サーボ系による連続経路制御のサンプル値制御における 適正サンプル周波数の決定法[†]

中 村 政 俊*・香 田 英 之**・久 良 修 郭**

Determination of Required Sampling Rate for Sampling Control of
Continuous Contour Control by Servo System

Masatosi NAKAMURA*, Hideyuki KODA* and Nobuhiro KYURA**

This paper concerns with the sampling rate for sampling control of continuous contour control by servo system such as industrial robots. We derived a formula for the required sampling rate for the sampling control theoretically in order to exhibit a satisfactory control performance.

Key Words: continuous contour control, industrial robot, sampling control, sampling rate, servo system

1. ま え が き

産業用ロボットや工作機械などのサーボ系による連続経路制御（輪郭制御）においては、制御対象の応答のオーバーシュートは極力避けたい。しかしこのサーボ系の制御をサンプル値制御で行うと、操作量の計算のために計算むだ時間が生じ、操作量の指令信号が少なくとも1サンプル時間以上遅れて装置に伝わる。この計算むだ時間のため、むだ時間のないサーボ系が本来有する遮断周波数の約30倍以上のサンプル周波数でもってサンプル値制御を行わないと、応答にオーバーシュートや振動を生じて、むだ時間がない理想状態のサーボ系と同等の制御特性が得られないということがサーボ系設計者の間で経験されている。

サンプル値制御の計算時間に関する研究としては、計算時間による遅れを数段先予測して補償する制御方法の研究¹⁾や演算時間の制御への影響を考慮した制御系の設計法²⁾がある。また計算によるむだ時間と制御特性との関係に関する研究としては、 Z 領域においてサンプル間隔が制御特性に及ぼす影響を調べて、サンプル周波数の決定に関係する条件を導出している³⁾が、最終的に要求

されるサンプル周波数に関する関係式は陽には導かれていない。

本論文では、サーボ系による連続経路制御のサンプル値制御を行う場合に、サーボ系の本来有する制御特性を十分に発揮させるために要求されるサンプル周波数の関係式を導いた。本方法で採用した制御特性の条件および得られたサンプル周波数の関係式の妥当性をDCサーボモータを用いた実験を介して確認した。この結果は、従来経験的に決定されていたサンプル周波数に対して理論的裏付けを与えるものとして重要である。

2. サーボ系に要求される制御特性の条件

産業用ロボットや工作機械などのデジタルサーボ系においては、マイナーループの速度に関する比例ゲインが、メインループの位置に関する比例ゲインに対して十分大きな値であれば、そのサーボ系全体をメインループのみの1次系と近似して考えることができる⁴⁾。よって、解析を行うデジタルサーボ系は1次系として取り扱い、高次系の議論は後ほど簡単に行う。

速度指令である操作量の計算にまったく時間を要せずに、観測値を得て操作量を出力するまでに、遅れのない理想状態の1次のサーボ系の伝達関数は

$$G_1(s) = Y(s)/R(s) = K/(s+K) \quad (1)$$

となる。この $R(s)$ は位置の指令値である。この出力信号 $Y(s)$ は具体的にはDCサーボモータに取り付けられたロボットアームなどの付け根の位置を意味する。したがってサーボ系は制御対象に対して、セミクロースドループを形成している。このサーボ系の遮断周波数は伝達関数のゲイン特性より、 $f_0^0 = K/2\pi$ である。この遮断周波数より遅い周波数成分しか含んでいないような、ゆるやか

[†] 第9回計測自動制御学会九州支部学術講演会で一部発表(1990・11)

* 佐賀大学理工学部 佐賀市本庄町1

** (株)安川電機ロボット研究所 北九州市八幡西区藤田2346

Faculty of Science and Engineering, Saga University, Saga

** Research and Development Laboratory, Yasukawa Electric Co., Kitakyusyu

(Received August 26, 1991)

(Revised November 14, 1991)

な目標軌道に対しては、このサーボ系は正しく目標値に追従できる可能性をもっている。しかし実際に、このサーボ系のサンプル値制御を行うと、操作量を出力するまでに、制御器での操作量の計算の遅れや、状態量の読み込みの遅れなどによるむだ時間が存在する。このため、サーボ系は諸々のむだ時間の総和 L を含んだ形になる。このむだ時間の総和がサンプル間隔の q 倍 (q は 1 以上の実数) であるとする、 $L=qT_s$ (T_s : サンプル間隔) で表わされ、むだ時間とサンプル周波数は $L=q/f_s$ (f_s : サンプル周波数) の関係がある。

サンプル値制御のサンプル周波数が低いと、このむだ時間のために、過渡応答にオーバーシュートや振動が生じて制御性能が劣化する。このオーバーシュートはサーボ系の連続経路制御においては極力避けたい。

サンプル値制御におけるサンプル周波数とサーボ系の制御特性との関係を明らかにして、制御性能を維持するのに必要なサンプル周波数の理論的な決定を行う。そこで、サンプル値制御においては、むだ時間にのみ注目して、離散化による影響は無視する。この近似によって、厳密には Z 領域で解析すべき問題を、近似的に s 領域で表わすことができ、以下の容易な解析を可能にする鍵となっている。

むだ時間が存在する 1 次のサーボ系の伝達関数は

$$G_2(s) = Y(s)/R(s) = Ke^{-Ls}/(s + Ke^{-Ls}) \quad (2)$$

となる。このむだ時間を有する場合のサーボ系に、制御特性として要求される条件を考える。サーボ系による連続経路制御において要求される制御性能は、そのサーボ系の過渡応答がある程度複雑な目標軌道に対して、正しくしかもオーバーシュートなしに追従することである。したがって、要求される制御性能を整理すると、つぎの二つの条件にまとめることができる。

(A) 過渡応答に振動が生じず、かつ発散しない (オーバーシュート条件)

(B) むだ時間を含む系の遮断周波数が理想状態の遮断周波数より低下しない (遮断周波数条件)

この(A)、(B)の二つの条件を共に満足するようなサンプル周波数を次章で求める。

3. 制御特性とサンプル周波数の関係

3.1 オーバーシュート条件に対する関係式

サーボ系に課せられた条件(A)のオーバーシュート条件を満たすようなサンプル周波数を求める。

むだ時間を含む伝達関数(2)式に、解析を容易にするため、むだ時間要素 e^{-Ls} のパデ近似を用いることにより、(2)式の伝達関数を

$$G_3(s) = Y(s)/R(s) = K(2/L - s)/(s^2 + (2/L - K)s$$

$$+ 2K/L) \quad (3)$$

と近似して表現する。

むだ時間を有するサーボ系が過渡応答において、振動が生じず、かつ収束するというオーバーシュート条件を満たすためには、実質的には(3)式の特異根がすべて負の実根であればよい。その条件式は特性方程式の判別式が正で、かつ根が負であるということから

$$f_s \geq 18.3qf_c^0 \quad (4)$$

なるサンプル周波数と遮断周波数の関係式が得られる。

ただし、(3)式のパデ近似の伝達関数の中には不安定零点 ($s=2/L$) が含まれていて、応答のごく初期段階で理論上わずかのアンダーシュートが生じる⁹⁾。しかし、この見かけ上のアンダーシュートは、むだ時間をパデ近似したことによるもので、元のむだ時間系では生じない。むだ時間のパデ近似の近似誤差は、応答のごく初期段階で大きく、時間の経過とともに指数関数的に減少する傾向を有し、特性根によって生じる可能性のあるオーバーシュートを論じる遅い時間帯のパデ近似誤差はほとんど無視しうる。したがって、実用上は、近似誤差による見かけ上のオーバーシュートは無視して、特性根によるオーバーシュートだけを論じてよい。

3.2 遮断周波数条件に対する関係式

(B)の遮断周波数条件について検討する。理想状態のサーボ系の遮断周波数は $f_c^0 = K/2\pi$ である。一方、むだ時間を含む場合のサーボ系の遮断周波数は、パデ近似を用いた(3)式の伝達関数から

$$f_c = \{1/L - K/2 - ((1/L - K/2)^2 - 2K/L)^{1/2}\}/2\pi \quad (5)$$

と求めることができる。そこで、遮断周波数条件を満たすためには、 f_c が f_c^0 より大きくなければならない。 f_c が f_c^0 より大なることは、特性方程式の判別式が正という条件下においては、 L の値にかかわらず成り立つ。

4. サーボ系の 0 次ホールドサンプル値制御で要求されるサンプル周波数

一般的なむだ時間 qT_s を有する系に対するサンプル周波数の関係式(4)式を、0 次ホールドと 1 サンプルの計算むだ時間を共に有するサーボ系のサンプル値制御問題に適用する。

連続的な信号 $f(t)$ をサンプラにより離散化し、0 次ホールドを行い、1 サンプル間隔の中間の値を結んで量子化誤差を無視すると結局、元の信号 $f(t)$ に対し、時間的に $1/2$ サンプル時間遅れた信号と見なすことができる。このサンプル値制御では、0 次ホールドを考慮して $1/2$ サンプル、計算時間によりさらに 1 サンプル時間のむだ時間が生じると考えて、全体として 1.5 サンプル時間の

遅れと考える。むだ時間の総和は $L=1.5T_s$ となり、サンプル周波数の関係式(4)式において $q=1.5$ とおくと

$$f_s \geq 27.5f_0 \quad (6)$$

という結果が得られる。

この結果は、経験的に知られていたサンプル周波数が遮断周波数の約 30 倍以上必要というその数値とほぼ等しい。以上より、約 30 倍という経験の数値の理論的裏付けがなされた。

5. 実験に基づくサンプル周波数の関係式の検討

実験で用いるサーボ系の装置は、0.85 KW の DC サーボモータに連結されたボールネジによって駆動する台座とサーボコントローラ(安川電機 CPR-CA 15)とパソコン(NEC PC-9801)からなる。サーボコントローラと DC サーボモータの部分が速度ループを形成し、パソコンで位置ループを構成する。今の場合、速度ループゲインが $K_v=185[s^{-1}]$ で、位置ループゲインは $K=1[s^{-1}]$ であり、 $K_v \gg K$ の条件が成立して、速度ループの部分はブロック線図的には直結(つまり 1)と近似できて、サーボ系全体は(1)式の 1 次系で表わされる。信号の流れを述べると、DC サーボモータ(台座)の位置情報をタコジェネを介してパソコンに読み込んで、パソコン内で計算された速度指令信号が DA 変換器を介してサーボコントローラに加わり、サーボコントローラによって DC サーボモータがアナログ的に速度制御される。ここで、位置ループにパソコンを用いたのは、サンプル間隔を自由に変化させて、理論の妥当性の検証を行うことを容易にするためである。実際にはこの部分はディジタルサーボとしてハード的に実現されるべき部分である。

実験結果は Fig. 1 に示すとおり、(a)の $f_s=31.4f_0$ で必要サンプル周波数の関係式(6)式を満足する場合は、むだ時間がない理想状態のシミュレーションの結果とほぼ同じような過渡応答波形を有し、望ましい制御特性が得られた。(b) $f_s=15.7f_0$ の場合のように粗いサンプル間隔で、(6)式の関係式を満たさない場合は、過渡応答にはオーバーシュートが生じて制御特性が低下していることがわかる。なおグラフの階段状変化の中がサンプル間隔である。よって理論的に導いた(6)式のサンプル周波数に関する関係式が実験において実証され、厳密には高次であるはずの実験システムにおいても、サーボ系を 1 次と近似して求めたサンプル周波数の関係式(6)式を満足すればよいことがわかった。

6. ま と め

サーボ系による連続経路制御のサンプル値制御におい

Fig. 1 Experimental result of controlling the displacement of platform driven by DC-servo motor for different sampling rates

て、計算によるむだ時間が存在するために、十分な制御特性を得るためのサンプル周波数は、サーボ系本来の遮断周波数の約 30 倍以上必要であるという経験的に知られていた事実に相当する条件を理論的に導いた。得られた結果はサーボ系のサンプル値制御を設計する際に、適切なサンプル周波数を決めるのに役立ち、低いサンプル周波数によって生じる制御性能の低下を防止できると同時に、必要以上に高いサンプル周波数のサンプル値制御を行うというむだを省くことができる。

最後に、本研究において有益な議論をいただいた本学後藤聡助手に感謝の意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 美多 勉：演算時間を考慮したディジタル制御系の設計、計測と制御、22-7, 614/619 (1983)
- 2) 美多, 大山, 古田：サンプル周期より短い制御遅れ時間をもつ最適ディジタルレギュレータとその特性、計測自動制御学会論文集, 19-7, 589/591 (1983)
- 3) 水谷, 岡本, 大庭, 張：ディジタルサーボ系におけるサンプリング間隔の影響に関する基礎的考察、精密工学会誌, 56-06, 1100/1104 (1990)
- 4) 久良修郎：ロボットアームの高速位置決め制御の 1 方式、第 26 回 SICE 学術講演会予稿集, 371/372 (1987)
- 5) 松尾孝美：制御系における零点、計測と制御, 29-6, 543/550 (1990)