逐次多点法によるロールプロフィール計測方法

——計測点間隔の短縮——

平 卯太郎*

Serial Multi-Point Method for Roll Surface Profile Measurement

——The Way to Shorten the Measuring Point Interval——

Utarou TAIRA*

We've already developed "Serial Multi-Point Method" to measure the surface profile with high accuracy.

In the method mentioned above, measuring point interval must be as same as the sensors' span and can't be shorten at will.

So, after confining the area of application only to roll used for plate rolling, we'll propose a supplemental method to shorten the measuring point interval arbitrarily.

In this method, we assume several groups of measuring points, points belonging to same group are of same interval as the sensors' span, and groups are slightly shifted one another to the measuring line-ward to place each one point of every group in a row by rotation.

And, the lower-powered function is utilized to acquire the macro shape common to all the groups' profiles measured beforehand with "Serial Multi-Point Method"

Then using this macro shape as the guide, each of profiles is moved and unified to obtain the final result of short measuring point interval.

We also certify the feasibility of this method with carrying out the numerical simulation, and with giving the proof of existence of the solutions namely coefficients of lower-powered function and quantities of move to be added to unify individual profiles into one.

Key Words: surface profile measurement, short measuring point interval, lower-powered function, macro shape, roll used for plate rolling

1. はじめに

長尺物の表面プロフィール計測方法として先に提案した逐次多点法^{2),4)}は、3個以上の距離センサを等間隔配置に搭載した測定ヘッドを対象物の計測線に沿って走行させながら、センサ間隔だけ移動するつど、各センサの対面点までの距離を同時測定することを基本とし、測定ヘッドの走行ガタ（横ぶれと回転）の影響を受けないという特徴をもつとともに、センサ個数の増加によって計測精度が向上する。

しかし、上述した計測方法の基本からも明らかなように、計測点間隔はセンサ間隔と等しくなり、したが

って、センサ間隔をそのままに計測点間隔のみを短縮することはできない。また、たとえセンサ間隔を狭めるにしても、そこにはセンサ自体の大きさによっておのずと限界があるので、任意に計測点間隔を短縮することは本来は不可能である。

しかし、できるだけ計測点間隔を短縮したいという要請は表面プロフィール計測にとって切実なものであり、この点に関しては、センサ構成に一部変更を加えて連続計測を可能とする方法³⁾も提案されている。

そこで、このような状況を踏まえ、本報告では対象物を鋼板などの板材圧延用のロール（これ以降、単に「ロール」という）に限定したうえで、先に提案した方法でのセンサ構成を変更することなく、しかも、センサ間隔に制約されずに計測点間隔を任意に短縮することを可能とする方法について述べる。

* 山武ハネウエル(株) 東京都大田区西六郷 4-28-1

* Yamatake Honeywell Co., Ltd., Ohta-ku, Tokyo
(Received January 28, 1991)

(Revised July 29, 1991)

2. ロール摩耗形状

ロールは、被圧延物との摩擦によって使用中にも刻々と摩耗が進行するので、ある時点で圧延機から取り外し、表面を研削し摩耗形状を除去した後、再度、圧延機に取り付けるといった手順で繰り返し使用される。

ところで、ロールは研削によって、その表面プロフィールをほぼ直線 (Fig. 1(a)), または、わずかに膨らんだ湾曲形 (Fig. 1(b)) の滑らかな形状に成形された後、使用とともに Fig. 1(c) に示すような形をそのマクロ形状としながら摩耗が進行する。

Fig. 1(c) の形状は一般に「鍋底形」と呼ばれ、ロールの表面を細かく見れば局所的な凹凸が多数存在することはもちろんであるが、マクロ的にはこの「鍋底形」か、もしくは、「鍋底形」を多少歪めた形状 (これ以降これらを総称して「鍋底形」という) で摩耗が進行すると見てまちがいがなく、使用開始時の直線、あ

Fig. 1 Typical macro shape of roll surface profile

Fig. 2 Actual surface profile of roll

るいは、湾曲形と使用開始後の鍋底形が計測対象とする表面プロフィールのマクロ形状となる。

なお、Fig. 2 は使用後に圧延機から取り外したロールの表面プロフィールを文献 2) の方法で計測した実際例であり、やはり、そのマクロ形状は多少歪んだ鍋底形である (逐次多点法の本質は距離測定であり、凹んだ部分は距離が大きいのので計測結果は正方向となるのが本来であるが、鍋底の「底」というイメージを伝えるため本図のみ正負を逆転させ、凹みを負方向で表示する)。

3. 計測方法

逐次多点法では、Fig. 3 に示すように、それぞれセンサ間隔と同じ間隔の計測点からなる I 点列、II 点列、III 点列、… 個々の表面プロフィールは計測できるが、これらの計測結果は、各点列ごとに計測点から 2 点ずつ個別に任意選定された基準点が、座標平面の横軸 (計測線方向軸) に載るよう個々に平面内移動されて求まるので、I, II, III, … 点列の各表面プロフィール計測結果の相互関係は保存されない。

したがって、各点列ごとの表面プロフィールから計測点間隔が短縮された表面プロフィールを再現するには、何らかの手段で各点列の表面プロフィールの間の相互関係を復元する必要がある。

ところで、対象物となるロールの表面プロフィールは前章で述べたように直線、湾曲形、あるいは、鍋底形のいずれかのマクロ形状をもち、I, II, III, … 点列ごとの各表面プロフィール形状も、当然、上記マクロ形状を共有すると期待される。

よって、逐次多点法であらかじめ計測した各点列ご

Fig. 3 Arrangement of measuring points

との表面プロフィール計測結果から共通するマクロ形状を抽出し、このマクロ形状に沿わせるように各点列の表面プロフィールを平面内移動（平行移動と回転）して、Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、… 各点列の表面プロフィールを1本に統合する考え方に従って計測点間隔を短縮することを検討した結果、下記の方法を採用した。

つまり、表面プロフィールのマクロ形状を低次の関数形 $y = \sum_{k=0}^n \theta_k \lambda^k$ （ただし、 θ_k は未知係数、 λ は計測線方向座標）で表現するとともに、1本に統合する際に個々の点列のプロフィール形状に施すべき座標平面内移動の要素としての平行移動 d_α と（計測線方向単位長さ当たり）回転 k_α （ $\alpha = \text{Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, } \dots$; 点列数 N ）を想定し、これらとあらかじめ逐次多点法²⁾で得られた個々の点列ごとの表面プロフィール計測結果 $y_{\alpha,j}$ を用いて、 $\theta_n \sim \theta_0$,

d_α , d_α , d_α , $\dots$, k_α , k_α , k_α , $\dots$ を未知数とした(1)式に示す方程式をⅠ, Ⅱ, Ⅲ, … 点列それぞれについて作成する。そして、それらのすべてを一括連立させて解き、各 θ_k , d_α , k_α が求まれば、そのうちの各 d_α , k_α （ $\alpha = \text{Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, } \dots$ ）に基づき、あらかじめ求めてある各プロフィールを座標平面内移動してこれらを1本に統合することで計測点間隔を短縮する。

ただし、 λ_α （ $\alpha = \text{Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, } \dots$ ）は各点列の R 個の計測点の内での回転の支点とみなす第 (R_0+1) 計測点の計測線方向座標であり、 A_j は第 (R_0+1) 計測点から同じ点列内の他の計測点（第 j 計測点）までの計測線方向距離で、センサ間隔を W として、 $A_j = W \cdot (R_0 - j + 1)$ となる。

$$\left. \begin{aligned} y_{\alpha,1} &= \theta_n(\lambda_\alpha - A_1)^n + \theta_{n-1}(\lambda_\alpha - A_1)^{n-1} + \dots + \theta_2(\lambda_\alpha - A_1)^2 + \theta_1(\lambda_\alpha - A_1) + \theta_0 - d_\alpha + A_1 k_\alpha \\ y_{\alpha,2} &= \theta_n(\lambda_\alpha - A_2)^n + \theta_{n-1}(\lambda_\alpha - A_2)^{n-1} + \dots + \theta_2(\lambda_\alpha - A_2)^2 + \theta_1(\lambda_\alpha - A_2) + \theta_0 - d_\alpha + A_2 k_\alpha \\ &\vdots \\ y_{\alpha,R_0+1} &= \theta_n \lambda_\alpha^n + \theta_{n-1} \lambda_\alpha^{n-1} + \dots + \theta_2 \lambda_\alpha^2 + \theta_1 \lambda_\alpha + \theta_0 - d_\alpha \\ &\vdots \\ y_{\alpha,R} &= \theta_n(\lambda_\alpha - A_R)^n + \theta_{n-1}(\lambda_\alpha - A_R)^{n-1} + \dots + \theta_2(\lambda_\alpha - A_R)^2 + \theta_1(\lambda_\alpha - A_R) + \theta_0 - d_\alpha + A_R k_\alpha \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} y_{\alpha,1} &= \theta_n(\lambda_\alpha - A_1)^n + \theta_{n-1}(\lambda_\alpha - A_1)^{n-1} + \dots + \theta_2(\lambda_\alpha - A_1)^2 - (d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0) + A_1(k_\alpha - \theta_1) \\ &= \theta_n(\lambda_\alpha - A_1)^n + \theta_{n-1}(\lambda_\alpha - A_1)^{n-1} + \dots + \theta_2(\lambda_\alpha - A_1)^2 - (d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0) + R_0 W(k_\alpha - \theta_1) \\ y_{\alpha,2} &= \theta_n(\lambda_\alpha - A_2)^n + \theta_{n-1}(\lambda_\alpha - A_2)^{n-1} + \dots + \theta_2(\lambda_\alpha - A_2)^2 - (d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0) + (R_0 - 1)W(k_\alpha - \theta_1) \\ &\vdots \\ y_{\alpha,R_0+1} &= \theta_n \lambda_\alpha^n + \theta_{n-1} \lambda_\alpha^{n-1} + \dots + \theta_2 \lambda_\alpha^2 - (d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0) \\ &\vdots \\ y_{\alpha,R} &= \theta_n(\lambda_\alpha - A_R)^n + \theta_{n-1}(\lambda_\alpha - A_R)^{n-1} + \dots + \theta_2(\lambda_\alpha - A_R)^2 - (d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0) + (R_0 - R + 1)W(k_\alpha - \theta_1) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T \\ C^T \end{bmatrix} \cdot (A, C)^{-1} \begin{bmatrix} A^T \\ C^T \end{bmatrix} \cdot Y = (B^T B)^{-1} \cdot B^T \cdot Y \quad (3)$$

ただし、

$$x_1 = (\theta_n, \theta_{n-1}, \dots, \theta_2)^T$$

$$x_2 = \{(d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0), (d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0), \dots, W(k_\alpha - \theta_1), W(k_\alpha - \theta_1), \dots\}^T$$

$$Y = (y_{1,1}, y_{1,2}, \dots, y_{1,R}, y_{2,1}, y_{2,2}, \dots, y_{2,R}, y_{3,1}, \dots)^T$$

$$B = \begin{bmatrix} (\lambda_I - A_1)^n, (\lambda_I - A_1)^{n-1}, \dots, (\lambda_I - A_1)^2, -1, & & R_0, & & \\ (\lambda_I - A_2)^n, (\lambda_I - A_2)^{n-1}, \dots, (\lambda_I - A_2)^2, -1, & \mathbf{0}, & (R_0 - 1), & \mathbf{0} & \\ \vdots & & & & \\ (\lambda_I - A_R)^n, (\lambda_I - A_R)^{n-1}, \dots, (\lambda_I - A_R)^2, -1, & & (R_0 - R + 1), & & \\ (\lambda_{II} - A_1)^n, (\lambda_{II} - A_1)^{n-1}, \dots, (\lambda_{II} - A_1)^2, & 0, -1, & & R_0, & 0 \\ \vdots & & \mathbf{0} & & \\ (\lambda_{II} - A_R)^n, (\lambda_{II} - A_R)^{n-1}, \dots, (\lambda_{II} - A_R)^2, & 0, -1, & & (R_0 - R + 1), & \\ \vdots & & & & \\ & 0, & 0, & -1 & \mathbf{0} & R_0 & \mathbf{0} \\ & & \vdots & & & \vdots & \\ & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & \vdots \\ & & & & & & \\ & -1, & & & & & (R_0 - R + 1) \end{bmatrix}$$

$\parallel$
A
 $\parallel$
C

Fig. 4 Unification of two profiles

ところが、(1)式は(2)式と変形されることからわかるように、未知数の内の各 d_α , k_α , θ_0 , θ_1 の間には1次従属関係があり、各 d_α , k_α ($\alpha = \text{I, II, III, } \dots$) は単独には求まらず、 $(\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0)$, $(k_\alpha - \theta_1)$ という線形結合の形で値が(3)式に示すように求まるのみであり、各プロフィールの統合は不可能と思われる。

しかし、この点については、ある点列、たとえばI点列を基準とみて動かさず、II点列以下をI点列に合せ込むように動かして1本に統合する、つまり、基準とみたI点列と他の点列それぞれに必要な平面内移動量の差だけを、(4)式にしたがってII点列以下のあらかじめ求めてある表面プロフィール計測結果 $y_{\alpha,j}$ に補正するという考えに従えば、何ら支障なく1本に統合することが可能であり、 $y'_{\alpha,j}$ が計測点間隔を短縮した後の表面プロフィール値であり、これが最終的な計測結果となる。

そして、点列数 N の増加により計測点間隔を必要に応じて短縮することができる。

$$\begin{aligned} y'_{\alpha,j} &= y_{\alpha,j} + \underbrace{(d_\alpha - d_1)}_{\text{①}} + \underbrace{(\lambda_1 - \lambda_\alpha)k_1}_{\text{②}} - \underbrace{\lambda_j(k_\alpha - k_1)}_{\text{③}} \\ &= y_{\alpha,j} + (d_\alpha - d_1) - (\lambda_\alpha - \lambda_1)k_1 \\ &\quad - (R_0 - j + 1)W \cdot (k_\alpha - k_1) \\ &= y_{\alpha,j} + (d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0) - (d_1 - \lambda_1 \theta_1 - \theta_0) \\ &\quad - (\lambda_\alpha - \lambda_1)(k_1 - \theta_1) \\ &\quad - (R_0 - j + 1)\{W \cdot (k_\alpha - \theta_1) - W \cdot (k_1 - \theta_1)\} \\ &\quad (\alpha = \text{I, II, III, } \dots, j = 1, \dots, R) \quad (4) \end{aligned}$$

なお、(4)式の①、②、③の部分は、それぞれ Fig. 4 に示した①、②、③の操作に対応する。

このうち①は平行移動量の差に、③は回転量の差に対応し、②はII点列以下の回転の支点とみなした計測点の計測線方向座標位置でのマクロ形状を、I点列のマクロ形状に載せるために必要な操作である。

4. 次数の決定

第2章で述べたマクロ形状の中で、低次関数の次数を最も高くする必要があると考えられるのは鍋底形で

あり、その場合に Fig. 2 の実際例にあるような鍋底形のバリエーションを考慮する必要があるにしても、10次を越える次数設定は不要であろうし、逆に次数が高すぎると各点列に共通するマクロ形状のみならず、共通性のない局所的な凹凸によるミクロ形状をも抽出してしまい、低次関数を使うことの本来の主旨に反することとなる。

一方、直線や湾曲形にとってはこの程度の次数でも高すぎはするが、その場合は高次の係数が(3)式では0と求まり、主に低次の項でマクロ形状が表現されること、および、計測点数が多ければこの程度の次数ではミクロ形状を表現するには至らないことから、鍋底形に合せた次数に設定しておいても支障はない。

つまり、次数は鍋底形にとっての必要最低値にできるだけ近くし、高すぎることはないことが求められる。

なお、極端に全計測点数が少なく、それが大きくても10を越えない鍋底形のための次数に近い場合は、どうしても関数が局所形状を抽出する傾向が強くなるので本方法の適用は困難となる。

5. 0次、1次係数の決定

第3章で述べたように2次以上の係数はすでに決定できたのに対し、0次と1次の係数 θ_0 , θ_1 は決まらないままであったので、この章ではこれらの決定について述べる。ただし、 θ_0 , θ_1 の値は計測点間隔が短縮された表面プロフィールを求める上で特に必要としない。

さて、 θ_0 , θ_1 に関しては d_α および k_α との線形結合 $(d_\alpha - \lambda_\alpha \theta_1 - \theta_0)$, $(k_\alpha - \theta_1)$ としての値が2次以上の係数の値とともに求まることは、これも第3章で述べた通りである。

そこで、 d_α および k_α に関しては各点列を統合する際に基準とみて動かさなかった点列、たとえばそれをI点列として、動かさなかったことから d_1 および k_1 を0と指定すると $(d_1 - \lambda_1 \theta_1 - \theta_0) = (-\lambda_1 \theta_1 - \theta_0)$, $(k_1 - \theta_1) = (-\theta_1)$ となり、第3章で求めたそれらの線形結合としての値を用いて θ_0 と θ_1 は容易に決定される。

以上ですべての係数が決定できたが、このようにして決定される関数は、基準とみた点列の姿勢、つまり各点列を1本に統合した最終計測結果の姿勢での表面プロフィールのマクロ形状を表わす。

6. シミュレーション結果

5個の距離センサを50mm配置間隔で搭載した測

Fig. 5 Result of simulation (Model surface without prominence: $N=5$, $R=41$, $n=5$)

Fig. 6 Result of simulation (Model surface with one prominence: $N=5$, $R=41$, $n=5$)

定ヘッドを用い、鍋底形モデルプロフィール面上の2040 mm 区間に10 mm 間隔で205 計測点を設定したという想定での数値シミュレーション結果を Fig. 5, Fig. 6 に示す。

これらの例では、I～V の5 点列 ($N=5$) を設定し、各点列は41 点 ($R=41$) の計測点を有し、マクロ形状を表現する低次関数の次数は5 次 ($n=5$) を採用したが、これは第7 章で示す解の存在条件 ($N > n$) が、そこでも述べるように実際にはさらに緩いことにより可能である。

また、各点列ごとの表面プロフィール形状は、もちろん逐次多点法²⁾によって計測したが、距離測定値に混入する誤差の影響を論じることは逐次多点法²⁾の範疇であり、本計測点間隔短縮方法の主眼ではないので距離測定値への誤差の混入はないとした。

Fig. 5 のモデルプロフィール面は折れ線で構成した模式的な鍋底形を、Fig. 6 ではこれに局所的な凸部を1 ヶ所付加したものを想定しているが、計測結果は両者とも計測対象の形状をほぼ忠実に再現しており、本方法が有効に機能したことを示している。

なお、本方法での低次関数の使用は、あくまでも各点列の表面プロフィールに共通するマクロ形状を抽出し、これに基づいて個々の表面プロフィールを座標平面内移動するだけを目的としており、関数の次数が表

Fig. 7 Example of not applicable surface

面プロフィールの局所形状を表現するには低すぎても、そのことで最終的に得られる計測結果における局所形状が本来的に損なわれるものではない。このことは、Fig. 5, Fig. 6 に示す計測結果で、5 次などでは表現しきれない折れ線形状や中央部の突起形状が良好に再現できたことによって裏付けられている。

また、低次関数の次数をマクロ形状を抽出するのに必要なよりも高く想定しすぎると、関数形はマクロ形状に留まらず局所形状をも表現してしまい、本方法で低次関数を用いる主旨から逸脱し兼ねないので、次数の想定は高すぎないようにする必要があることは先にも述べた通りであるが、現在のところ次数の最適想定値を理論的に決定する手段はない。

ところで、本方法の計測精度は低次関数として抽出された共通マクロ形状が個々の点列に関してもいかに適合しているかに依存し、つまり、対象物の表面プロフィールそれ自体に依存するので、点列ごとの表面プロフィール計測に用いた逐次多点法²⁾の計測精度が対象物の形状に依存しないとは性質を異にする。

たとえば、センサ間隔と等しい周期性をもつ Fig. 7 に示すような形状に対しては、最終的に得られる結果が一直線となるなど本方法がまったく適用できない例すらありうる。

よって、この章では必要な演算処理が手順上は何らの破綻なく実行できることを、第7 章に示す解の存在といった理論面では別に実際面でも示すことも主な目的の一つであり、Fig. 5, Fig. 6 の結果は、まさに上記の目的が達成できたことを示すもので、同時に計測精度をも示していることはいうまでもないが、精度は先に述べたように共通マクロ形状が個々の点列に関してもいかに適合するかに左右されるので、ここに示したものが計測精度の一例でしかないことは否定できない。

7. 解の存在

この章では、解の存在について証明を与える。

(証明) (3)式に示す解 $(x_1^T, x_2^T)^T$ の存在については、下記(a), (b')の2項目が必要十分条件であるこ

とがすでに示されており²⁾, このうち(a)についてはCの形自体もまったく同一であるので, その成立は明らかである.

(a) $C^T C$ が正則である.

(b') QA の各列が1次独立である.

つぎに(b')について述べる.

(b')の行列 QA は(5)式で定義されるベクトル m_j ($j=1, \dots, R$) を用いて(6)式のように表わされる.

$$Q = (I - C(C^T C)^{-1} C^T)$$

$$= \begin{bmatrix} I-L & & 0 \\ & I-L & \\ 0 & & I-L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & & 0 \\ & M & \\ 0 & & M \end{bmatrix} \quad (5) \nearrow$$

$$QA = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_I - A_j)^n, & \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_I - A_j)^{n-1}, & \dots, & \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_I - A_j)^2 \\ \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_{II} - A_j)^n, & \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_{II} - A_j)^{n-1}, & \dots, & \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_{II} - A_j)^2 \\ \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_{III} - A_j)^n, & \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_{III} - A_j)^{n-1}, & \dots, & \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_{III} - A_j)^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \quad (6)$$

このとき, QA の各列が1次従属であるとする, その表現は $\gamma_n \sim \gamma_2$ をすべてが同時には0とならない任意の定数として(7)式, これをさらに変形して(8)式となる.

$$\gamma_n \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_\alpha - A_j)^n + \gamma_{n-1} \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_\alpha - A_j)^{n-1} + \dots + \gamma_2 \sum_{j=1}^R m_j (\lambda_\alpha - A_j)^2 = 0 \quad (7)$$

$$m_1 \sum_{k=2}^n \gamma_k (\lambda_\alpha - A_1)^k + m_2 \sum_{k=2}^n \gamma_k (\lambda_\alpha - A_2)^k + \dots + m_R \sum_{k=2}^n \gamma_k (\lambda_\alpha - A_R)^k = 0 \quad (8)$$

$$(\alpha = I, II, III, \dots)$$

一方, $m_1 \sim m_R$ については, それらが1次従属であることの表現は γ' と γ'' を同時には0とならない任意の定数として(9)式と表わされる以外にはないことがすでに示されている²⁾.

$$\{\gamma' + \gamma'' R_0\} m_1 + \{\gamma' + \gamma'' (R_0 - 1)\} m_2 + \{\gamma' + \gamma'' (R_0 - 2)\} m_3 + \dots + \{\gamma' + \gamma'' (R_0 - R + 1)\} m_R = 0 \quad (9)$$

よって, (8)式が成立するためには, (10.1)~

ただし,

$$I_{(R \times R)} : \text{単位行列}$$

$$L_{(R \times R)} : L = [l_{i,j}] \quad (i=1, \dots, R, j=1, \dots, R)$$

$$l_{i,j} = \frac{2}{R(R+1)}$$

$$\cdot \left\{ 2R + 5 - 3(i+j) + \frac{6(i-1)(j-1)}{R-1} \right\}$$

$$M_{(R \times R)} : M = I - L = (m_1, m_2, \dots, m_R)$$

(10. R)式が成立することが必要十分条件である.

$$\gamma' + \gamma'' R_0 = \sum_{k=2}^n \gamma_k (\lambda_\alpha - A_1)^k \quad (10.1)$$

$$\gamma' + \gamma'' (R_0 - 1) = \sum_{k=2}^n \gamma_k (\lambda_\alpha - A_2)^k \quad (10.2)$$

$$\gamma' + \gamma'' (R_0 - R + 1) = \sum_{k=2}^n \gamma_k (\lambda_\alpha - A_R)^k \quad (10. R)$$

$$(\alpha = I, II, III, \dots)$$

そこで, たとえば m_1 の係数に関する条件である(10.1)式に着目してみると, $\alpha = I, II, III, \dots$ について, λ_α が $\lambda_I, \lambda_{II}, \lambda_{III}, \dots$ と N 個の値に入れ替わる以外は式の形がまったく同一である. ところが, (10.1)式の n 次方程式は多くとも n 個の根しかもたないので, $N > n$ であれば(10.1)式の $\alpha = I, II, III, \dots$ に対応する N 本の方程式のすべてが同時に成り立つことはありえない.

以上の議論は(10.2)式以下についても同様であるので, (10.2)~(10. R)式も成り立つことはなく, しかも $\gamma' + \gamma'' \cdot (R_0 - j + 1)$, ($j=1, \dots, R$) は直線的に変化する値であるので, n に関する制約条件はさらに緩和される方向にあるが, 少なくとも $N > n$ とすれば(8)

式、つまりは、(7)式が成り立つことはない。すなわち、 QA の各列は1次独立である。

以上で条件(a)，(b')の成立が証明され、よって、 $(B^TB)^{-1}$ の存在、つまり、解の存在が証明された。■

8. ま と め

計測対象をロールに限定したうえで、表面プロフィール計測方法として先に提案した逐次多点法の機能を強化し、装置構成を変更することなしにセンサ間隔に制約されずに計測点間隔を任意に短縮することを可能とする方法を考案した。

そして、必要な演算処理が支障なく実行できることを、実際面からはシミュレーションによって、理論面からは解の存在証明によって、それぞれ確認した。

本方法は対象物をロールに限定したことが示すように、直線、湾曲形、鍋底形というそのマクロ形状が利用できることを前提としている点で他の対象物への普遍的適用性には欠けるが、従来はなかった計測点間隔の任意短縮機能を付加した点で有意義である。

参 考 文 献

- 1) 川口，平：逐次多点法による表面プロフィール計測方法，第24回 SICE 学術講演会予稿集，839/840 (1985)
- 2) 田村，平，阪本：逐次多点法による表面プロフィール計測方法，計測自動制御学会論文集，25-5，509/516 (1989)
- 3) 安達，北川，松本，竹内：逐次3点法の連続形状計測への拡張，計測自動制御学会論文集，26-9，989/994 (1990)
- 4) 平卯太郎：逐次多点法による表面プロフィール計測方法—計測時間の短縮—，計測自動制御学会論文集，27-5，509/515 (1991)

[著 者 紹 介]

平 卯太郎 (正会員)

1978年，早稲田大学理工学部電気工学科卒業。1980年，同大学大学院修士課程修了。同年，住友金属工業(株)入社，1988年通商産業省工業技術院派遣。1990年，山武ハネウエル(株)入社。現在，モデル予測制御の研究に従事。精密工学会の会員。