補償器の付加による受動的冗長化[†]

陶 山 貢 市*・瀬 部 昇**

A Supplementary Compensator for Reliable Stabilization with Passive Redundancy

Koichi SUYAMA* and Noboru SEBE**

This paper brings up a new problem on reliable stabilization with passive redundancy.

This paper considers the situations where a stable feedback control system is operational, and aims at supplementing this system with a new compensator to obtain a total system which is reliably stable with passive redundancy.

A type of supplementary compensators is presented, which corresponds to a new type of resulting total control systems. The reliable stabilizability condition by such a supplementary compensator is equivalent to the strong stabilizability condition of the operational compensator.

Key Words : reliable control, passive redundancy, supplementary compensator, strong stabilization

1. はじめに

制御対象に複数個の補償器を接続して、そのなかのいくつかの補償器が不稼働となった場合でも制御系が安定に保たれるようにすることを受動的冗長化という¹⁾。このような性能はつぎの点から重要である。

- (1) システムとしての信頼性の向上
- (2) オンラインでの保守・点検やリプレイスが可能になる

故障や保守などの異常時にバックアップの補償器を稼働させる場合と異なり、常に複数個の補償器が接続されていてそれぞれ稼働している受動的冗長化では補償器の異常検出と接続の切り替えが必要ない。その反面、制御系内の不稼働部分の存在を考慮した議論が必要である。現在までいくつかの結果が得られている^{1)~5)}。

本論文の目的は、従来とは異なる観点から受動的冗長化をとらえ、新しい問題を提起することである。さらに、

それに対処するために制御系全体の新しい構造を与えることである。

従来の議論では、制御系に含まれる複数個の補償器すべてを設計することにより、受動的冗長化の達成を目指している。Vidyasagarらは制御対象の強安定化可能性が並列に接続した二つの補償器により受動的冗長化が可能であるための十分条件であることを示した^{1),2)}。さらに、Mintoらはそれが必要十分条件であることを示した³⁾。瀬部らは一方の補償器の出力の情報をほかの補償器に帰還させる構造により、強安定化不可能な制御対象に対しても受動的冗長化を可能にした⁴⁾。この結果は補償器の数が3個以上の場合に拡張されている⁵⁾。

これらの議論は、制御対象が与えられたとき、受動的冗長化が達成されている制御系をこれから新たに稼働させるためのものである。それに対してたとえば以下のような場合には稼働中の制御系が与えられる。

- (a) 不安定な制御対象があらかじめ補償器より安定化されている場合
- (b) コストや稼働状況などの理由により稼働中の補償器をそのまま用いる場合
- (c) 制御系を段階的に構築していく場合
- (d) 補償器のリプレイスを行う場合

本論文では制御対象に安定化補償器が接続されてフィードバック制御系として稼働しているこのような状況を考

[†] 第14回 Dynamical System Theory シンポジウムで発表 (1991・12)

* 千葉工業大学 習志野市津田沼 2-17-1

** 東京大学工学部 東京都文京区本郷 7-3-1

* Chiba Institute of Technology, Narashino

** University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo

(Received March 25, 1992)

(Revised June 23, 1992)

える。信頼性を向上させること、あるいはオンライン保守・点検やリプレイスを可能とすることを目的に、新たな補償器の接続、すなわち補償器の付加によってこの稼働中の制御系を拡充する。すなわち、制御系の拡充という観点から稼働中の補償器を含めた形で受動的冗長化を議論する。

このような観点からの受動的冗長化に対してはすべての補償器を設計することでそれを実現する従来の議論では対応できない。

本論文ではまず、新たな補償器の接続方法としてもっとも簡単な、稼働中の補償器に対して並列に接続する構造に関して考察する。なお、この場合は文献3)の議論に帰着できる。しかし、そこで与えている受動的冗長化可能条件は判定方法が現在までに得られていない。本論文では判定可能な条件を与えるが、それは補償器の付加ということにより必然的に必要となる条件よりもさらにきつい条件になっている。そこで、本論文では付加する補償器の新しい構造を考え、その結果、両者が等価になることを示す。

本論文では以下の記号を用いる。

C_{+e} : 無限遠点を含む s の閉右半平面
 $\{s | \operatorname{Re} s \geq 0\}$

RH_{∞} : C_{+e} に極をもたない s のプロパー安定実有理関数を要素とする行列の集合

$\mathcal{U} : A^{-1} \in RH_{\infty}$ となる $A \in RH_{\infty}$ (ユニモジュラ行列) の集合

$\|\cdot\| : F(s) \in RH_{\infty}$ に対する H_{∞} ノルム

$$\|F(s)\| = \sup_{s \in C_{+e}} \sigma_{\max}[F(s)]$$

$\sigma_{\max}$ は最大特異値を表わす。

I : 単位行列

2. 問題設定

まず、二つの補償器を用いた場合の受動的冗長化を文献1), 4)の定義を拡張して、つぎのように定義する。

【受動的冗長化の定義】 二つの補償器がともに正常のとき制御系は安定であり、さらにどちらか一方が不稼働となっても他方が正常であればその安定性が維持されるとき、受動的冗長化が達成されているという。ただし、議論の前提として以下の仮定をおく。

(F1) 不稼働時の補償器の出力は入力とは無関係な有界信号である。

(F2) 補償器以外の部分で断線は起こらない。 $\square$

これまでに研究されてきた受動的冗長化問題はつぎのようなものである。

【受動的冗長化問題 A】 制御対象 P に対して、二つの補

Fig. 1 Reliable stabilization problem with passive redundancy. Usual problem (a) and problem studied in this paper (b)

償器 C_1, C_2 を接続する。このとき受動的冗長化を達成する (C_1, C_2) は存在するか。存在すれば求めよ (Fig. 1 (a)). ∇

この問題 A は、与えられた制御対象に対して二つの補償器を設計し、制御系全体を新しく構成することにより受動的冗長化を達成しようとするものである。

それに対して、本論文では稼働中の制御系に新たに補償器を接続して制御系を拡充することで、受動的冗長化の実現をめざす。以下に整理する。

【受動的冗長化問題 B】 制御対象 P と補償器 C_1 からなる安定なフィードバック制御系に対して、以下の条件 (C1), (C2) を満たすように補償器 C_2 を付加する。このとき、(C_1, C_2) が受動的冗長化を達成しているような C_2 は存在するか。存在すれば求めよ (Fig. 1 (b)).

(C1) 稼働中の制御系の構造(制御対象 P と補償器 C_1 の接続関係)はそのまま用いる。

(C2) 新しい補償器 C_2 は稼働中の制御系の結線上に接続する。

(注意 1) 条件 (C2) は、新しい補償器 C_2 が稼働中の補償器 C_1 の内部信号を直接得たり、 C_1 内部に直接信号を入れることを排除する。これらは C_1 の入出力形態を変えることであり、(特に後者は) C_1 の改造を意味する。また、 C_1 の実装の状況により、その任意の内部信号を得たり、任意の部分に信号を入力することが可能であるとは限らない。本論文では、一般的な議論のため、これらのことはできなしとし、補償器の付加のみによる制御系の拡充を考える。稼働中の制御系の改造を排除する条件 (C1) も同様の考えに基づく。 $\square$

次章以降ではこの問題 B について考察する。以後、現在稼働中の補償器 C_1 および制御対象 P と補償器 C_1 か

Fig. 2 Operational stable control system

らなる制御系をそれぞれ既存補償器, 既存制御系と呼ぶ。さらに, 受動的冗長化を達成するために既存制御系に付加する補償器 C_2 を付加補償器と呼ぶ。

既存制御系を以下のように表現する。左既約分解表現

$$P = \tilde{D}^{-1} \tilde{N} \quad \tilde{D}, \tilde{N} \in RH_{\infty} \quad (1)$$

をもつ m 入力 n 出力の制御対象に対して, Fig. 2 の安定な制御系がすでに構成されているとする。 $\tilde{D}, \tilde{N}$ はそれぞれ適当な大きさの行列である。また, 既存補償器 C_1 の右既約分解

$$C_1 = X_1 Y_1^{-1} \quad Y_1, X_1 \in RH_{\infty} \quad (2)$$

として, 一般性を失わず, Bezout 恒等式

$$\tilde{D} Y_1 + \tilde{N} X_1 = I \quad (3)$$

を満たすような (Y_1, X_1) を考える。

3. 並列付加補償器による受動的冗長化

本章では, 条件 (C1), (C2) を満たすもっとも簡単な付加補償器 C_2 として, Fig. 3 に示したように既存補償器 C_1 に対して並列に接続するものを考える。以下ではこれを並列付加補償器と呼び, その右既約分解を

$$C_2 = X_2 Y_2^{-1} \quad Y_2, X_2 \in RH_{\infty} \quad (4)$$

とする。

(注意 2) 文献 1), 2) ではこの Fig. 3 の構造に関して受動的冗長化問題 A を考察している。文献 3) では“reliable stabilization problem”として議論している。□

(注意 3) 文献 3) ではつぎの問題も議論している。

[reliable control problem] 制御対象 P に対して, 安定化補償器 C が与えられたとき, Fig. 3 の制御系を考える。 $C = C_1 + C_2$ を満たし, かつ, 受動的冗長化を達成す

Fig. 3 Total system with a parallel supplementary compensator

る (C_1, C_2) は存在するか。▽

本章で考える並列付加補償器に関する議論は, C_1 が与えられたときに $C_1 = (C_1 + C_2) + (-C_2)$ と考えれば, 二つの補償器 $C_1 + C_2, -C_2$ により受動的冗長化を達成する reliable control problem と等価である。しかし, 文献 3) でこの問題に対して与えている結果は同時強安定化可能条件に帰着するものである。この条件の判定方法は現在までに得られておらず, その意味で不完全な結果である。□

3.1 受動的冗長化可能条件

まず, Fig. 3 の制御系の受動的冗長化に関してつぎの定理が成り立つ。

《定理 1》 並列付加補償器により受動的冗長化が達成されているための必要十分条件は

$$Y_2 + Y_1 \tilde{N} X_2 \in \mathcal{U} \quad (5)$$

$$\tilde{D} Y_2 + \tilde{N} X_2 \in \mathcal{U} \quad (6)$$

が同時に成り立つことである。□

(証明)

(i) 二つの補償器が正常な場合の安定条件:

Fig. 3 の制御系の安定条件を考える。入力 u_1, u_2, u_3 から出力 y_1, y_2, y_3 までの伝達関数行列は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} X_1 & 0 & 0 \\ 0 & X_2 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & I \\ 0 & Y_2 & I \\ -\tilde{N} X_1 & -\tilde{N} X_2 & \tilde{D} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{N} \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで, $(Y_1, X_1), (Y_2, X_2)$ の右既約性より, 1 番目と 2 番目の行列は右既約である。また, $(\tilde{D}, \tilde{N})$ の左既約性より, 2 番目と 3 番目の行列は左既約である。したがって, 2 番目の行列がユニモジュラ行列であることがこの伝達関数行列が安定であるための必要十分条件である²⁾。(3) 式を用いてその行列式を計算すると

$$\det \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & I \\ 0 & Y_2 & I \\ -\tilde{N} X_1 & -\tilde{N} X_2 & \tilde{D} \end{bmatrix} = \det [Y_2 + Y_1 \tilde{N} X_2] \quad (8)$$

となる。これより, 二つの補償器が正常な場合の安定条件は条件 (5) と等価である。

(ii) 既存補償器 C_1 のみが正常な場合の安定条件:

C_2 の出力 y_2 は入力 e_2 に無関係な有界信号だから, y_2 を u_3 に含めて考えれば, 制御系は Fig. 2 と等価となる。仮定よりそれは安定である。

(iii) 付加補償器 C_2 のみが正常な場合の安定条件:

C_1 の出力 y_1 は入力 e_1 に無関係な有界信号だから, y_1 を u_3 に含め, Fig. 4 の制御系の安定条件を考える。

Fig. 4 Total system with a parallel compensator supplement in case where it is the only compensator that is operational

入力 u_2, u_3 から出力 y_2, y_3 までの伝達関数行列は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} X_2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_2 & I \\ -\tilde{N}X_2 & \tilde{D} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \tilde{N} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 (Y_2, X_2) の右既約性より、1 番目と 2 番目の行列は右既約である。また、 $(\tilde{D}, \tilde{N})$ の左既約性より、2 番目と 3 番目の行列は左既約である。したがって、2 番目の行列がユニモジュラ行列であることがこの伝達関数行列が安定であるための必要十分条件である。(3)式を用いてその行列式を計算すると

$$\det \begin{bmatrix} Y_2 & I \\ -\tilde{N}X_2 & \tilde{D} \end{bmatrix} = \det [\tilde{D}Y_2 + \tilde{N}X_2] \quad (10)$$

となる。これより、 C_2 のみが正常な場合の安定条件は条件(6)と等価である。

以上の(i)～(iii)より、題意が成り立つ。

この定理から、並列付加補償器により受動的冗長化が可能であるために既存制御系が満たすべき条件を述べたつぎの定理が得られる。

《定理2》 並列付加補償器により受動的冗長化が可能であるための必要十分条件は

$$P_0 = \tilde{D}^{-1} \tilde{N} X_1 \tilde{N} \quad (11)$$

が強安定化可能²⁾であることである。

なお、(11)式が P_0 の左既約分解表現であることは

$$\tilde{D}(Y_1 + Y_1 \tilde{N} X_1) + \tilde{N} X_1 \tilde{N} X_1 = I \quad (12)$$

という Bezout 恒等式が存在することより明らか。

(証明) 定理1の条件(5),(6)は補償器 $C_2 = X_2 Y_2^{-1}$ が制御対象 $P = \tilde{D}^{-1} \tilde{N}$ と系

$$P' = Y_1 \tilde{N} \quad (13)$$

を同時に安定化することを意味する。したがって、並列付加補償器により受動的冗長化が可能であるためには P と P' が同時安定化可能²⁾であることが必要十分である。さらに、 P と P' は C_{+e} に共通の極をもたないで、それらが同時安定化可能であるための必要十分条件は $P - P'$ が強安定化可能であることである^{2),6)}。

$$P - P' = \tilde{D}^{-1} \tilde{N} X_1 \tilde{N} \quad (14)$$

より、題意が成り立つ。

3.2 受動的冗長化可能条件に関する考察

本節では、並列付加補償器により受動的冗長化が可能

な既存制御系のクラスを明確にする。系1, 2に既存制御系に関する必要条件, 十分条件を与える。

〈系1〉 並列付加補償器により受動的冗長化が可能であるための必要条件は制御対象 P と既存補償器 C_1 がともに強安定化可能であることである。

(証明)

(i) 制御対象 P の強安定化可能性の必要性：

$\tilde{N}X_1\tilde{N}, \tilde{N}, X_1$ の C_{+e} 実ブロッキング零点²⁾の集合をそれぞれ $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2$ とする。このとき

$$\Sigma_0 \supset \Sigma_1, \quad \Sigma_0 \supset \Sigma_2 \quad (15), (16)$$

である。ここで、 P_0 が強安定化可能であるためには $\det \tilde{D}$ が Σ_0 の点で一定符号であることが必要十分である。(15)式より、そのためには $\det \tilde{D}$ が Σ_1 の点で一定符号であること、すなわち $P = \tilde{D}^{-1} \tilde{N}$ が強安定化可能であることが必要である。

(ii) 既存補償器 C_1 の強安定化可能性の必要性：

(16)式より、 P_0 が強安定化可能であるためには $\det \tilde{D}$ が Σ_2 の点で一定符号であることが必要である。ここで(3)式より、 Σ_2 の点で $\det \tilde{D} \det Y_1 = 1$ である。したがって、 P_0 が強安定化可能であるためには $\det Y_1$ が Σ_2 の点で一定符号であること、すなわち $C_1 = X_1 Y_1^{-1}$ が強安定化可能であることが必要である。

(注意4) 一般に、制御対象の強安定化可能性とその安定化補償器の強安定化可能性は無関係である。

(注意5) 系1における制御対象 P の強安定化可能性の必要性は文献3)の結果からもただちに導くことができる。

〈系2〉 並列付加補償器により受動的冗長化が可能であるための十分条件は既存補償器 C_1 が安定であることである。

(証明) C_1 が安定、すなわち $Y_1 \in \mathcal{U}$ の場合に

$$\tilde{D} + \tilde{N} X_1 \tilde{N} W \in \mathcal{U} \quad (17)$$

となる $W \in RH_\infty$ が存在することを示せばよい。

$$k > \frac{1}{\|\tilde{N}X_1\|} \quad (18)$$

を満たす自然数 k に対して

$$\left(I - \frac{1}{k} \tilde{N} X_1\right)^k \in \mathcal{U} \quad (19)$$

である。(19)式を展開し、(3)式を用いて、

$$\begin{aligned} & \left(I - \frac{1}{k} \tilde{N} X_1\right)^k \\ &= I - \tilde{N} X_1 + \sum_{i=2}^k r_i (\tilde{N} X_1)^i \\ &= \tilde{D} Y_1 + \tilde{N} X_1 \tilde{N} \left[\sum_{i=2}^k r_i X_1 (\tilde{N} X_1)^{i-2} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

を得る。 r_i は適当な係数である。 $Y_1 \in \mathcal{U}$ より

$$W = \sum_{i=2}^k r_i X_1 (\tilde{N} X_1)^{i-2} Y_1^{-1} \in RH_\infty \quad (21)$$

Fig. 5 Reliable stabilizability condition by parallel supplementary compensators

ととれば

$$\tilde{D} + \tilde{N}X_1\tilde{N}W = \left(I - \frac{1}{k}\tilde{N}X_1\right)^k Y_1^{-1} \in \mathcal{U} \quad (22)$$

となる。

系 1, 2 により, 並列付加補償器により受動的冗長化が可能な既存制御系のクラスは Fig. 5 のようになる。 P , C_1 が強安定化可能かつ C_1 が不安定であるような既存制御系の一部がそのクラスに含まれることはつぎの例から明らかである。

[例 1] つぎの強安定化可能な制御対象を考える。

$$\tilde{D} = \frac{(s-2)(s-3)}{(s+1)^2}, \quad \tilde{N} = \frac{s-1}{(s+1)^2}$$

いま

$$\tilde{D} \frac{(s+1)^2}{(s+\sqrt{2}-1)^2} + \tilde{N} \frac{(3+2\sqrt{2})(s+1)^2}{(s+\sqrt{2}-1)^2} = 1$$

より, 一般に (3) 式を満たす安定化補償器 $C_1 = X_1 Y_1^{-1}$ は $K \in RH_\infty$ を用いてつぎのように与えられる。

$$Y_1 = \frac{(s+1)^2}{(s+\sqrt{2}-1)^2} - \frac{s-1}{(s+1)^2} K$$

$$X_1 = \frac{(3+2\sqrt{2})(s+1)^2}{(s+\sqrt{2}-1)^2} + \frac{(s-2)(s-3)}{(s+1)^2} K$$

(i) $K=50$ の場合: この補償器 $C_1 = X_1 Y_1^{-1}$ は

極: $-0.4202 \pm j0.0397, 1.178, 45.66$

零点: $-0.4202 \pm j0.0396, 2.080 \pm j1.199$

をもち, 不安定かつ強安定化可能である。

$\tilde{N}X_1\tilde{N}$ の C_{+e} 実ブロッキング零点: $1, \infty$

であり, これらの点で $\det \tilde{D}$ は符号を変えない ($\det \tilde{D}$ の C_{+e} 零点は 2, 3)。したがって, P_0 は強安定化可能であり, この既存制御系は並列付加補償器により受動的冗長化可能である。

(ii) $K=450$ の場合: この補償器 $C_1 = X_1 Y_1^{-1}$ は

極: $-0.4100 \pm j0.0100, 1.020, 445.8$

Fig. 6 Total system with a parallel supplementary compensator

零点: $-0.4149 \pm j0.0136, 2.295, 2.602$

をもち, 不安定かつ強安定化可能である。

$\tilde{N}X_1\tilde{N}$ の C_{+e} 実ブロッキング零点:

$1, 2.295, 2.602, \infty$

であり, これらの点で $\det \tilde{D}$ は符号を変える。したがって, P_0 は強安定化不可能であり, この既存制御系は並列付加補償器により受動的冗長化不可能である。□

3.3 既存補償器の強安定化可能性の必要性

並列付加補償器による受動的冗長化が可能であるためには既存補償器 C_1 の強安定化可能性が必要である (系 1)。これは以下のような意味をもつ。

いま, 並列付加補償器により受動的冗長化が達成されているとする。

まず, 付加補償器 C_2 のみ正常な場合 (Fig. 4), 入力 u_2 , u_3 から出力 y_2, y_3 までの伝達特性は安定である。

つぎに, 二つの補償器がともに正常な場合 (Fig. 3), この制御系は Fig. 6 のように系 Q が既存補償器 C_1 を安定化しているとみることができる。ここで, 上述の付加補償器 C_2 のみが正常な場合の安定性より, Q の e から y_3 への伝達特性は安定である。このことは, C_1 が強安定化可能であることを意味している。

以上の議論から, 条件 (C1), (C2) を満たす付加補償器を考える限り, 受動的冗長化のために既存補償器の強安定化可能性が必要となることは必然である。ただし, 並列付加補償器では現実には受動的冗長化可能なクラス (定理 2) はそれよりさらに狭くなっているということが重要である。

4. 既存補償器と干渉をもつ付加補償器による受動的冗長化

並列付加補償器により受動的冗長化可能な既存制御系は制御対象と既存補償器がともに強安定化可能である場

Fig. 7 Total system with an interconnection-type supplementary compensator

合の一部にすぎない。そこで、本章では条件 (C1), (C2) を満たすより一般的な付加補償器として、Fig. 7 のような既存補償器 C_1 と干渉をもつもの、すなわち、一般にその伝達特性が

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \\ X_2 \end{bmatrix} Y_2^{-1} \begin{bmatrix} V & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$Y_2, X_2, Z, V, W \in RH_\infty, \det Y_2 \neq 0$$

で表わされるようなものを考える。ここで、 $\left(Y_2, \begin{bmatrix} Z \\ X_2 \end{bmatrix} \right)$ は右既約、 $(Y_2, [V \ W])$ は左既約である。以下ではこれを干渉型付加補償器と呼ぶことにする。

4.1 受動的冗長化可能条件

本章の主結果はつぎの定理である。

《定理3》 干渉型付加補償器により受動的冗長化が可能であるための必要十分条件は既存補償器 C_1 が強安定化可能であることである。 $\square$

3.3 節で述べたように、 C_1 の強安定化可能性が必要条件となることは第2章の問題設定における条件 (C1), (C2) から必然である。本定理はそれが十分条件になっていることを示すものである。

(注意6) 多くの多入出力系は強安定化可能である¹⁷⁾。その意味で、多入出力の制御対象 P と既存補償器 C_1 からなる既存制御系の場合、定理3における C_1 の強安定化可能条件は満たされていることが多い。

1 入出力の P, C_1 からなる既存制御系の場合、定理3の条件はそれに比べてより厳しいものとなる。しかしこの場合でも、たとえばPI制御系や C_1 が安定であるような制御系など、定理3の条件を満たす既存制御系のクラスは決して狭くないと考えられる。 $\square$

4.2 定理3の証明

定理3の必要性は3.3節の議論から明らかである。

ここでは十分性を示すため、干渉型付加補償器のクラスをその伝達特性が

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \\ X_2 \end{bmatrix} Y_2^{-1} \begin{bmatrix} V & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$Y_2, X_2, Z, V \in RH_\infty, \det Y_2 \neq 0$$

Fig. 8 Total system with an interconnection-type supplementary compensator in case where it is the only compensator that is operational

で表わされるようなものに限定して考える。 $\left(Y_2, \begin{bmatrix} Z \\ X_2 \end{bmatrix} \right)$ は右既約とする。このとき、つぎの補題が成り立つ。

[補題1] 干渉型付加補償器(23)'により受動的冗長化が達成されているための必要十分条件は

$$\begin{aligned} & (Y_1 + VX_1)(\tilde{D}Y_2 + \tilde{N}X_2) \\ & + [I - (Y_1 + VX_1)\tilde{D}](Y_2 + Z) \in \mathcal{U} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\tilde{D}Y_2 + \tilde{N}X_2 \in \mathcal{U} \quad (25)$$

が同時に成り立つことである。 $\square$

なお、(24)式において $(Y_1 + VX_1, I - (Y_1 + VX_1)\tilde{D})$ が左既約であることは

$$(Y_1 + VX_1)\tilde{D} + [I - (Y_1 + VX_1)\tilde{D}]I = I \quad (26)$$

というBezout恒等式が存在することより明らか。また、条件(25)は (Y_2, X_2) が右既約でなければならないことを示している。

(証明) 定理1の証明とまったく同様に、二つの補償器が正常な場合(Fig. 7)と付加補償器 C_2 のみが正常な場合(Fig. 8)の安定条件がそれぞれ条件(24), (25)と等価であることを示すことができる。 $\blacksquare$

既存補償器 C_1 が強安定化可能であれば、たとえばつぎのようなアルゴリズムにより補題1の条件(24), (25)を同時に満たす、すなわち受動的冗長化を達成する干渉型付加補償器(23)'を得ることができる。

[ステップ1]

$$T_1 = Y_1 + VX_1 \in \mathcal{U} \quad (27)$$

を満たす V を求める。

[ステップ2]

$$T_2 = \tilde{D}Y_2 + \tilde{N}X_2 \in \mathcal{U} \quad (28)$$

を満たす (Y_2, X_2) を求める。

[ステップ3]

$$T_1 T_2 + (I - T_1 \tilde{D})(Y_2 + Z) \in \mathcal{U} \quad (29)$$

を満たす Z を求める。

ステップ1は既存補償器 $C_1 = X_1 Y_1^{-1}$ に対する強安定化問題、ステップ2は制御対象 $P = \tilde{D}^{-1} \tilde{N}$ に対する安定化問題である。さらにステップ3は $T_1^{-1}(I - T_1 \tilde{D})$ ((26)式よりこれは左既約分解表現)に対する強安定化問題に帰着される。すなわち、

$$T_1 + (I - T_1 \tilde{D})R \in \mathcal{U} \quad (30)$$

Fig. 9 Supplementary compensators with a single interconnection with operational compensator

を満たす強安定化補償器 $R \in RH_\infty$ を求め、

$$Z = RT_2 - Y_2 \quad (31)$$

とすればよい。

以上により、定理 3 の十分性が証明できた。

4.3 干渉の効果

本章で議論してきた干渉型付加補償器はつぎの二つの干渉経路 (R1), (R2) をもつ。

(R1) 既存補償器 C_1 の出力 y_1 の情報を付加補償器 C_2 が得る干渉経路

(R2) 付加補償器 C_2 が既存補償器 C_1 の入力に影響を及ぼす干渉経路

並列付加補償器は干渉型付加補償器からこれら二つの干渉経路を取り去った構造に対応する。その場合、既存補償器の強安定化可能性は受動的冗長化可能であるための十分条件にはなっていないかった。

いま、干渉経路 (R2) のみをもつ付加補償器 (Fig. 9 (a)) について考えてみよう。その伝達特性は一般に次式で表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} y_4 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \\ X_2 \end{bmatrix} Y_2^{-1} e_2 \quad (32)$$

$$Y_2, X_2, Z \in RH_\infty, \det Y_2 \neq 0$$

ここで、 $\begin{bmatrix} Z \\ X_2 \end{bmatrix}$ は右既約とする。この付加補償器 (32)

に関する議論は前節で $V=0$ とした場合に相当し、補題 1 よりただちにつぎの命題が得られる。

[命題 1] 付加補償器 (32) により受動的冗長化が達成されているための必要十分条件は

$$Y_1(\tilde{D}Y_2 + \tilde{N}X_2) + (I - Y_1\tilde{D})(Y_2 + Z) \in \mathcal{U} \quad (33)$$

$$\tilde{D}Y_2 + \tilde{N}X_2 \in \mathcal{U} \quad (34)$$

が同時に成り立つことである。□

また、つぎの命題は明らかである。

[命題 2] 付加補償器 (32) により受動的冗長化が可能であるための必要十分条件は

$$P_1 = Y_1^{-1}(I - Y_1\tilde{D}) \quad (35)$$

が強安定化可能であることである。□

なお、(35)式において $(Y_1, I - Y_1\tilde{D})$ が左既約であることは (26)式で $V=0$ とおいた式より明らか。さらに、受動的冗長化が可能であるためのつぎの必要条件が導かれる。

[命題 3] 付加補償器 (32) により受動的冗長化が可能であるための必要条件是制御対象 P と既存補償器 C_1 がともに強安定化可能であることである。□

(証明) 制御対象の右既約分解表現

$$P = ND^{-1} \quad D, N \in RH_\infty \quad (36)$$

および既存補償器 C_1 の適当な左既約分解表現

$$C_1 = \tilde{Y}_1^{-1}\tilde{X} \quad \tilde{Y}_1, \tilde{X} \in RH_\infty \quad (37)$$

を考慮することにより

$$I - Y_1\tilde{D} = N\tilde{X}_1 \quad (38)$$

が成り立つ⁹⁾。したがって、 $I - Y_1\tilde{D}$ の C_{+e} 実ブロッキング零点の集合を Σ'_1 , N の (すなわち $\tilde{N}$ の) それを Σ'_1 , $\tilde{X}_1$ の (すなわち X_1 の) それを Σ'_2 とすると、

$$\Sigma'_0 \supset \Sigma'_1, \Sigma'_0 \supset \Sigma'_2 \quad (39), (40)$$

となる。

以下、系 1 とまったく同様に証明できる。■

以上、干渉経路 (R2) のみをもつ付加補償器 (Fig. 9 (a)), (32)式) について考察した。干渉経路 (R1) のみをもつ付加補償器 (Fig. 9 (b)) についても、同様の考察により、受動的冗長化が可能であるためには制御対象と既存補償器の両方の強安定化可能性が必要となることが示される。

結局、干渉経路 (R1), (R2) を両方同時に用いる Fig. 7 の干渉型付加補償器でなければ既存補償器の強安定化可能性が受動的冗長化可能条件と等価にはならない。

5. おわりに

本論文では現在稼働中の制御系の拡充という観点から受動的冗長化をとらえた。すなわち、制御対象に安定化補償器が接続され、フィードバック制御系としてすでに稼働している状況で、新たな補償器を接続して制御系を拡充する。それにより受動的冗長化という以前の制御系がもっていない制御性能の実現をめざす。そしてこの考えに基づき新しい問題提起を行った。

このような観点から設定した条件 (C1), (C2) を満たす付加補償器を考える限り、受動的冗長化が可能であるためには既存補償器の強安定化可能性が必然的に必要になる。さらに、並列付加補償器を用いる場合、受動的冗長

化可能条件はそれよりもきつい条件となった。そのため干渉型付加補償器という付加する補償器の新しい構造を考え、その結果、両者を等価にすることができた。

強安定化可能な既存補償器と干渉型付加補償器からなる冗長化補償器全体に望ましい伝達特性をもたせる設計法をすでに得ている。これについては稿を改めて報告する予定である。

参 考 文 献

- 1) M. Vidyasagar and N. Viswanadham : Reliable Stabilization Using a Multi-controller Configuration, Automatica, **21**-5, 599/602 (1985)
- 2) M. Vidyasagar : Control System Synthesis : A Factorization Approach, MIT Press (1985)
- 3) K. D. Minto and R. Ravi : New results on the multi-controller scheme for the reliable control of linear plants, Proc. ACC, 615/619 (1991)
- 4) 瀬部, 玄, 新, 北森 : 二つの補償器による一受動的冗長化法, 計測自動制御学会論文集, **24**-12, 1337/1339 (1988)
- 5) 瀬部, 玄, 新, 北森 : 複数補償器を用いた一受動的冗長化法, 第 31 回自動制御連合講演会前刷, 59/60 (1988)
- 6) 前田, 杉江 : アドバンスド制御のためのシステム制御理論, 朝倉書店 (1990)
- 7) M. Vidyasagar and N. Viswanadham : Algebraic Design Techniques for Reliable Stabilization, IEEE Transac-

tions on Automatic Control, **AC-27** 5, 1085/1095 (1982)

[著 者 紹 介]

陶 山 貢 市 (正会員)

1990 年, 東京大学大学院工学系研究科博士課程修了(計数工学専攻)。同年千葉工業大学情報工学科助手。92 年 4 月より講師。むだ時間系, 制御系設計の研究に従事。システム制御情報学会, IEEE などの会員(工学博士)。

瀬 部 昇 (正会員)

1989 年, 東京大学大学院工学系研究科修士課程修了(計数工学専攻)。同年東京大学工学部計数工学科助手。分散制御, ロバスト制御の研究に従事。システム制御情報学会の会員。