_i > 0$ である. λ_i は正の設計パラメータである. $\lambda_i = 0$ とおけば通常の積分形の適応則となる. つぎのことが成立する.

《定理 1》

(2.1), (4.1) 式で表わされるシステムにおいて f が仮定を満足し, $\xi(\cdot)$, $\dot{\xi}(\cdot)$ が有界ならば $\phi(\cdot)$ は有界であり,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0 \quad (4.2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(\theta(t)) = 0 \quad (4.3)$$

(証明)

$$V(t) = \frac{1}{2} \phi^T \Gamma^{-1} \phi \quad (4.4)$$

を考える. (2.1), (4.1) 式の解に沿って微分すると

$$\dot{V} = -\varepsilon^2 + \phi^T \sum_{i=1}^r \lambda_i \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta} f_i(\theta) \quad (4.5)$$

仮定 (2) より右辺第 2 項は負なので $\dot{V}(t) \leq 0$ である. $\xi(\cdot)$, $\dot{\xi}(\cdot)$ が有界であることと仮定 (1) より $\varepsilon(\cdot)$, $\phi(\cdot)$ は有界であり, $\dot{V}(\cdot)$ は一様連続である. したがって $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V}(t) = 0$. (4.5) 式において各項が 0 に収束することより, $\varepsilon \rightarrow 0$.

$$V_2(t) = \frac{1}{2} f(\theta(t))^T \Lambda f(\theta(t)) \quad (4.7)$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \dots \\ & & & \lambda_r \end{pmatrix} \text{ とおくと}$$

$$\dot{V}_2 = -f^T \Lambda \frac{\partial f}{\partial \theta} \Gamma \frac{\partial f^T}{\partial \theta} \Lambda f + \delta(\varepsilon) \quad (4.8)$$

ここで, $\delta(\varepsilon) = f^T \Lambda \frac{\partial f}{\partial \theta} \Gamma \varepsilon \xi$ であり $\varepsilon \rightarrow 0$ とすると $\delta \rightarrow 0$ である. Γ および Λ の要素のなかで最小のものを $\gamma_{\min}$, $\lambda_{\min}$ とおけば, 仮定 (3) より

$$f^T \Lambda \frac{\partial f}{\partial \theta} \Gamma \frac{\partial f^T}{\partial \theta} \Lambda f \geq \gamma_{\min} f^T \Lambda \frac{\partial f}{\partial \theta} \frac{\partial f^T}{\partial \theta} \Lambda f$$

$$\geq \gamma_{\min} \alpha \|f^T \Lambda\|^2$$

$$\geq \gamma_{\min} \alpha \lambda_{\min} \sum_{i=1}^r f_i^2 \lambda_i \geq \gamma_{\min} \alpha \lambda_{\min} V_2$$

したがって (4.8) 式より

$$\dot{V}_2 \leq -\gamma_{\min} \alpha \lambda_{\min} V_2 + \delta(\varepsilon) \quad (4.9)$$

(4.9) 式において $\delta=0$ とおくと V_2 は指数的に減衰する. したがって, $\varepsilon \rightarrow 0$ より $V_2 \rightarrow 0$ すなわち

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(\theta(t)) = 0 \quad \square$$

以上の考え方は誤差方程式が以下のように動特性を有する形で与えられる場合にも適用できる.

$$e(t) = H(s) \phi^T(t) \xi(t) \quad (4.10)$$

ここで, $e \in R$ は誤差信号, $\phi \in R^{n \times 1}$, $\xi \in R^{n \times 1}$ は (2.1) 式と同様である. $H(s)$ は強正実な伝達関数とする. 右辺は伝達関数 $H(s)$ に信号 $\phi^T(t) \xi(t)$ が入力された出力を表わす. 適応則は (4.1) 式と同様に次式で与えられる.

$$\dot{\theta} = \Gamma \left\{ \xi e - \sum_{i=1}^r \lambda_i \frac{\partial f_i(\theta)}{\partial \theta} f_i(\theta) \right\} \quad (4.11)$$

5. 簡単な例題

D.C. サーボモータの速度制御を考える. モータの速度応答特性は次式のように一次系でモデル化する.

$$y(t) = \frac{1}{Js + k_v} u(t) \quad (5.1)$$

ここで, u は入力電圧, y はモータ軸の回転角速度を表わす. J は慣性負荷, k_v は逆起電力などの粘性的な減衰係数を表わす. このうち J のみが未知パラメータとし, k_v は既知とする. 規範モデルをつぎのとおり与える.

$$y_m(t) = \frac{1}{J_ms + k_v} r(t) \quad (5.2)$$

ここで、 r は規範入力である。このシステムにおいて以下のように調整パラメータ二つを用いた簡単な適応制御系を構成できる。

$$u(t) = k_r(t)r(t) + k_y(t)y(t) \quad (5.3)$$

k_r, k_y は調整パラメータである。追従誤差 e を $y_m - y$ と定義すれば、誤差方程式は以下のとおりであり、(4.10) 式の形で表わされる。

$$e(t) = \frac{J_m/J}{J_ms + k_v} \left\{ \left(k_v - \frac{J}{J_m} k_v - k_y(t) \right) y(t) + \left(\frac{J}{J_m} - k_r(t) \right) r(t) \right\} \quad (5.4)$$

ここで、 $r(\cdot), \dot{r}(\cdot)$ が有界と仮定する。このとき $e(\cdot)$ が有界であれば $y(\cdot), \dot{y}(\cdot)$ も有界なので、前節の結果を直接適用することが可能である。

k_r, k_y の真値を k_r^*, k_y^* で表わすと、規範モデルと制御系の動特性が等しくなる条件はつぎのとおり与えられる。

$$\frac{1}{\frac{1}{k_r^*} J_s + \frac{k_v - k_y^*}{k_r^*}} = \frac{1}{J_ms + k_v} \quad (5.5)$$

したがって、

$$k_r^* k_v + k_y^* - k_v = 0 \quad (5.6)$$

を満足する。この関係を(3.1)式のプラント既知情報と考えれば、適応則は(4.11)式より、

$$\dot{k}_r(t) = \gamma_1 [r(t)e(t) - \lambda k_v \{k_v k_r(t) + k_y(t) - k_v\}] \quad (5.7)$$

$$\dot{k}_y(t) = \gamma_2 [y(t)e(t) - \lambda \{k_v k_r(t) + k_y(t) - k_v\}] \quad (5.8)$$

このシステムの正弦入力に対する応答を計算機シミュレーションにより Fig. 1 に示す。各パラメータの値は以下のものを用いた。

$$J = 2.0, J_m = 1.0, k_v = 1.0, \gamma_1 = 10,$$

$$\gamma_2 = 10, \lambda = 10,$$

入力信号は $r = 1.0 + 2 \sin(5t)$ と与えている。

Fig. 2 は $\lambda = 0$ とし、適応則を通常の積分形適応則とした場合のシミュレーションである。

Fig. 1 Time response of the system with the modified adaptive law

Fig. 2 Time response of the system with the conventional adaptive law

6. おわりに

適応則に拘束項を付加することにより収束特性を改善する一手法を示した。

シミュレーション結果によれば、適応ゲインが収束するまでの過渡的な変動の大きさも小さく抑えられることから、パラメータ同定中の適応制御系で入力が過度に大きくなることを防ぐ効果も期待できる。

本手法で用いるプラント既知情報が誤差を含む場合にはシステムの安定性に悪影響を与えることが考えられ、この点に関して今後検討が必要である。

参考文献

- 1) 新中新二：適応アルゴリズム，産業図書（1990）
- 2) 岩井，足立，井上：指数減衰性を有する適応調整則とその適応観測器への応用，計測自動制御学会論文集，20-5, 460/462（1984）
- 3) S. Boyd and S. Sastry：Necessary and Sufficient Condition for Parameter Convergence in Adaptive Control, Automatica, 22-6, 629/639（1986）
- 4) S. Sastry and M. Bodson：Adaptive Control, Prentice-Hall, 257/266（1989）