あるクラスの変曲型分布系に対する最適レギュレータの性質†

阿部直人*・嘉納秀明*

On Properties of Optimal Regulator for Hyperbolic Distributed Parameter Systems

Naoto ABE* and Hideaki KANOH*

This paper investigates some properties of an optimal regulator of a distributed parameter system which is described by a linear symmetric hyperbolic partial differential equation. Although the linear quadratic cost problem of such system has been solved, the properties of the optimal regulator have not been discussed. We show that a circle condition holds for the optimal regulator and also discuss pole location of the optimal regulator, that is, the optimal closed-loop poles are determined as roots of the determinant of a Hamilton type matrix.

Key Words: distributed parameter system, optimal regulator, circle condition, boundary control, kalman equation

1. はじめに

集中定数系の最適レギュレータはすでにさかんに研究がなされており、2次評価関数を最小にするというだけでなく、閉ループ系にとって好ましい性質(安定余や感度減少)があることは良く知られている。これらの性質には円条件が重要な役割を果たしている。円条件はカルマン方程式と呼ばれる関係式から導かれ、カルマン方程式は Riccati 代数方程式を変形することで得られる。集中定数系以外では遅れ型むだ時間系の最適レギュレータが円条件を満足することが導かれている¹⁾。この結果により無限次元系であるむだ時間系の最適レギュレータも集中定数系と同様の性質を有することが明らかとなった²⁾。一方分布定数系では、作用素で書き表わされる一般的な分布定数系についての最適レギュレータはすでに得られている³⁾。偏微分方程式表現でシステムが記述された場合でも、変曲型分布系の最適レギュレータが解かれている⁴⁾。作用素や偏微分方程式で記述されたシステムの最適レギュレータ問題では時間領域での議論が中心で

あり、円条件から得られている様々な性質は一巡伝達関数といった周波数領域での議論が必要であるために、今日までほとんど議論されていない。

本論文では対象とするシステムを文献1)で扱われている境界入力型の対称変曲型分布定数システムとする。このような偏微分方程式で記述される実際のシステムとしては並流または向流熱交換器があげられる。文献1)では最適フィードバック則が Riccati 型偏微分方程式の解を用いて表わされ、閉ループ系の安定性、Riccati 型偏微分方程式の解の存在条件などが示されている。その結果を用いて本論文では文献1)の(境界条件を多少簡略化している)変曲型分布定数系に対する最適レギュレータの円条件(カルマン方程式)を並流と向流熱交換器の場合について導出する。さらに最適レギュレータの閉ループ特性関数とカルマン方程式から、最適閉ループ極が Riccati 型偏微分方程式の解を用いることなしにシステム行列と評価関数の重み行列値関数から求められることを示す。この事実は集中系における最適閉ループ極がハミルトン行列の左半平面の固有値と等しいことに対応している。

2章では境界入力型の線形対称変曲型分布定数系の定式化を行い、3章で文献1)で求められている最適レギュレータと Riccati 型偏微分方程式を紹介したのち、円条件の導出を4章、ハミルトン行列と最適閉ループ極の関

† 第20回制御理論シンポジウムで発表(1991・5)

* 明治大学理工学部 川崎市多摩区東三田1-1-1

* Faculty of Science and Engineering, Meiji University, Kawasaki

(Received January 16, 1992)

(Revised August 13, 1992)

係についてを 5 章で述べる。

2. システムの記述

つぎに示すような境界入力型の線形双曲型分布定数系を考える。

$$\frac{\partial}{\partial t}\theta(x, t) = V \frac{\partial}{\partial x}\theta(x, t) + A\theta(x, t) \quad (1)$$

ここで A, V は $n \times n$ 次元定数行列であり、 V は正則な対角行列である。このようなシステムを対称双曲型分布系と呼ぶ。 x は距離を表わす変数で $[0, 1]$ の範囲に正規化されている。 $\theta(x, t)$ は温度を表わし、境界条件は (2) 式のように一般化して書くことができる³⁾。

$$C_1\theta(0, t) + C_2\theta(1, t) = Bu(t) \quad (2)$$

ここで C_1, C_2 は $(p+q) \times (p+q)$: $n=p+q$, B は $n \times m$ 次元定数行列で $u(t)$ は境界入力である。本論文では境界入力型の並流タイプと向流タイプの熱交換器を扱うので、それぞれの境界条件は以下になる。

$$\text{並流: } C_1 = I_n, C_2 = 0, \quad B = [D' \quad 0]' \quad (2.P)$$

$$\text{向流: } C_1 = \text{diag}(I_p, 0), \quad B = [D' \quad 0]' \quad (2.C)$$

$$C_2 = \text{diag}(0, I_q),$$

ここで I は単位行列を表わし、添え字の n, p, q はそれぞれの単位行列の次元を表わす。

Fig. 1 に簡単な熱交換器の図を示す。熱交換器とは第 1 流体と第 2 流体が熱交換面を通じて熱交換を行うものである。図では簡単のため各流体とも 1 本ずつしか描いていないが、本論文では第 1 流体 p 本、第 2 流体 q 本の場合を考える。入力とは第 1 流体の入り口温度であり、第 1 流体と第 2 流体が同方向に流れる場合を「並流(parallel flow)」逆方向に流れる場合を「向流(counter flow)」という。

以下では並流と向流の区別をつける場合は、添え字で P : 並流(Parallel flow), C : 向流(Counter flow)と区別する。ここで D は $p \times m$ 次元定数行列で、 p は境界入力に加わる部分の数である。 p, q によって状態変数 θ と対角行列 V はそれぞれ $\theta = [\theta^-, \theta^+]', V = \text{diag}(V^-, V^+)$ と分けられる。 θ^- および θ^+ はそれぞれ同じ方向に流れる第 1 流体と第 2 流体の温度を表わしており、 V の

Fig. 1 Heat exchanger system

対角要素の逆数がそれぞれの流体の速度を表わしている。入力 $u(t) \in L_2[0, \infty)$ と初期状態 $\theta(x, 0) \in L_2[0, 1]$ に対して、システム (1) の解 $\theta(x, t)$ は $\{(x, t) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t < \infty\}$ において 2 乗可積分である¹⁾。

つぎにこのシステムの境界入力 $u(t)$ から状態変数 $\theta(x, t)$ までの伝達関数を求める。システム (1) を t と x に関して、2 次元ラプラス変換を行い、 x に関して逆ラプラス変換を行うと伝達関数が求められる。並流の場合は境界条件に注意して

$$\text{並流: } \theta(x, s) = \Delta(x, s)^{-1} Bu(s) \quad (3)$$

$$\Delta(x, s)^{-1} := e^{V^{-1}(sI-A)x} \quad (4)$$

と表わされる。ここで $\Delta(x, s)^{-1}$ は集中定数系との対比が明確になるように導入した。 $\Delta(x, s)^{-1}$ は集中定数系の $(sI-A)^{-1}$ に対応し、空間に関する時間 t とは独立のパラメータ x を含む時間に関する伝達関数である。

向流の場合は多少工夫が必要となる。(3) に $x=1$ を代入し、求まった $\theta(1, s)$ を (2) に代入する。 $\theta(0, s)$ と $u(s)$ の関係に注意して伝達関数を求めると (5) となる。

$$\text{向流: } \theta(x, s) = \Delta_c(x, s)^{-1} Bu(s) \quad (5)$$

$$\Delta_c(x, s) := E(s)\Delta(x, s) \quad (6)$$

$$E(s) := \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ 0 & I_q \Delta(1, s)^{-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

(3), (5) 式からわかるように、並流と向流の場合の違いは $E(s)^{-1}$ が加わるか否かになる。並流の伝達関数は整関数となり開ループでは極をもたないが、向流は $E(s)^{-1}$ が存在するために開ループで極をもつことになる。並流タイプの熱交換器はむだ時間系と似た周波数特性をもつが、向流タイプはむだ時間系とは異なる特性をもつことが知られている³⁾。

3. 最適レギュレータ

(1) および境界条件 (2) で表わされるシステムの最適レギュレータ問題を考える¹⁾。2 次評価関数としては並流・向流ともに

$$J = \int_0^\infty \left[\int_0^1 \int_0^1 \theta'(a, t) Q(a, \beta) \cdot \theta(\beta, t) da d\beta + u'(t) Ru(t) \right] dt \quad (8)$$

を考える。ここで $Q(\cdot, \cdot) \geq 0, R > 0$ であり、(8) は無限次元の状態の 2 次形式になっている。 $Q(\cdot, \cdot) \geq 0$ とは任意の $\eta \in L_2(0, 1; R^n)$ に対し

$$\int_0^1 \int_0^1 \eta'(a) Q(a, \beta) \eta(\beta) da d\beta \geq 0 \quad (9)$$

が成り立つことをいう。

(8) 式を最小にする最適フィードバック則は並流・向流タイプともに同じ状態フィードバック形式で与えられる。

$$\begin{aligned} u(t) &= -R^{-1}D'V^{-1}\int_0^1 P^-(0, \beta)\theta(\beta, t)d\beta \\ &= \int_0^1 K(\beta)\theta(\beta, t)d\beta \end{aligned} \quad (10)$$

ただし $P^-(0, \beta)$ は以下の Riccati 型偏微分方程式(11)の解の一部である。

$$\begin{aligned} A'P(\alpha, \beta) - V\frac{\partial}{\partial\alpha}P(\alpha, \beta) \\ + P(\alpha, \beta)A - \frac{\partial}{\partial\beta}P(\alpha, \beta)V + Q(\alpha, \beta) \\ - P^-(\alpha, 0)V^{-1}DR^{-1}D'V^{-1}P^-(0, \beta) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

対称条件: $P'(\alpha, \beta) = P(\beta, \alpha)$

Riccati 型偏微分方程式の解は第 1 流体の数 p と第 2 流体の数 q で以下のように分割することができる。

$$\begin{aligned} P(0, \beta) &= \left[\begin{array}{c} P^-(0, \beta) \\ \hline P^+(0, \beta) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right\} \\ &= \underbrace{[P^-(\alpha, 0)]}_p \mid \underbrace{P^+(\alpha, 0)]}_q \end{aligned} \quad (12)$$

Riccati 型偏微分方程式(11)の境界条件はシステムが並流であるか向流であるかによってつぎのように異なる。

並流: $P_F(1, \beta) = 0$

$$P_F^+(1, \beta) = 0 \quad (13.P)$$

向流: $P_C(1, \beta) = 0$

$$P_C^+(0, \beta) = 0 \quad (13.C)$$

文献 1) においてシステムが状態フィードバック形式で安定化可能であり、評価関数に関して検出可能であるならば、Riccati 型偏微分方程式の正定唯一解が存在することが述べられている。Riccati 型偏微分方程式の境界条件(13)が文献 1) と異なるように見えるが、システムの境界条件(2)が文献 1) の簡単な場合を扱っているからで、Riccati 型偏微分方程式の解の存在の条件は文献 1) と同じである。

また、Riccati 型偏微分方程式の解 $P(\cdot, \cdot)$ をブロックに分割した理由は並流タイプと向流タイプを統一的に扱うためである。並流タイプの場合は $P(\cdot, \cdot)$ をブロックに分割する必要はなく、 $K_F(\beta)$ は $-R^{-1}B'VP_F(0, \beta)$ となり(11)式の 2 次項は

$$\begin{aligned} P_F(\alpha, 0)V^{-1}DR^{-1}D'V^{-1}P_F(0, \beta) \\ = P_F(\alpha, 0)VBR^{-1}B'VP_F(0, \beta) \end{aligned}$$

と表わされる。

4. 分布定数系の円条件

円条件とは最適レギュレータを周波数領域で評価した性質である。集中系における Riccati 代数方程式は状態の 2 次形式の中身になっている。円条件は Riccati 代数方程式の左右から入力から状態への伝達特性(sI

$-A)^{-1}B$) をかけ、入力に対する 2 次形式とし、選送差行列を用いて変形し直して導出されている。分布系でも開ループ伝達特性を用いて集中系と同様な円条件が導出できるのではないかと考えられる。

並流タイプ・向流タイプの一巡伝達関数 $G_F(s)$, $G_C(s)$ は(3), (5), (10)式よりつぎようになる。

$$G_F(s) = \int_0^1 K_F(\beta)\Delta(\beta, s)^{-1}Bd\beta \quad (14.P)$$

$$G_C(s) = \int_0^1 K_C(\beta)\Delta_C(\beta, s)^{-1}Bd\beta \quad (14.C)$$

並流と向流の違いはフィードバックゲイン $K(\beta)$ (または Riccati 方程式の解)と $E(s)^{-1}$ を含むか否かである。

《定理 1》 並流タイプ熱交換器(境界入力対称双曲型分布系)の最適レギュレータは以下の円条件

$$[I + G_F(-j\omega)]R[I + G_F(j\omega)] \geq R \quad \forall \omega \quad (15.P)$$

を満足する。

向流タイプ熱交換器の最適レギュレータも並流タイプと同様に以下の円条件

$$[I + G_C(-j\omega)]R[I + G_C(j\omega)] \geq R \quad \forall \omega \quad (15.C)$$

を満足する。

(証明) Riccati 型偏微分方程式(11)を変形することで分布形の最適レギュレータの円条件を求める。Riccati 型偏微分方程式(11)の形は並流・向流とも同じであるが一巡伝達関数が異なるために多少途中の式変形の仕方が異なる。

並流: Riccati 型偏微分方程式の右から入力から状態への伝達特性(3)式 $\Delta(\beta, s)^{-1}B$ を、左から $B'\Delta(\alpha, -s)^{-T}$ をかけ、 $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ の区間で 2 重積分する。

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 B'\Delta(\alpha, -s)^{-T} \{ \text{Riccati 方程式 (11)} \} \\ \cdot \Delta(\beta, s)^{-1}Bdad\beta = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

(16)式において状態の 2 次形式を入力の 2 次形式に書き直したことになる。これは集中系、むだ時間系ですでに得られている結果を分布定数系の場合に拡張したと考えることができる。

(16)式の計算において Riccati 型偏微分方程式(11)の偏微分の項の計算が問題となる。偏微分の項を β に関して部分積分をし、並流タイプの境界条件(13.P)を用いると

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 -B'\Delta(\alpha, -s)^{-T} \frac{\partial}{\partial\beta}P(\alpha, \beta)V \\ \cdot \Delta(\beta, s)^{-1}Bdad\beta \\ = \int_0^1 \int_0^1 B'\Delta(\alpha, -s)^{-T}P(\alpha, \beta) \\ \cdot (sI - A)\Delta(\beta, s)^{-1}Bdad\beta \\ + \int_0^1 B'\Delta(\alpha, -s)^{-T}P(\alpha, 0)VBda \end{aligned} \quad (17)$$

が得られる。集中系では式変形の都合上、 $sP - sP$ という

項を加える必要があったが、(17)式より、ここの変形においては上述のような操作はいらなくなる。(17)式ともう一つの偏微分の項を同様に部分積分し、一巡伝達関数 $G_P(s)$ (14.P) を用いると (16) 式は

$$\begin{aligned} 0 = & -RG_P(s) - G'_P(-s)R - G'_P(-s)RG_P(s) \\ & - \int_0^1 \int_0^1 B' \Delta(\alpha, -s)^{-T} Q(\alpha, \beta) \\ & \cdot \Delta(\beta, s)^{-1} B d\alpha d\beta \end{aligned}$$

と変形され、両辺に R を加えてまとめる。

$$\begin{aligned} R + \int_0^1 \int_0^1 B' \Delta(\alpha, -s)^{-T} Q(\alpha, \beta) \\ \cdot \Delta(\beta, s)^{-1} B d\alpha d\beta \\ = [I + G'_P(-s)] R [I + G_P(s)] \end{aligned} \quad (18)$$

これは並流タイプのカルマン方程式であり、集中定数系、むだ時間系と等しい形をしている。 $Q(\alpha, \beta)$ が半正定であるので、円条件

$$[I + G(-j\omega)] R [I + G(j\omega)] \geq R \quad \forall \omega \quad (15.P)$$

が満足される。□

向流: Riccati 方程式の右から入力から状態への伝達特性 (5) 式 $\Delta_c(\beta, s)^{-1} B$ を、左から $B' \Delta_c(\alpha, -s)^{-T}$ かけ、 $0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$ の区間で 2 重積分する。

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 B' \Delta_c(\alpha, -s)^{-T} \{ \text{Riccati 方程式} \} \\ \cdot \Delta_c(\beta, s)^{-1} B d\alpha d\beta = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

向流タイプの場合は並流タイプと伝達特性が異なるために多少の違いはあるが、基本的操作は並流タイプと同じである。ただし $\Delta_c(\cdot, s)$ に $E(s)^{-1}$ を含むため、計算がやや面倒になる。

(20), (21) 式の計算はブロック行列の逆行列補題

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -D^{-1}CA^{-1} & D^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\det A \neq 0, \det D \neq 0$$

と向流の場合の Riccati 方程式の境界条件 (13.C) を用いることで示すことができる。

$$B' E(-s)^{-T} V P_c(0, \beta) = D' V^{-T} P_c(0, \beta) \quad (20)$$

$$B' E(-s)^{-T} \Delta(1, -s)^{-T} V P_c(1, \beta) = 0 \quad (21)$$

(19) 式の計算において Riccati 型偏微分方程式の偏微分の項を β に関して部分積分をする。さらに (20), (21) 式の計算結果を用いると

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 -B' \Delta_c(\alpha, -s)^{-T} V \\ \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} P(\alpha, \beta) \Delta_c(\beta, s)^{-1} B d\alpha d\beta \\ = -D' V^{-T} \int_0^1 P_c(0, \beta) \Delta_c(\beta, s)^{-1} B d\beta \\ - \int_0^1 \int_0^1 B' \Delta_c(\alpha, -s)^{-T} (-sI - A') \\ \cdot P_c(\alpha, \beta) \Delta_c(\beta, s)^{-1} B d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (22)$$

が得られる。一巡伝達関数 $G_c(s)$ を用いると (19) 式はつぎのように変形される。

$$\begin{aligned} 0 = & -RG_c(s) - G'_c(-s)R - G'_c(-s)RG_c(s) \\ & - \int_0^1 \int_0^1 B' \Delta_c(\alpha, -s)^{-T} Q(\alpha, \beta) \\ & \cdot \Delta_c(\beta, s)^{-1} B d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (23)$$

両辺に R を加えてまとめる。

$$\begin{aligned} R + \int_0^1 \int_0^1 B' \Delta_c(\alpha, -s)^{-T} Q(\alpha, \beta) \\ \cdot \Delta_c(\beta, s)^{-1} B d\alpha d\beta \\ = [I + G'_c(-s)] R [I + G_c(s)] \end{aligned} \quad (24)$$

これは向流タイプのカルマン方程式であり、並流タイプと同様の円条件が満足されることがわかる。□

5. 最適閉ループ系の極配置

集中系の最適閉ループの極配置がフィードバックゲインを計算することなしにハミルトン行列の固有値から求めることができる、という性質は最適レギュレータと極配置を結び付ける意味で重要な性質の一つといえる。この性質においては Riccati 代数方程式から導かれるカルマン方程式が重要な役割を果たしている。前章で求めた境界入力双曲型分布系のカルマン方程式から、最適閉ループ系の極が Riccati 型偏微分方程式を解くことなしに求められることを示す。開ループ特性関数 $\phi_0(x, s)$ は並流・向流タイプとも以下のように定義される。

$$\phi_{0P}(x, s) = 1 \quad (25.P)$$

$$\phi_{0C}(x, s) = \{E(s) \text{ の共通分母整関数} \} \quad (25.C)$$

閉ループ特性関数 $\phi_c(x, s)$ は最適状態フィードバック則 (10) をシステムの境界入力に代入して特性関数をもとめ、一巡伝達関数を用いた表現に変形すると (26) 式が得られる。

$$\phi_{0P}(x, s) = \det \Delta(x, s) \det [I + G_P(s)] \quad (26.P)$$

$$\phi_{0C}(x, s) = \det \Delta_c(x, s) \det [I + G_c(s)] \quad (26.C)$$

《定理 2》 並流タイプ熱交換器 (境界入力対称双曲型分布系) の最適レギュレータの極はつぎの行列値関数

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\Delta(x, s)}{\int_0^1 \int_0^1 \Delta^{-T}(\alpha, -s) Q(\alpha, \beta) \Delta^{-1}(\beta, s) d\alpha d\beta} \right. \\ & \left. \frac{\Delta(x, s) B R^{-1} B' \Delta'(x, -s)}{-\Delta'(x, -s)} \right] \end{aligned} \quad (27.P)$$

の行列式 = 0 となる左半平面の根である。

向流タイプの場合もほぼ同様に

$$\left[\begin{array}{c} \Delta_c(x, s) \\ \int_0^1 \int_0^1 \Delta_c^{-T}(\alpha, -s) Q(\alpha, \beta) \Delta_c^{-1}(\beta, s) d\alpha d\beta \\ \Delta_c(x, s) B R^{-1} B' \Delta_c(x, -s) \\ -\Delta_c(x, -s) \end{array} \right] \quad (27.C)$$

の行列式=0となる左半平面の根である。

集中系のように単純に行列で表わせない理由は、特性関数が有理関数ではなく、指数関数型の超越整関数になっていることに起因している。

(証明) 証明において並流タイプと向流タイプはまったく同じなので、並流タイプについてのみ証明する。(27.P)式の行列式を求める。

$$\begin{aligned} & -\det \Delta(x, s) \cdot \det \Delta'(x, -s) \det \left[I \right. \\ & \quad \left. + \int_0^1 \int_0^1 \Delta^{-T}(\alpha, -s) Q(\alpha, \beta) \Delta^{-1}(\beta, s) d\alpha d\beta \right. \\ & \quad \left. \cdot B R^{-1} B' \right] = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

カルマン方程式(18)の両辺に左右から $R^{-1/2}$ をかけ両辺の行列式をとる。(18)式の左辺の行列式は(28)式の $\det [\cdot]$ の部分なのでカルマン方程式(18)の右辺の行列式を(27)式に代入する。

$$\begin{aligned} & -\det \Delta(x, s) \cdot \det \Delta'(x, -s) \\ & \quad \cdot \det [I + G(-s)] \cdot \det [I + G_P(s)] = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

開ループ特性関数 $\phi_{OP}(x, s)$ (25.P) と閉ループ特性関数 $\phi_{OP}(x, s)$ (26.P) より(29)式は

$$-\phi_{OP}(x, -s) \cdot \phi_{OP}(x, s) = 0 \quad (30)$$

となる。最適レギュレータの安定性と(30)式から(27.P)式の行列式の左半平面の根が最適閉ループ系の極とな

る。

向流タイプも同様にして証明ができる。□

(27)式は集中定数系の $[sI - H]$ H : ハミルトン行列に対応している。(27.P, C)式の根は可算無限個存在するが、(30)式の形から右半平面と左半平面对称であり、指数関数型の超越整関数であるために鎖状になる。

(27)式の行列値関数は変分法におけるラグランジュ関数をラプラス変換をして、適当な式変形を施すことで求めることができる。

(数値例題) 並流タイプにおける最適レギュレータの極を Fig. 2 に示す。

$$\begin{aligned} V &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ Q &= \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 25 \end{bmatrix}, \quad R = 0.1 \end{aligned}$$

Fig. 2 において最適極は鎖状にならぶ遅れ型むだ時間系のような極配置をしているが、むだ時間系とは異なっている。これは特性関数に含まれる指数関数がむだ時間系のように単純でないことに起因している。なお、数値計算はニュートン法による収束計算によって行った。

6. おわりに

熱交換器のような対称双曲型の分布定数系の最適レギュレータの性質について考察した。境界入力タイプを扱ったが、分離型分布入力の場合もほぼ同様な性質を導くことができる。集中定数系やむだ時間系と同じく円条件が満足されることは興味深い事実であり、周波数領域で考えれば、最適レギュレータに関しては集中系や分布系など、どの系も同じような性質を有するのではないかと考えることができる。

なお、本論文では熱交換器を中心に最適レギュレータの性質を論じたが、本論文で扱える分布系は熱交換器に限ったものではなく、システム(1)式の V が対角化可能な系に対してはすべて成立する。

参考文献

- 1) D. L. Russell: Quadratic Performance Criteria in Boundary Control of Linear Symmetric Hyperbolic Systems, SIAM J. Cont. 11-3, 475/509 (1973)
- 2) R. F. Curtain and A. J. Prichard: Infinite Dimensional Linear System Theory, Springer-Verlag (1978)
- 3) H. Kanoh: Distributed Parameter Heat Exchangers-Modeling, Dynamics and Control, Ed. S. G. Tzafestas, Distributed Parameter Control Systems, 14, Pergamon Press (1982)
- 4) K. Uchida and E. Shimemura: Closed-Loop Properties of Infinite-Time Linear-Quadratic Optimal Regulator for Systems with Delays, Int. J. Control, 43-3, 773/779 (1986)
- 5) K. Uchida, E. Shimemura and N. Abe: Circle Condi-

Fig. 2 Optimal closed-loop poles

tion and Stability Margin of the Optimal Regulator for Systems with Delays, Int. J. Control, 46-4, 1203/1212 (1987)

[著 者 紹 介]

阿 部 直 人 (正会員)

1984 年, 早稲田大学理工学部電気工学科卒業。86 年同大学大学院理工学研究科博士前期課程修了。89 年同大学院博士後期課程修了(電気工学専攻)。88 年早稲田大学理工学部電気工学科助手。89 年明治大学理工学部精密工学科助手。むだ時間を含む線形系や分布定数系の研究に従事(工学博士)。電気学会, システム制御情報学会などの会員。

嘉 納 秀 明 (正会員)

1961 年, 横浜国立大学工学部機械工学科卒業。同年(株)三菱油化入社。62 年横浜国立大学工学部機械工学科助手, 69 年大阪大学工学部産業機械工学科助手, 73 年同大学助教授, 86 年明治大学工学部精密工学科教授。この間 75 年 8 月から 76 年 8 月まで文部省在外研究員として英国シェフィールド大学, スイス・チューリヒ工科大学の客員研究員, 92 年 10 月より英国レディング大学の客員教授。日本機械学会, システム制御情報学会などの会員。