拡大言語を用いた最大可制御部分言語の計算

潮 俊 光*

Computation of the Supremal Controllable Sublanguage Using an Augmented Language

Toshimitsu USHIO*

This paper introduces a concept of an augmented language of a control specification in discrete-event systems. This language is at least legal in the sense that a plant can not generate illegal strings. We investigate its properties related to controllability of a control specification, and propose an algorithm for computation of the supremal controllable sublanguage, which is based upon an augmented language and a mapping over a family of languages. We show criteria of its finite convergence, which does not require that both a plant and a control specification are described by regular languages, but that the augmented language is regular and "enough large". We also propose an algorithm based upon an automaton which generates an augmented language in the case that a control specification is closed, and show that its complexity is polynomial.

Key Words: Discrete-event system, supervisory control, controllability, augmented language

1. はじめに

データベースシステムにおける並行処理制御やオペレーティングシステムにおける排他制御のように、制御目的が形式言語で与えられるような制御問題が離散事象システムにおいてはしばしば現れる。以下、制御目的を満たす言語のことを単に制御仕様と呼ぶことにする。このような制御問題に対して有効な制御手法としてスーパーバイザ制御が注目されている^{1),2)}。制御対象において生じた事象にしたがってつぎに生起を許容する事象を決定する制御器をスーパーバイザという。制御仕様を満たすスーパーバイザを構成することができる必要十分条件はその制御仕様が可制御となることが示されている¹⁾。理論的にはスーパーバイザは制御仕様に対する recognizer を用いて構成することができるが、一般にその状態数は非常に多くなるかまたは無限となってしまうので、通常は quotient structure theorem^{1),3)} を満たすようなオートマトンでもって構成される。特に、有限オートマトンで表わ

されるスーパーバイザを有限状態スーパーバイザという。可制御な制御仕様に対して有限状態スーパーバイザが存在するための必要十分条件も求められている^{4),5)}。

ところで一般に、制御仕様が可制御ではないときには、その部分言語の中で最大となる可制御言語に対してスーパーバイザを構成することが多い。Ramadge-Wonham のモデルにおいては、この最大可制御部分言語は常に存在することが示されており、その言語を求める手順は Wonham らによって提案されている²⁾。制御対象において生成される言語と制御仕様の両方が正規言語となるような制御問題に対して、その有限回収束が証明されている²⁾。さらに、その収束条件は制御仕様が閉じており、その拡大言語が正規言語である場合にも拡張されている⁶⁾。

本論文では、まず文献 6) で定義された拡大言語の概念を拡張する。つぎに拡大言語を用いて制御仕様を可制御となる条件を求める。最後に有限状態スーパーバイザが存在する可制御部分言語を求めるアルゴリズムを提案する。そして、ある条件のもとで、得られた言語が最大可制御部分言語となることを示す。

* 神戸女学院大学家政学部 西宮市岡田山 4-1

* Kobe College, Nishinomiya
(Received August 12, 1991)
(Revised February 10, 1992)

2. 準備

Σ を事象の集合, Σ^* を空列を含み Σ の有限個の要素からなる事象列の集合とおく. 事象列 $t, s \in \Sigma^*$ の接続を ts と書く. 言語 $T, S \subseteq \Sigma^*$ に対して, T の要素と S の要素の接続からなる集合を TS と書く.

$$TS := \{r; r = ts, t \in T, s \in S\}$$

事象列 $t \in \Sigma^*$ に対して $t = rs$ となる $s \in \Sigma^*$ が存在するとき $r \in \Sigma^*$ は t の接頭語であるという. 言語 $N \subseteq \Sigma^*$ の各事象列の接頭語からなる集合を N の閉包といい, $\bar{N}$ と書く. $N = \bar{N}$ のとき N は閉じているという. N が空集合でないならば空列は $\bar{N}$ の要素である. N の補語 $N^c = \Sigma^* - N$ と定義する. また, $\bar{K}_1 \cap \bar{K}_2 = \overline{K_1 \cap K_2}$ を満たすとき言語 K_1 と $K_2 \subseteq \Sigma^*$ は非競合であるという⁷⁾.

本論文では, 制御対象は Ramadge-Wonham モデルで表現されていると仮定する. すなわち, Σ はスーパバイザによってその生起を禁止できる事象 (可制御な事象という) の集合 Σ_c とそうでない事象 (非可制御な事象という) の集合 Σ_u に分割できると仮定する.

$$\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_u, \quad \Sigma_c \cap \Sigma_u = \emptyset$$

$M \subseteq \Sigma^*$, $L \subseteq M$ をそれぞれ制御対象が生成する言語および制御仕様とおく. M は閉じているが, L は制御対象におけるタスクの終了等を表わすこともあるので, 一般に閉じていない.

ある言語 $N \subseteq \Sigma^*$ に対して, $\bar{K}\Sigma_u \cap N \subseteq \bar{K}$ を満たす言語 $K \subseteq \Sigma^*$ は (N, Σ_u) 不変という. 特に, $K \subseteq M$ が (M, Σ_u) 不変のとき, K は可制御であるという⁷⁾. 制御仕様 L に対して制御対象が生成する言語が $\bar{L}$ となるようなスーパバイザが存在するための必要十分条件は L が可制御となることが証明されている⁷⁾. 一般に, L が可制御でないとき, その部分言語の中で集合の包含関係に関して最大となる可制御部分言語 $L^\dagger$ に対してスーパバイザを設計することが多い. $L^\dagger$ は常に存在することが証明されている²⁾. スーパバイザ制御の詳細については文献 9), 10) を参照されたい.

3. 拡大言語

quotient structure theorem¹⁾ より, スーパバイザは L の商 (quotient) となる, すなわちスーパバイザが生成する言語は L を含んでいることがわかる. また, 制御対象において望ましくない事象列を生起不可能とするために, スーパバイザ自身でもそのような事象列が生起不可能となっていると予想できる. そこで, 次式を満たす言語 L_a を L の拡大言語と定義する.

$$L_a \cap M = L, \quad \bar{L}_a \cap (M - \bar{L}) = \emptyset$$

L_a の閉包は, 制御仕様を満たす事象列の接頭語かま

たは制御対象において生成し得ない事象列の集合である. すなわち, 直感的に言えば, 拡大言語はスーパバイザが生成できる言語として望ましいと考えられる言語である. 以下, 本論文では, 拡大言語の性質を調べ, スーパバイザを設計するときに拡大言語は有効であることを示す. $A(L)$ を L の拡大言語の集合とおく.

【命題 1】 $A(L)$ は集合の包含に関して閉じており, 最大要素 $\sup A(L)$ は次式で表わされる.

$$\sup A(L) = L \cup (\bar{L}\Sigma \cap M^c)\Sigma^* \quad (1)$$

(証明) I を任意のインデックス集合とおく. 各 $\alpha \in I$ に対して $T_\alpha \in A(L)$ とおく. $A(L)$ の定義より, $T_\alpha \cap M = L$, $\bar{T}_\alpha \cap (M - \bar{L}) = \emptyset$ である. したがって,

$$(\bigcup_{\alpha \in I} T_\alpha) \cap M = L, \quad (\bigcup_{\alpha \in I} \bar{T}_\alpha) \cap (M - \bar{L}) = \emptyset$$

となる. 明らかに $\bigcup_{\alpha \in I} \bar{T}_\alpha = \overline{\bigcap_{\alpha \in I} T_\alpha}$ なので, $A(L)$ は集合の包含に関して閉じており, その最大要素 $\sup A(L)$ は常に存在する.

つぎに, (1) 式を証明する. $K := L \cup (\bar{L}\Sigma \cap M^c)\Sigma^*$ とおく. M は閉じているので, $(\bar{L}\Sigma \cap M^c)\Sigma^* \subseteq M^c$, $K \cap M = L$ となる. 明らかに,

$$(\bar{L}\Sigma \cap M^c)\Sigma^* \subseteq \bar{L} \cup M^c \quad (2)$$

なので, $\bar{K} \cap (M - \bar{L}) = \emptyset$ となる. したがって, $K \subseteq \sup A(L)$ である. 逆の包含関係を証明するためには,

$$\sup A(L) - L \subseteq (\bar{L}\Sigma \cap M^c)\Sigma^* \quad (3)$$

を示せば十分である. 定義より, $\sup A(L) \cap (M - \bar{L}) = \emptyset$ なので, $\sup A(L) \cap M^c \subseteq (\bar{L}\Sigma \cap M^c)\Sigma^*$ となる. さらに $\sup A(L) \cap M = L$ なので, (3) 式が成り立つ. $\square$

命題 1 より以下の式が容易に証明できる.

$$\sup A(\bar{L}) = \sup A(L) = \bar{L} \cup (\bar{L}\Sigma \cap M^c)\Sigma^* \quad (4)$$

そして, L の任意の拡大言語 K に対して $K = L \cup K'$, $\bar{K} = \bar{L} \cup \bar{K}'$ を満たす言語 $K', K' \in (\bar{L}\Sigma \cap M^c)\Sigma^*$ が存在する. また, 文献 6) では $\sup A(L)$ を拡大言語と呼んでいる.

有限状態スーパバイザの存在するための必要十分条件はすでに求められている^{4), 5)}. 命題 1 より, この条件を拡大言語を用いて表わすとつぎのようになる.

【命題 2】 L が可制御であるとき, L を満たす有限状態スーパバイザが存在するための必要十分条件は $\bar{L}$ の正規な拡大言語が存在することである.

L の可制御性と拡大言語との関係は以下のとおりである.

【命題 3】 つぎの条件はすべて等価である.

- ① L は可制御である.
- ② $\sup A(L)$ は (Σ^*, Σ_u) 不変である.
- ③ L の (Σ^*, Σ_u) 不変な拡大言語が存在する.

(証明) まず, ① $\Rightarrow$ ② を証明する. (4) 式と L の可制御性より,

$$\begin{aligned}
\sup A(L) \Sigma_u &= (\bar{L} \cup (\bar{L} \Sigma \cap M^c) \Sigma^*) \Sigma_u \\
&\subseteq \bar{L} \Sigma_u \cup (\bar{L} \Sigma \cap M^c) \Sigma^* \\
&= (\bar{L} \Sigma_u \cap M) \cup (\bar{L} \Sigma_u \cap M^c) \\
&\quad \cup (\bar{L} \Sigma \cap M^c) \Sigma^* \\
&\subseteq \bar{L} \cup (\bar{L} \Sigma \cap M^c) \Sigma^* = \sup A(L)
\end{aligned}$$

したがって、②が成立する。②⇒③は自明である。最後に、③⇒①を証明する。 L_a を L の (Σ^*, Σ_u) 不変な拡大言語とおく。 $L \subseteq L_a$ なので、仮定より、

$$\bar{L} \Sigma_u \subseteq \bar{L}_a \Sigma_u \subseteq \bar{L}_a \subseteq \sup A(L) \quad (5)$$

である。(4)、(5)式より

$$\bar{L} \Sigma_u \cap M \subseteq \sup A(L) \cap M = \bar{L} \quad (6)$$

となるので、 L は可制御である。□

4. (Σ^*, Σ_u) 不変な部分言語

命題 3 より、 L の可制御性は拡大言語の (Σ^*, Σ_u) 不変性と等価となることがわかる。したがって、 L が可制御でない場合には、 (Σ^*, Σ_u) 不変な拡大言語は存在しないことになる。本章ではこのような場合に、拡大言語の (Σ^*, Σ_u) 不変な部分言語と L の可制御な部分言語との関係を考察する。

言語 $N \subseteq \Sigma^*$ に対して、 N の (Σ^*, Σ_u) 不変な部分言語の集合を $\text{IN}(N)$ とおく。

$$\text{IN}(N) := \{T; T \subseteq N, \bar{T} \Sigma_u \subseteq \bar{T}\}$$

【命題 4】 任意の $N \subseteq \Sigma^*$ に対して、 $\text{IN}(N)$ は集合の結びに関して閉じている。

(証明) I を任意のインデックス集合とおく。各 $a \in I$ に対して $T_a \in \text{IN}(N)$ とおく。 $\bar{T}_a \Sigma_u \subseteq \bar{T}_a$, $\bigcup_{a \in I} \bar{T}_a = \overline{\bigcup_{a \in I} T_a}$ なので、 $\bigcup_{a \in I} \bar{T}_a \Sigma_u \subseteq \overline{\bigcup_{a \in I} T_a}$ となる。□

命題 4 より N の最大 (Σ^*, Σ_u) 不変な部分言語 $\sup \text{IN}(N)$ は常に存在することがいえる。さらに、つぎの定理が成立する。

【定理 1】 L_a を L の拡大言語とおく。このとき以下のことが成り立つ。

① $L_{c1} := \sup \text{IN}(\bar{L}_a) \cap M$ は $\bar{L}$ の可制御部分言語である。

② $\sup \text{IN}(L_a)$ と M が非競合ならば、 $L_{c2} := \sup \text{IN}(L_a) \cap M$ は L の可制御部分言語、 $\sup \text{IN}(L_a)$ は L_{c2} の拡大言語となる。

(証明) $\sup \text{IN}(L_a) \in \text{IN}(L_a)$ なので、次式が成り立つ。

$$\sup \text{IN}(L_a) \Sigma_u \subseteq \sup \text{IN}(L_a) \quad (7)$$

$$\sup \text{IN}(L_a) \subseteq L_a \quad (8)$$

(8)式より、 L_{c1} は $\bar{L}$ の部分言語である。(7)式より、

$$\begin{aligned}
\bar{L}_{c1} \Sigma_u \cap M &\subseteq \sup \text{IN}(L_a) \Sigma_u \cap M \subseteq \sup \text{IN}(L_a) \cap M \\
&= \bar{L}_{c1}
\end{aligned}$$

となるので、 L_{c1} は可制御である。したがって、①が成り

立つ。

つぎに、②を証明する。明らかに、 L_{c2} は L の部分言語である。同様にして、

$$\bar{L}_{c2} \Sigma_u \cap M \subseteq \sup \text{IN}(\bar{L}_a) \Sigma_u \cap M \subseteq \sup \text{IN}(\bar{L}_a) \cap M \quad (9)$$

となる。 M は閉じているので、仮定より、

$$\sup \text{IN}(\bar{L}_a) \cap M = \sup \text{IN}(\bar{L}_a) \cap \bar{M} = \bar{L}_{c2} \quad (10)$$

したがって、(9)、(10)式より L_{c2} は可制御となる。また、(10)式より

$$\sup \text{IN}(\bar{L}_a) \cap (M - \bar{L}_{c2}) = \phi \quad (11)$$

となるので、 L_{c2} の定義より $\sup \text{IN}(L_a)$ は L_{c2} の拡大言語となる。□

一般に、 L_{c2} は可制御とはならない。さらに、 $\sup \text{IN}(L_a)$ と M が非競合であっても、 L_{c2} は L の最大可制御部分言語とならない（そのような例は 6 章で述べる）。しかし、 L_a がある条件を満たすときにはつぎのような関係が成立する。

【系 1】 L_a, L' をそれぞれ L の拡大言語、最大可制御部分言語とおく。 L_a は (M^c, Σ_u) 不変で、 $\bar{L}_a \cap M^c \subseteq L_a$ と仮定する。このとき、以下のことが成り立つ。

①次式が成立するような L' の拡大言語 L_{ca} が存在する。

$$L_{ca} \subseteq \sup \text{IN}(L_a) \quad (12)$$

②もし $\sup \text{IN}(L_a)$ と M が非競合ならば、次式が成立する。

$$\sup \text{IN}(L_a) \cap M = L' \quad (13)$$

そして、 $\sup \text{IN}(L_a)$ は L' の拡大言語となる。

(証明) $L_{ca} := L' \cup (\bar{L}' \Sigma_u \cap M^c) \Sigma_u^*$ とおく。明らかに、 L_{ca} は L' の拡大言語となり、次式が成り立つ。

$$\bar{L}_{ca} = \bar{L}' \cup (\bar{L}' \Sigma_u \cap M^c) \Sigma_u^* \quad (14)$$

L_a は (M^c, Σ_u) 不変なので、もし $t \in \bar{L}'$, $\sigma \in \Sigma_u$, $t\sigma \in M^c$ ならば $\{t\sigma\} \Sigma_u \subseteq \bar{L}_a$ となる。したがって、

$$(\bar{L}' \Sigma_u \cap M^c) \Sigma_u^* \subseteq \bar{L}_a \cap M^c \subseteq L_a$$

となるので、 $L_{ca} \subseteq L_a$ となる。さらに、 L' は可制御なので、(14)式より

$$\begin{aligned}
\bar{L}_{ca} \Sigma_u &\subseteq (\bar{L}' \Sigma_u \cap M) \cup (\bar{L}' \Sigma_u \cap M^c) \\
&\quad \cup (\bar{L}' \Sigma_u \cap M^c) \Sigma_u^* \\
&\subseteq \bar{L}' \cup (\bar{L}' \Sigma_u \cap M^c) \Sigma_u^* = \bar{L}_{ca}
\end{aligned}$$

となるので、 L_{ca} は (Σ^*, Σ_u) 不変となり、命題 4 より (12)式が成り立つ。

つぎに②を証明する。 $L' := \sup \text{IN}(L_a) \cap M$ とおくと、

(12)式より、 $L' \subseteq L'$ となる。ところで、定理 1 より L' は可制御なので、(13)式が成立する。□

(注意) 系 1 の仮定において L_a が (M^c, Σ_u) 不変であるとは、 M の要素でない L_a の要素 t に対して事象列

$t\sigma_u(\sigma_u \in \Sigma_u)$ は L_a の要素となることを示している。また、 L_a が $\bar{L}_a \cap M^c \subseteq L_a$ であるとは、 L_a の接頭語のうち M の要素ではない事象列は L_a の要素である、すなわち、 L_a は M^c において閉じていることを表わしている。

系 1 より、ある条件のもとで、 $\sup\text{IN}(L_a)$ から L' が求められることがわかる。特に、 L が閉じている場合には、常に $\sup\text{IN}(L_a)$ と M は非競合となることが容易に証明できるので、 L_a が系 1 の仮定を満足するならば常に (13) 式が成立する。また、 $\sup\text{A}(L)$ は常に系 1 の仮定を満たしているの、任意の L に対して系 1 の仮定を満足するような拡大言語 L_a は存在する。

5. $\sup\text{IN}(L_a)$ の計算

L_a を L の拡大言語とおく。本章では、 $\sup\text{IN}(L_a)$ を求めるアルゴリズムについて考察する。まず、言語のクラス上の写像 Ω をつぎのように定義する。

$$\begin{aligned}\Omega(N) &:= L_a \cap \sup\{T \subseteq \Sigma^*; T = \bar{T}, T\Sigma_u \subseteq \bar{N}\} \\ &= \{t \in L_a; \bar{t}\Sigma_u \subseteq \bar{N}\}\end{aligned}\quad (15)$$

ただし、 $\bar{t} = \overline{\{t\}}$ である。 $\Omega(N) = N$ となる言語 N は Ω の不動点という。

【命題 5】 $\sup\text{IN}(L_a)$ は Ω の不動点である。さらに、任意の Ω の不動点 T に対して、次式が成立する。

$$T \subseteq \sup\text{IN}(L_a) \quad (16)$$

(証明) $\sup\text{IN}(L_a)$ は L_a の (Σ^*, Σ_u) 不変な部分言語であるので、(15) 式より

$$\sup\text{IN}(L_a) \subseteq \Omega(\sup\text{IN}(L_a)) \quad (17)$$

となる。任意の $t \in \Omega(\sup\text{IN}(L_a))$ に対して、 $\bar{t}\Sigma_u \subseteq \sup\text{IN}(L_a)$ かつ $t \in L_a$ である。したがって、(17) 式より

$$\overline{\Omega(\sup\text{IN}(L_a))\Sigma_u} \subseteq \overline{\sup\text{IN}(L_a)} \subseteq \overline{\Omega(\sup\text{IN}(L_a))}$$

すなわち、

$$\Omega(\sup\text{IN}(L_a))\Sigma_u \subseteq \sup\text{IN}(L_a) \quad (18)$$

となるので、(17)、(18) 式より $\sup\text{IN}(L_a)$ は Ω の不動点である。さらに、(15) 式より $T = \Omega(T) \subseteq L_a$ で $\bar{T}\Sigma_u \subseteq \bar{T}$ となるので、(16) 式が成り立つ。□

命題 5 の証明より Ω の不動点は L_a の (Σ^*, Σ_u) 不変な部分言語であることがわかる。

つぎに、以下のような言語列 $\{K_j\}$ を考える。

$$\begin{aligned}K_0 &= L_a \\ K_{j+1} &= \Omega(K_j) \quad j=0, 1, \dots\end{aligned}\quad (19)$$

Ω は単調関数、すなわち $T \subseteq S \subseteq \Sigma^*$ ならば $\Omega(T) \subseteq \Omega(S)$ となるので、命題 5 と (19) 式よりつぎの命題が容易に証明できる。

【命題 6】 言語列 $\{K_j\}$ の極限 K_∞ は常に存在して、次式が成立する。

$$\sup\text{IN}(L_a) \subseteq K_\infty \quad (20)$$

一般に、(20) 式の逆の包含関係、すなわち $\sup\text{IN}(L_a) = K_\infty$ は成立しない。そこで、 L_a が正規言語となる場合について考察する。言語 N と事象列 $s, t \in \Sigma^*$ に対して

$$\{s' \in \Sigma^*; ss' \in N\} = \{t' \in \Sigma^*; tt' \in N\}$$

が成立するとき、 $s \equiv_N t$ または $s \equiv t \pmod{N}$ と書く。 $\equiv_N$ は同値関係となる⁹⁾。さらに、 Σ^* における $\equiv_N$ の同値類の濃度を $\|N\|$ と書く。 N が正規言語となることと $\|N\|$ が有限であることは等価である⁹⁾。

【定理 2】 L_a は正規言語であると仮定する。このとき、言語列 $\{K_j\}$ は有限回で $\sup\text{IN}(L_a)$ に収束する。さらに、 $\sup\text{IN}(L_a)$ は次式を満たす正規言語である。

$$\|\sup\text{IN}(L_a)\| \leq \|L_a\| + 1 \quad (21)$$

定理 2 を証明するためにまず補題を証明する。

【補題 1】 $T, S \subseteq \Sigma^*$ を任意の言語とおく。任意の $t_1, t_2 \in \bar{T}$ に対して、 $t_1 \equiv s t_2$ ならば $t_1 \equiv r t_2$ と仮定する。このとき、次式が成立する。

$$\|T\| \leq \|S\| + 1 \quad (22)$$

(証明) $\text{card}(A/\equiv_B)$ を言語 A における $\equiv_B$ の同値類の濃度とおく。仮定より、 $\text{card}(\bar{T}/\equiv_r) \leq \text{card}(T/\equiv_s)$ である。明らかに、 $\text{card}(\Sigma^* - \bar{T}/\equiv_r) = 1$ であるので、

$$\|T\| \leq \text{card}(\bar{T}/\equiv_r) + \text{card}(\Sigma^* - \bar{T}/\equiv_r)$$

$$\leq \text{card}(\bar{T}/\equiv_s) + 1 \leq \|S\| + 1 \quad \square$$

【補題 2】 (19) 式で定義される言語の列 $\{K_j\}$ に対して、次式が成立する。

$$\|K_j\| \leq \|L_a\| + 1 \quad (23)$$

(証明) 補題 1 より、(23) 式を証明するためには、任意の $s, t \in \bar{K}_j$ に対して、 $s \equiv t \pmod{L_a}$ ならば $s \equiv t \pmod{K_j}$ となることを示せば十分である。 $K_0 = L_a$ なので、明らかに $j=0$ のとき (23) 式は成立する。

任意の $t, s \in \bar{K}_i$ に対して、 $t \equiv s \pmod{L_a}$ ならば $t \equiv s \pmod{K_i}$ と仮定する。事象列 $s, t \in \bar{K}_{i+1}$ を考える。もし $sr \in K_{i+1}$ ならば $sr \in K_i$ となるので、 $tr \in K_i$ である。よって $tr \in L_a$ となる。

つぎに、 $\bar{tr}\Sigma_u \subseteq K_i$ を示す。 $t' \in \bar{tr}$ とする。もし $t' \in \bar{t}$ ならば、 $K_{i+1} = \Omega(K_i)$ なので、任意の $\sigma_u \in \Sigma_u$ に対して $t'\sigma_u \in \bar{K}_i$ となる。もし $t' = tr'$ となる $r' \in \Sigma^*$ が存在するとき はつぎのようになる。

$$\begin{aligned}sr' \in \bar{K}_{i+1} &\Rightarrow \forall \sigma_u \in \Sigma_u : sr'\sigma_u \in \bar{K}_i \\ &\Rightarrow \exists r'' \in \Sigma^* : sr'\sigma_u r'' \in K_i \\ &\Rightarrow tr'\sigma_u r'' \in K_i \\ &\Rightarrow tr'\sigma_u \in \bar{K}_i\end{aligned}$$

同様に、逆も成立するので、 $t \equiv s \pmod{K_{i+1}}$ となる。したがって、(23) 式が成り立つ。□

(定理 2 の証明) L_a は正規言語であり、事象列 $\{K_j\}$ は単調に減少していくので、補題 2 よりこの事象列は有限回で K_∞ に収束する。したがって、 K_∞ は Ω の不動点と

なり, 命題 5 より, $K_\infty \subseteq \text{supIN}(L_a)$ となり, 命題 6 より, $K_\infty = \text{supIN}(L_a)$ となる。さらに, 補題 2 より (21) 式が成り立つ。□

命題 2, 定理 1, 2 および系 1 よりつぎの定理が容易に証明できる。

【定理 3】 もし L の正規な拡大言語 L_a が存在し, $\text{supIN}(L_a)$ と M が非競合ならば,

$$L_c := \text{supIN}(L_a) \cap M$$

は有限状態スーパーバイザが存在する L の可制御部分言語である。さらに, L_a が (M^c, Σ_u) 不変で, $\bar{L}_a \cap M^c \subseteq L_a$ ならば L_c は最大可制御部分言語となる。

L と M がともに正規言語の場合には最大可制御言語を有限回の逐次計算で求められることが, Wonham らによって示されている²⁾。定理 3 より L と M が正規言語でなくてもある条件を満たす L の正規拡大言語が存在すれば最大可制御言語が求められることがわかる。さらに, このとき L の最大可制御言語に対して有限状態スーパーバイザが存在する。

6. オートマトンによる計算

5 章で関数 Ω を用いた逐次計算により最大 (Σ^*, Σ_u) 不変な部分言語を求めた。本章では, L が閉じているときに L の正規な閉じた拡大言語 L_a を生成するオートマトンを基にして最大 (Σ^*, Σ_u) 不変な部分言語を計算する方法を提案する。一般性を失うことなく, L_a も閉じていると仮定してよい。

まず記号の定義を行う。オートマトン H を $H(X, \Sigma, \delta, x_0)$ と表わす。ただし, X は状態集合, $\delta: X \times \Sigma \rightarrow X$ は遷移関数, $x_0 \in X$ は初期状態である。さらに, $\text{trim}H$ をつぎのように定義する¹⁾。

$$\text{trim}H = (X', \Sigma, \delta', x_0)$$

ただし,

$$X' = \{x' \in X; \exists t \in \Sigma^*: \delta(t, x_0) = x'\}$$

$$\delta'(\sigma, x') = \begin{cases} \delta(\sigma, x') & \text{if } \delta(\sigma, x') \in X' \\ \text{undefined} & \text{otherwise} \end{cases}$$

また, 各 $x \in X$ に対して

$$\Sigma(\delta, x) := \{\sigma \in \Sigma; \delta(\sigma, x) \text{ が定義されている.}\}$$

と書くことにする。

(19) 式の逐次計算は, 任意の $\sigma_u \in \Sigma_u$ に対して $t\sigma_u \in K_j$ とはならない t を K_j から取り除くことを意味している。したがって, 文献 2) の 6 章と同様にして, $\text{supIN}(L_a)$ はつぎのアルゴリズムを用いて計算することができる。

1) L_a を生成するオートマトンを $H_0(X_0, \Sigma, \delta_0, x_{0,0})$, $j=0$ とおく。

2) $Y_j := \{x; x \in X_j, \Sigma(\delta_j, x) \cap \Sigma_u \neq \Sigma_u\}$

3) もし $Y_j = \emptyset$ ならば, $H_j(X_j, \Sigma, \delta_j, x_{j,0})$ が生成する

言語が $\text{supIN}(L_a)$ となる。もしそうでなければつぎのステップに進む。

4) $X_{j+1} := X_j - Y_j$

$$\delta'_{j+1}(\sigma, x) := \begin{cases} \text{undefined} & \text{if } \delta_j(\sigma, x) \in Y_j \\ \delta_j(\sigma, x) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$x'_{j+1,0} := x_{j,0}$$

$$H_{j+1}(X_{j+1}, \Sigma, \delta'_{j+1}, x'_{j+1,0})$$

$$:= \text{trim}(X'_{j+1}, \Sigma, \delta'_{j+1}, x'_{j+1,0})$$

5) $j+1 \rightarrow j$ とおき, ステップ 2 に戻る。

X と Σ の要素数をそれぞれ m, n とおくと, 上のアルゴリズムは $m^2 n$ のオーダーで計算できる。

最後に, 簡単な例題を考える。 M と L が Fig. 1 および

Fig. 1 Infinite automaton representation of a plant of the example which generates a language M , where the double circle is the initial state

Fig. 2 Infinite automaton representation of a control specification L of the example

Fig. 3 Infinite automaton representation of an augmented language L_a of the example

Fig. 4 Finite automaton representation of L_a , where the double circle is the initial state

Fig. 5 Finite automaton representation of $\text{supIN}(L_a)$

2 のオートマトンで生成される言語とする。ただし、 d は非可制御な事象でそれ以外の事象はすべて可制御な事象とする。どちらも正規言語ではなく、また L は可制御ではない。 L に対して Fig. 3 のオートマトンで生成される拡大言語 L_a を考える。明らかに (M^c, Σ_u) 不変で、 $\bar{L}_a \cap M^c \subseteq L_a$ であり、 L_a は Fig. 4 のオートマトンで生成される正規言語と等しくなる。Fig. 4 のオートマトンに対して上のアルゴリズムを適用すると Fig. 5 のオートマトンが得られる。このオートマトンで生成される言語が $\text{supIN}(L_a)$ である。定理 3 より $\text{supIN}(L_a) \cap M$ が L の最大可制御言語であり、この言語に対して有限状態スーパーバイザは存在する。

ところで、もし L の拡大言語として Fig. 6 のオートマトンで生成される言語 L'_a を考えると、 L'_a は正規言語であり、 $\bar{L}_a \cap M^c \subseteq L'_a$ であるが、 (M^c, Σ_u) 不変ではない。同様に、上のアルゴリズム適用すると Fig. 7 のオートマトンが得られ、 $\text{supIN}(L'_a) \cap M = \{\epsilon\}$ となる。ただし、 ϵ は空列を表す。このように (M^c, Σ_u) 不変でない拡大言語に対しては最大可制御部分言語が求められない場合がある。

7. おわりに

制御目的を満たす言語の拡大言語を定義し、この言語を用いて言語の可制御性や有限状態スーパーバイザの存在について検討した。つぎに、ある条件を満たす正規な拡大言語が存在する場合における最大可制御言語の計算法を提案した。さらに、この言語に対しては有限状態スー

Fig. 6 Infinite automaton representation of another regular augmented language L'_a of the example

Fig. 7 Finite automaton representation of $\text{supIN}(L'_a)$

パバイザが構成できることを示した。

ところで、 L と M は正規ではないので、正規な拡大言語を求めるアルゴリズムは、一般には存在しないと考えられる。しかしながら、システムの構造をある程度限定した場合には、発見的に拡大言語を求めることができると思われる。この点については今後の検討課題としたい。

参考文献

- 1) P. J. Ramadge and W. M. Wonham: Supervisory Control of a Class of Discrete Event Processes, SIAM J. Contr. & Opt., **25**-1, 206/230 (1987)
- 2) W. M. Wonham and P. J. Ramadge: On the Supremal Controllable Sublanguage of a Given Language, SIAM J. Contr. & Opt., **25**-3, 637/659 (1987)
- 3) A. F. Vaz and W. M. Wonham: On Supervisor Reduction in Discrete-Event Systems, Int. J. Control, **44**-2, 475/491 (1986)
- 4) T. Ushio: On the Existence of Finite State Supervisors in Discrete-Event Systems, Proc. of 29th IEEE Conf. on Decision and Control, 2857/2860 (1990)
- 5) 潮 俊光: 離散事象システムにおける有限状態スーパーバイザの非決定性と存在性, 電子情報通信学会論文誌, **J74**-A-6, 883/888 (1991)
- 6) 潮 俊光: 有限状態スーパーバイザが存在する最大可制御言語, 13 回 Dynamical System Theory シンポジウム資料, 289/292 (1991)
- 7) W. M. Wonham and P. J. Ramadge: Modular Supervisory Control of Discrete-Event Systems, Math. Control Signals Systems, **1**-1, 13/30 (1988)
- 8) J. E. Hopcroft and J. D. Ullman: Introduction to Automata Theory, Language, and Computation, Addison-Wesley, Reading, MA (1979)
- 9) P. J. Ramadge and W. M. Wonham: The Control of Discrete Event Systems, Proc. IEEE, **77**-1, 81/98 (1989)
- 10) 潮 俊光: 離散事象システムにおける制御問題とスーパーバイザ, システム/制御/情報, **34**-9, 531/538 (1990)

[著 者 紹 介]

潮 俊 光 (正会員)

1980 年, 神戸大学工学部システム工学科卒業。1985 年同大学院博士課程修了。同年カリフォルニア大学バークレイ校研究員。1986 年神戸大学工学部システム工学科助手, 1990 年神戸女学院大学家政学部講師, 1992 年助教授, 現在に至る。離散事象システムの制御, 非線形システムの解析等の研究に従事。電子情報通信学会, システム制御情報学会, 情報処理学会, 人工知能学会, IEEE, ACM などの会員 (学術博士)。