複数サブシステム間の情報伝達を利用した 分散システムの適応追値制御[†]

田代良一*・久村富持*

Decentralized Adaptive Tracking Control of Interconnected Systems with an Information Link

Ryoichi TASHIRO* and Tomiji HISAMURA*

In this paper, a decentralized adaptive tracking control is studied for a large-scale, discrete-time system which consists of N interconnected SISO subsystems $\{S_i\}$ ($i=1, 2, \dots, N$) with unknown parameters. Most of past studies treated the interconnections as a disturbance, assuming that they were relatively weak, and emphasis was placed on stability rather than control accuracy. To improve the control accuracy, a control strategy with following features is proposed, provided that a common information link among subsystems is available, which supplies to subsystems informations about input and output data of the system. In this method, the effects of interconnections from other subsystems are estimated and considered to generate a control in each subsystem. Furthermore, informations about the generators of the desired outputs of other subsystems are used to improve the tracking accuracy. A modified constant-trace type least-squares algorithm is employed to estimate system and interconnection parameters. The stability of overall systems is analyzed and the effect of relative magnitude of dead time in subsystems are investigated. The results are illustrated by computer simulations.

Key Words: decentralized systems, adaptive tracking control, information link, effects of interconnections, overall stability

1. はじめに

複数のサブシステムからなる大規模なシステムでは、一般に、単一のコンピュータで集中制御を行う場合、その計算量は膨大なものになり、大容量かつ高速なものが必要となる。さらに、このコンピュータに事故などが発生した場合は全システムに影響を及ぼし、被害は甚大となる。これに対し、最近、高速高性能の小型コンピュータが比較的安価に入手可能になってきたこともあって、唯一のコンピュータにすべての情報を集めて全システムを集中制御するよりも、各サブシステムがある程度自律的な制御機能を有し、それらを介して全体としての目標を達成させる分散制御を用いたほうが有効かつ安全と考えられるようになった。これらの分散システムに対する適応制御は、相互干渉が存在するパラメータ未知の各サ

ブシステムに、自サブシステムに関連する入出力情報のみを用いた局所制御装置および未知パラメータ推定器を配し、それぞれに与えられた目標を達成させるものである。このようなシステムは、制御的観点からは相互干渉信号の大きさ自体に着目する場合と、相互干渉経路の伝達特性に着目する場合に分類できる。前者はさらに干渉信号の大きさに依存しない方策を用いる場合と、

① 干渉の大きさがサブシステム内の信号に比べて比較的小さく、外乱扱い出来る場合、

に分けられる。一方、相互干渉経路の伝達特性を考慮した場合は、その大きさによってつぎのように大別できる^(注1)。

② サブシステム間の相互干渉が強く、まとめて一つの多入力多出力システムとした制御のほうが適当な場合、

(注1) たとえば、1入力1出力をもつ N 個のサブシステムを、 $Ay=Bu$ (u, y はそれぞれ入出力 N ベクトル、 A, B は $N \times N$ の q^{-1} の多項式行列)と表わしたとき、 A と B で「すべての周波数において各対角要素の大きさが優対角和であれば干渉は弱いと考え、一つでもそれを乱す行(列)があるとき干渉が強いとする」などは一つの考え方であるが、ここではそれほど厳密でなくてもよい。

[†] 第12回適応制御シンポジウムで発表(1992・1)

* 早稲田大学理工学部 東京都新宿区大久保 3-4-1

* School of Science and Engineering, Waseda University, Shinjuku-ku, Tokyo

(Received February 19, 1992)

(Revised September 11, 1992)

- ③ サブシステム間の相互干渉が②ほど強くなく、それらを勘案した各サブシステムごとの局所的かつ自律的制御が有効な場合。

文献 1) では干渉項が既知の仮定の下に、サブシステムの状態フィードバックによる分散適応制御が考察されている。また、文献 3) ではサブシステムを状態方程式表現し、他サブシステムの状態からの干渉項に特別な構造的条件を仮定して、干渉信号の大きさによらない分散適応制御系の信号有界性をリアプノフ法によって論じているが、干渉項を除いた部分に入出力の動的フィードバックによる特性改善を要する。①については、パラメータ推定機構として、 σ -修正法を施す方法²⁾⁻⁴⁾、修正最小 2 乗法を用いる方法⁵⁾、推定パラメータに拘束条件を付加した射影法を用いる方法⁶⁾、出力のハイゲインフィードバックを適応的に行う方法⁷⁾ など、いくつかの手法が提案されている。これらはいずれも安定性に主眼が置かれていたり、干渉項の大きさがすべて推定機構の不感帯に反映されていて、制御精度が十分でないなどの問題がある。また、ロボット・マニピュレータなど、実機に应用された例も見受けられる^{8),9)}。一方、②は多入力多出力の適応制御問題として別の取り組みがなされているが、理論的、応用的にも相当複雑さが増す。③は、ほかのサブシステムからの干渉の大きさや伝達特性の主要部を推定して制御生成に用い、制御精度の向上を目指すもので、①よりは積極的な立場に立つ。当然各サブシステムの計算量は①よりは増加するが、②に比べればはるかに少なく済み、また、分散制御としての長所は保存される。③の場合に関する研究は、筆者らの知る限り、これまであまり見当たらない。

本論文は、この分類③に対応するシステムを対象とするものであり、相互干渉を有する N 個の各サブシステムの出力目標値 $y_i^*(k)$ ($i=1, 2, \dots, N$) に、パラメータ未知のそれぞれのサブシステムの出力を適応的に追従させることを目的とする分散システムにおいて、相互干渉の大きさを勘案した適応制御を考える。ここでは、各サブシステムはそれらに共通する情報リンクを通して自サブシステムに必要な他サブシステムの入出力情報などを利用できるものと仮定し、さらに各サブシステムの出力目標値あるいはその生成機構の情報を積極的に活用することを考える。このため、相互干渉項すべてを外乱扱いする従来の受動的な方法に比べ、出力追従性が改善され、全系の安定性を保証しやすくなることが示される。また、文献 3) では干渉部の情報は少なく済むが、そのほかの部分の特性改善が必要なのにに対し、本文では干渉部の推定分計算量は増すが、ほかの部分の制約は文献 3) より少なく済む。また、相互干渉が非常に弱くなった場合は、①に帰着させ得る。

2. 問題の定式化

2.1 全系を構成する各サブシステムの記述

未知パラメータをもつ N 個のサブシステム $\{S_i\}$ ($i=1, 2, \dots, N$) を考える。各サブシステム $\{S_i\}$ の制御対象は 1 入力 $u_i(k)$ 、1 出力 $y_i(k)$ をもち、次式に示す離散時間型 ARMA モデルで表わされ、最小位相系であるものとする^(注2)。

$$A_i(q^{-1})y_i(k) = q^{-d_i}B_i(q^{-1})u_i(k) + \sum_{j=1}^N q^{-d_{ij}}C_{ij}(q^{-1})y_j(k) \quad (2.1)$$

ただし、 q^{-1} は単位時間遅延演算子を表わし、

$$\begin{cases} A_i(q^{-1}) = 1 + a_{i1}q^{-1} + \dots + a_{i,n_{Ai}}q^{-n_{Ai}} \\ B_i(q^{-1}) = b_{i0} + b_{i1}q^{-1} + \dots + b_{i,n_{Bi}}q^{-n_{Bi}} \\ C_{ij}(q^{-1}) : \text{安定有理多項式} \end{cases}$$

である。(2.1) 式の右辺第 2 項は、他サブシステム $\{S_j\}$ の出力 $\{y_j(k)\}$ から自サブシステム S_i への干渉を表わしており、一般に $C_{ij} \neq C_{ji}$ 、 $d_{ij} \neq d_{ji}$ である。ここで他サブシステムの出力のみからの干渉を考慮したのは、その入力からの干渉も考慮した場合はむしろ多変数系^②の立場に立つものと考えたからである。一方、現時刻 k における制御入力生成の際に利用可能な情報の観点から、(i) $d_i < d_{ij}$ 、(ii) $d_i \geq d_{ij}$ の場合に分けて検討する必要がある。

また、つぎの仮定をおく。

[仮定 1] : $B_i(q^{-1})$ は漸近安定多項式、かつ、 $b_{i0} \neq 0$ 。

[仮定 2] : 有理多項式 $C_{ij}(q^{-1})$ の極はすべて単位円の十分内側に存在、すなわち、干渉経路で過去の影響が速やかに減衰する特性をもつ。

[仮定 3] : 各サブシステムの有界な目標値 $\{y_i^*(k)\}$ の生成機構のモニク多項式 $\{D_i^*(q^{-1})\}$ は既知とする。すなわち、各サブシステムの有界な目標値 $y_i^*(k)$ は、区分連続的に式

$$D_i^*(q^{-1})y_i^*(k) = 0 \quad (2.2)$$

によって生成され、(2.2) 式の根はすべて単位円上に存在するものとする。

ここで、 $\{D_i^*(q^{-1})\}$ のうち自サブシステム S_i 分を除いたものの最小公倍多項式を $D_i^M(q^{-1})$ (次数は n_{di}) とする。このとき、次式が成立する^(注3)。

$$D_i^M(q^{-1})y_j^*(k) = 0 \quad (i \neq j) \quad (2.3)$$

[仮定 4] : (2.1) 式中のむだ時間 d_i 、 d_{ij} は既知とする。

(注 2) Siljak ら³⁾ は、他サブシステムの状態からの干渉を含む式 $\dot{x}_i = \bar{A}_{ii}x_i + \bar{b}_{ii}u_i + \sum_{j=1}^N \bar{A}_{ij}x_j$ 、 $y_i = \bar{c}_i^T x_i$ でモデル化され、さらに干渉項に構造的条件 $\bar{A}_{ij} = p_{ij}\bar{c}_j^T$ あるいは $\bar{A}_{ij} = \bar{b}_{ij}\bar{c}_j^T$ を課した場合を論じており、前者の条件が成立するときは、離散時間系においても各サブシステムは(2.1)式の形で表現できる。

$$\begin{aligned}\varepsilon_i(k) &= F_i(q^{-1})e_i(k) + e_i^a(k) \\ &= \phi_i(k-d_i)^T \tilde{\theta}_i(k-1) - \xi_i(k) \\ &= \phi_i(k-d_i)^T \tilde{\theta}_i(k-1) - F_i(q^{-1})y_i(k) \quad (3.11)\end{aligned}$$

ただし,

$$\tilde{\theta}_i(k) = \tilde{\theta}_i(k) - \theta_i \quad (3.12)$$

制御則に用いる未知パラメータの推定にあたっては, 制御目的が追値であること, 干渉項の近似にともなう誤差項 $\xi_i(k)$ が存在すること, および, パラメータ推定の収束性などを考慮し, 不感帯を付加した修正固定トレース型最小 2 乗法を用いる。まず, 不感帯の幅 $\delta_i(k)$ を,

$$\delta_i(k) \geq |\xi_i(k)| \quad (3.13)$$

を満足するように定義する(この節と付録では, 特に指定のない限り, サブシステムを表わす添字 i は省略する)。このとき, パラメータ推定則は以下の式で記述される。 $|\varepsilon(k)| > \delta(k)$ のとき;

$$\begin{cases} \tilde{\theta}(k) = \tilde{\theta}(k-1) - \frac{\Gamma(k-1)\phi(k-d)}{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1)\phi(k-d)} \\ \quad \times \{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\} \operatorname{sgn} \varepsilon(k) \quad (3.14 a) \\ \Gamma'(k) = \Gamma(k-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\Gamma(k-1)\phi(k-d)\phi(k-d)^T \Gamma(k-1)}{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1)\phi(k-d)} \\ \quad \times \{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\} / |\varepsilon(k)| \quad (3.14 b) \\ \Gamma(k) = \frac{\operatorname{tr} \Gamma(-1)}{\operatorname{tr} \Gamma'(k)} \Gamma'(k) \quad (3.14 c) \end{cases}$$

$|\varepsilon(k)| \leq \delta(k)$ のとき;

$$\tilde{\theta}(k) = \tilde{\theta}(k-1) \quad (3.14 d)$$

$$\Gamma(k) = \Gamma(k-1) \quad (3.14 e)$$

この推定則は, 干渉項の近似 $E_{ij}(q^{-1})$ は推定の対象として考え, さらに残った近似誤差項 $\xi_i(k)$ のみを不感帯 $\delta_i(k)$ に吸収して, 制御精度の向上を図るものである。

[補題] このアルゴリズムの下では, つぎの事項が成立する。

$$(i) \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\{\xi(k)^2 / \delta(k) - |\varepsilon(k)|\} \{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\}}{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1)\phi(k-d)} = 0 \quad (3.15)$$

$$(ii) \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{D\{\varepsilon(k), \delta(k)\}^2}{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1)\phi(k-d)} = 0 \quad (3.16)$$

ただし,

$$D\{\varepsilon(k), \delta(k)\} = \begin{cases} \varepsilon(k) - \delta(k); & \varepsilon(k) > \delta(k) \\ 0; & |\varepsilon(k)| < \delta(k) \\ \varepsilon(k) + \delta(k); & \varepsilon(k) < -\delta(k) \end{cases} \quad (3.17)$$

$$(iii) \lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\theta}(k) - \tilde{\theta}(k-m)\| = 0 \quad (3.18)$$

ただし, m は任意の正定数。

$$(iv) \tilde{\theta}(k) \text{ は有界, かつ, } \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\theta}(k) = \theta_c \quad (3.19)$$

(θ_c は定数ベクトル)。

(証明) 付録 A 参照。

4. 全系の安定性

4.1 $\{\phi_i\}$ と $\{e_i\}, \{e_j\}$ の関係

まず, サブシステム内外の信号の相対的關係を Goodwin の key technical lemma¹²⁾ に準じて考察する。

$$\begin{aligned}v_i(k-d_i) &\triangleq D_i^M(q^{-1})u_i(k-d_i) \\ &= D_i^M(q^{-1}) \left\{ A_i(q^{-1})y_i(k) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j=1}^N C_{ij}(q^{-1})y_j(k-\ell_{ij}) \right\} / B_i(q^{-1}) \quad (4.1)\end{aligned}$$

とすると, $B_i(q^{-1})$ は安定多項式と仮定しているので, $k \geq d_i$ に対してつぎの式が成り立つ。

$$\begin{aligned}v_i(k-d_i) &\leq K_{i0} + K_{ii} \max_{0 \leq \tau \leq k} |y_i(\tau)| \\ &\quad + \sum_{j=1}^N K_{ij} \max_{0 \leq \tau \leq k-\ell_{ij}} |y_j(\tau)| \quad (4.2)\end{aligned}$$

ただし, K_0, K_i, K_{ij} はそれぞれ有界な正の定数。

また, $\phi_i(k-d_i)$ が $v_i, y_i, \{e_j\}$ からなることを考慮すると, 有界な正の定数 K_{yij}, K_{eij} を用いて,

$$\begin{aligned}\|\phi_i(k-d_i)\| &\leq (\dim \phi_i) \left\{ K_{i0} \right. \\ &\quad + \max_{0 \leq \tau \leq k} (1, K_{ii}) \max_{0 \leq \tau \leq k} |y_i(\tau)| \\ &\quad + \sum_{j=1}^N \max_{0 \leq \tau \leq k-\ell_{ij}} (1, K_{yij}) \max_{0 \leq \tau \leq k-\ell_{ij}} |y_j(\tau)| \Big\} \\ &\quad + (\dim \phi_{ij}) \sum_{j=1}^N \max_{0 \leq \tau \leq k-\ell_{ij}} (1, K_{eij}) \\ &\quad \times \max_{0 \leq \tau \leq k-\ell_{ij}} |e_j(\tau)| \quad (4.3)\end{aligned}$$

ただし, $\phi_i = [\phi_{ii}^T \ \phi_{ij}^T]^T$, $\dim \phi$ は ϕ の項数。

一方, $\{y_i^*(k)\}$ は有界と仮定したので,

$$\begin{aligned}|e_i(k)| &= | - \{y_i(k) - y_i(k)^*\} | \\ &\geq |y_i(k)| - |y_i(k)^*| \\ &\geq |y_i(k)| - y_{Mi}^* \quad (4.4)\end{aligned}$$

が成立する。ここで, $y_{Mi}^* = \max_k |y_i^*(k)|$ である。ゆえに,

$$\begin{aligned}\|\phi_i(k-d_i)\| &\leq M_{i0} + M_{ii} \max_{0 \leq \tau \leq k} |e_i(\tau)| \\ &\quad + \sum_{j=1}^N M_{ij} \max_{0 \leq \tau \leq k-\ell_{ij}} |e_j(\tau)| \quad (4.5)\end{aligned}$$

ただし, M_{i0}, M_{ii}, M_{ij} は有界な正の定数, が導かれ, $\|\phi_i(k-d_i)\|$ は各サブシステムのこれまでの出力追従誤差信号 $\{e_i\}$ の荷重和を用いて評価できるので, $\{e_i(k)\}$ が有界であれば $\|\phi_i(k-d_i)\|$ も有界となることがわかる。

4.2 $\{e_i(k)\}$ の有界性

つぎに, 出力追従誤差 $\{e_i(k)\}$ の有界性を導くことにより, 全系の安定性を示す。

まず(3.10), (3.11)式より,

$$\frac{F_i(q^{-1})e_i(k)}{\|\phi_i(k-d_i)\|} = \frac{\varepsilon_i(k)}{\|\phi_i(k-d_i)\|} - \frac{\phi_i(k-d_i)^T \{\hat{\theta}_i(k-1) - \hat{\theta}_i(k-d_i)\}}{\|\phi_i(k-d_i)\|}$$

が成り立ち、右辺第2項は十分大きな k に対しては(3.18)式より十分小さくなるので、 $\phi_i(k-d_i)$ の有界、非有界にかかわらず、左辺は右辺第1項と同じオーダになる。よって、このとき(4.5)式の線形有界条件は、

$$\|\phi_i(k-d_i)\| \leq K_{i0} + K_{ii} \max_{0 \leq \tau \leq k} |\varepsilon_i(\tau)| + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N K_{ij} \max_{0 \leq \tau \leq k-l_{ij}} |\varepsilon_j(\tau)| \quad (4.6)$$

と表わすこともできる。また、(3.14)式のパラメータ推定則を用いると、 $\{\phi_i(k)\}$ の有界性には無関係に(3.15)式が成立するから、(4.6)式と(3.15)式を基に $\{\phi_i(k)\}$, $\{e_i(k)\}$ の有界性を考察する。

なお、もし $\{\phi_i(k)\}$ が有界であれば、(3.16)式から、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} D_i \{\varepsilon_i(k), \delta_i(k)\}^2 = 0 \quad (4.7)$$

が成り立ち、 $k \rightarrow \infty$ で $|\varepsilon(k)| \leq \delta(k)$ がいえる。さて、背理法を用いて $\phi_i(k)$ の有界性を証明する。このため、つぎの(A), (B)の二つの場合に分けて考える。

(A) 一つのサブシステム S_p に対する $\varepsilon_p(k)$ のみが非有界で、ほかの $\{\varepsilon_i(k)\} (j \neq p)$ がすべて有界とした場合。このとき、サブシステム S_p において

$$|\varepsilon_p(k)| < |\varepsilon_p(k_n)|, k \leq k_n \quad (4.8)$$

かつ、

$$\lim_{k_n \rightarrow \infty} |\varepsilon_p(k_n)| = +\infty \quad (4.9)$$

となる時系列 $\{k_n\}$ が存在する。一方、(3.15), (4.6)式は任意のサブシステム S_i , $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ で成立するはずであるから、サブシステム S_p における(3.15)式は、

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\{\xi_p(k_n)^2 / \delta_p(k_n) - \varepsilon_p(k_n)\} \{|\varepsilon_p(k_n)| - \delta_p(k_n)\}}{\phi_p(k_n - d_p)^T \Gamma_p(k_n - 1) \phi_p(k_n - d_p)} \right| \\ & \geq \frac{|\{\xi_p(k_n)^2 / \delta_p(k_n) - \varepsilon_p(k_n)\} \{|\varepsilon_p(k_n)| - \delta_p(k_n)\}|}{C_p \|\phi_p(k_n - d_p)\|^2} \\ & \geq \frac{\left| \left\{ \frac{\xi_p(k_n)^2}{\delta_p(k_n) \varepsilon_p(k_n)} - 1 \right\} \left\{ 1 - \frac{\delta_p(k_n)}{\varepsilon_p(k_n)} \right\} \right|}{C_p \left\{ \frac{K_{p0}}{|\varepsilon_p(k_n)|} + K_{pp} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^N K_{pj} \max_{0 \leq \tau \leq k_n - l_{pj}} |\varepsilon_j(\tau)| \right\}^2} \end{aligned} \quad (4.10)$$

ここで、 C_p は正の定数であり、最終式導出には(4.6)式を用いた。一方、 $|\varepsilon_j(\tau)| (j \neq p)$ は有界としたので、(3.8)式より、 $|\xi_p(k_n)|$ も有界である。したがって、不感帯も $|\delta_p(k_n)|$ も有界となるように選ぶことができる。 S_p では $k_n \rightarrow \infty$ のとき、 $|\varepsilon_p(k_n)| \rightarrow +\infty$ と仮定したので、(4.10)式より

$$\lim_{k_n \rightarrow \infty} \left| \frac{\{\xi_p(k_n)^2 / \delta_p(k_n) - \varepsilon_p(k_n)\} \{|\varepsilon_p(k_n)| - \delta_p(k_n)\}}{\phi_p(k_n - d_p)^T \Gamma_p(k_n - 1) \phi_p(k_n - d_p)} \right|$$

$$= \frac{1}{C_p K_{pp}^2} > 0 \quad (4.11)$$

となる。 $C_p > 0$, $K_{pp} > 0$ であるので、これは(3.15)式と矛盾が生じ、結局(4.9)式の仮定が成立しないことになる。すなわち、すべての $\varepsilon_i(k)$ は有界となり、線形有界条件より、 $\|\phi_i(k)\|$ も有界となる。

(B) 非有界の $\varepsilon_i(k)$ が複数個ある場合。

このとき、最も発散速度の速い $\varepsilon_i(k)$ をもつサブシステム S_i を(A)の S_p と考えれば、 $k_n \rightarrow \infty$ としたとき、

$$\frac{\varepsilon_j(k_n)}{\varepsilon_p(k_n)} \rightarrow 0 \text{ あるいは } K_{pj} \text{ (定値)}, (j \neq p) \quad (4.12)$$

このときもパラメータ推定機構の条件(3.13)式は成立しているので、

$$|\varepsilon_p(k_n)| > \delta_p(k_n) \geq |\xi_p(k_n)| \quad (4.13)$$

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{\delta_p(k_n)}{|\varepsilon_p(k_n)|} < 1 \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\therefore \begin{cases} 0 \leq \left| \frac{\xi_p(k_n)}{\delta_p(k_n)} - \frac{\xi_p(k_n)}{|\varepsilon_p(k_n)|} \right| < 1 \end{cases} \quad (4.15)$$

であり、 C_{p0} を正、 M_p を非負の定数として(4.11)式と同様、

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\{\xi_p(k_n)^2 / \delta_p(k_n) - \varepsilon_p(k_n)\} \{|\varepsilon_p(k_n)| - \delta_p(k_n)\}}{\phi_p(k_n - d_p)^T \Gamma_p(k_n - 1) \phi_p(k_n - d_p)} \right| \\ & \geq \frac{C_{p0}}{C_p (K_{pp} + M_p)^2} > 0 \end{aligned} \quad (4.11')$$

の評価式を得、(3.15)式に矛盾する。

以上の(A), (B)からすべての $\{\varepsilon_i(k)\} (i=1, \dots, N)$ が有界であることが示されたので、線形有界条件より、 $\|\phi_i(k)\| (i=1, \dots, N)$ も有界となる。(証明終)

4.3 パラメータの定常値と誤差方程式に基づく考察

上で述べたパラメータの定常値を用いて全系の安定性を別の視点から考察する(以下、多項式中の変数記号 q^{-1} は省略する)。係数に推定値を用いた多項式 $S_i(q^{-1})$ を $\hat{S}_i$ と略記することにして、(3.2)式のプラント表現と(3.9)式の制御則、および、(3.1)式の恒等式を用いると、全閉ループシステムは、任意の $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ について

$$\begin{aligned} & \{\widehat{R}_i \widehat{B}_i F_i + q^{-d_i} (R_i B_i S_i - \widehat{R}_i \widehat{B}_i S_i)\} e_i(k) \\ & + q^{-n_{ij}} \sum_{j=1}^N (R_i B_i \widehat{E}_{ij} - \widehat{R}_i \widehat{B}_i R_i C_{ij}) D_i^M e_j(k) \\ & = \{(\widehat{R}_i \widehat{B}_i - R_i B_i) F_i - q^{-d_i} (R_i B_i \hat{S}_i - \widehat{R}_i \widehat{B}_i S_i)\} \\ & \quad \times y_i^*(k) \end{aligned} \quad (4.16)$$

と表現でき、さらに、

$$\begin{cases} \alpha_i(q^{-1}) \triangleq \left(\frac{R_i B_i}{\widehat{R}_i \widehat{B}_i} - \frac{S_i}{\hat{S}_i} \right) \hat{S}_i q^{-d_i} \\ \beta_{ij}(q^{-1}) \triangleq \left(\frac{R_i B_i}{\widehat{R}_i \widehat{B}_i} - \frac{R_i C_{ij}}{\widehat{E}_{ij}} \right) \widehat{E}_{ij} D_i^M q^{-n_{ij}} \\ \zeta_i(q^{-1}) \triangleq \left(1 - \frac{R_i B_i}{\widehat{R}_i \widehat{B}_i} \right) \end{cases} \quad (4.17)$$

$$W(q^{-1}) = \begin{bmatrix} F_1 + \alpha_1 & \beta_{12} & \dots & \beta_{1N} \\ \beta_{21} & F_2 + \alpha_2 & & \beta_{2N} \\ \cdot & & \ddots & \cdot \\ \beta_{N1} & \beta_{N2} & \dots & F_N + \alpha_N \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

とおくとき、

$$W(q^{-1}) \begin{bmatrix} e_1(k) \\ e_2(k) \\ \cdot \\ e_N(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\zeta_1 F_1 + \alpha_1) y_1^*(k) \\ (\zeta_2 F_2 + \alpha_2) y_2^*(k) \\ \cdot \\ (\zeta_N F_N + \alpha_N) y_N^*(k) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

となる。全系が安定であるためには、(4.19)式右辺が有界であり、かつ、

$$\det W(q^{-1}) = 0 \quad (4.20)$$

の根がすべて単位円内に存在しなければならない。ここで(4.17)式の $\alpha_i, \beta_{ij}, \zeta_i$ は、パラメータ推定値が真値に一致した場合、ならびに推定値と真値が(4.17)式の()内を 0 にする関係にあるときそれぞれ 0 となるが、それ以外でも()の値が非常に小さいとき、十分小さな値を与える演算子となる。したがって、 F_i が安定多項式であることを考えると、パラメータ推定において、 $\alpha_i, \beta_{ij}, \zeta_i$ が十分小さくできたとき、対角行(列)優勢行列になり、全系の安定性が保証されやすくなることがわかる。特に非対角項 β_{ij} の式より、干渉項 C_{ij} の近似に関連する E_{ij} の選び方が安定性や制御性能に影響を与えることが示唆される。 E_{ij} の次数 n_{Eij} の決定はこの意味で重要であり、その一方法として、 C_{ij} の多項式近似の打ち切り次数決定に、 C_{ij} の極の予想値のうち大きさが最大のもの ρ_{ij} を用いて、

$$(\rho_{ij})^{n_{Eij}} \leq \eta_{ij} \quad (0 < \eta_{ij} < 1) \quad (4.21)$$

となる最小値 n_{Eij} を用いることなどが考えられる。しかし、実際には C_{ij} は未知であるため、干渉経路の時定数などの概略値を捉えておく必要がある。なお、 η_{ij} は目標値追従誤差の許容程度によって決まる定数であり、干渉項の近似誤差 $|\xi_i(k)|$ を小さく抑えるためには出来るだけ小さいほうが望ましいが、逆に次数 n_{Eij} の大きさとトレードオフの関係にあって計算量の問題に関連する。

ここでの考察には 3.2 節の具体的なパラメータ推定則は陽には関与していないが、4.2 節における安定性の立証結果から、 $W(q^{-1})$ の対角優勢の条件は十分満足されているものと推測される。

5. $d_i \geq \ell_{ij}$ の場合への拡張

$d_i \geq \ell_{ij}$ のとき、(3.7)式よりわかるように制御則において現時刻以降の利用不可能な他サブシステムの出力追

従誤差信号 $\{e_j^p(k), e_j^p(k+1), \dots, e_j^p(k+d_i-\ell_{ij})\}$ を用いる必要がある。ただし、 $e_j^p(k) = D_i^M(q^{-1})e_j(k)$ である。そのため、利用不可能な $\{S_j\}$ の信号をなんらかの方法で予測しなければならない。その方法として他サブシステム $\{S_j\}$ の ARMA モデルを利用する方法も考えられるが、それには $\{S_j\}$ すべての情報が必要となり、情報リンクからの信号のみに基づいて制御生成を行うという主旨に反し、また、計算量の点からも得策でない。そこで、以下の方法を用いる。まず、現時刻を k として、 $\{e_j^p\}$ を過去のデータをもとにつぎの(5.1)式のように $p_{ij} (\geq d_i - \ell_{ij} + 1)$ 次曲線近似して、利用不可能な信号を推測する。

$$\hat{e}_j^p(k') = \sum_{n=0}^{p_j} \alpha_n(k) \cdot (k' - k)^n \quad (5.1)$$

ここで、 $k' = k - h$ として、 Q_{pj} を(5.2)式のようにおけば、(5.3)式を得る。

$$Q_{pj} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \dots & (-1)^{p_j} \\ 1 & -2 & 4 & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ 1 & -(p_j+1) & (p_j+1)^2 & \dots & -(p_j+1)^{p_j} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\therefore Q_{pj} \begin{bmatrix} \alpha_{j0}(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_{jp_j}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_j^p(k-1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_j^p(k-p_j-1) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

これから、予測信号は $\tau = k' - k$ として、次式で表わされる (Q_{pj}^{-1} は事前に計算可能であることに注意)。

$$\hat{e}_j^p(k') = [1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^{p_j}] Q_{pj}^{-1} \begin{bmatrix} e_j^p(k-1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_j^p(k-p_j-1) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

一方、未知パラメータの推定の際は、時刻 k において信号ベクトル $\phi_i(k-d_i)$ を用いるので、その要素として用いられる $\{e_j^p\}$ は、最新の時刻のものである。

$$(k+d_i-\ell_{ij})-d_i = k-\ell_{ij} \quad (5.5)$$

となるので、すべて入手可能な値である。

一方、 $\phi_i(k-d_i)$ の要素に時刻 $k-d_i$ からみたときの未来値があるが、それらは過去の $\{e_j^p\}$ の値の線形結合で表わされる。したがって、各信号の有界性の議論に関しても $d_i < \ell_{ij}$ の場合の結果を用いることができる(付録 B 参照)。

6. コンピュータ・シミュレーション

本手法の有効性を検証するため、サブシステム数 N を

3として、つぎのモデルによるシミュレーション結果を以下に示す。

$$\begin{aligned}
 S_1: & (1-0.5q^{-1}+0.5q^{-2})y_1(k) \\
 & = q^{-1}(1.6+0.3q^{-1})u_1(k) \\
 & \quad + q^{-2}\frac{0.4}{1-0.4q^{-1}}y_2(k) + q^{-2}\frac{0.5}{1-0.1q^{-1}}y_3(k) \\
 S_2: & (1-1.1q^{-1})y_2(k) = q^{-1}(1+0.3q^{-1})u_2(k) \\
 & \quad + q^{-1}\frac{0.3}{1-0.2q^{-1}}y_1(k) + q^{-2}\frac{0.2}{1-0.4q^{-1}}y_3(k) \\
 S_3: & (1-1.39q^{-1}+0.47q^{-2})y_3(k) \\
 & = q^{-1}(1+0.4q^{-1})u_3(k) \\
 & \quad + q^{-1}\frac{0.2}{1-0.1q^{-1}}y_1(k) + q^{-2}\frac{0.3}{1-0.2q^{-1}}y_2(k)
 \end{aligned}$$

出力目標値：(最大振幅はすべて1.0)

S_1 ：周期30の三角波

S_2 ：周期40の正弦波

S_3 ：周期50の三角波

ここで、 S_2 は不安定システムであり、また、干渉項として S_2 に入る y_1 と S_3 に入る y_1 は5章の予測を必要とす

る場合に対応している。また、 $\hat{\theta}_i(0)=[1, 0, 0, \dots, 0]^T$ 、 $F_i(q^{-1})=1-0.8q^{-1}(i=1, 2, 3)$ である。Fig. 2とFig. 3はともに $\xi_i(k)(i=1, 2, 3)$ が検出可能と仮定の上、 $\delta_i(k)=|\xi_i(k)|+0.01$ として $\delta_i(k)$ を逐次変更した場合であり、Fig. 2は干渉項すべてを外乱扱いしてその推定を行わなかった場合(ただし、 $\{D_i^M(q^{-1})\}$ は内部モデルとして付加)、Fig. 3は本文の方法により干渉に対応する $R_{ij}(q^{-1})C_{ij}(q^{-1})$ をそれぞれ次数1の $E_{ij}(q^{-1})$ を用いて近似し、制御則、推定則にこれらを勘案した場合である。Fig. 2では $k=120$ あたりまで出力が大きく乱れて追従するのはそれ以後であるのに対し、Fig. 3では $k=40$ 付近で追従が始まっており、制御特性が大きく改善されている。一方、現実には他サブシステムからの干渉項 $\xi_i(k)$ は検出不能な場合が多いこと、ならびに $D_i^M(q^{-1})$ による内部モデル原理によって小さな $\xi_i(k)$ が期待されることなどを考慮して、 δ_i を定値($\delta_1=0.2$, $\delta_2=0.1$, $\delta_3=0.05$)にとった場合のシミュレーションをFig. 4に示す。干渉項の推定次数はFig. 3の場合と同様であるが、ほぼFig. 3の場合と類似の良好な制御特性を示している。しかし、ここではこれらの δ_i は、それぞれの y_i^* の大きさや干渉

Fig. 2 Simulations of the case without estimations of interconnected terms. $\{\xi_i(k)\}$ are assumed to be detectable and $\delta_i(k)=|\xi_i(k)|+0.01$.

Fig. 3 Simulations of the case with estimations of the interconnected terms. $\{\xi_i(k)\}$ are assumed to be detectable and $\delta_i(k)=|\xi_i(k)|+0.01$.

Fig. 4 Simulations of the case with estimations of the interconnected terms and with constant δ_i 's ($\delta_1=0.2$, $\delta_2=0.1$, $\delta_3=0.05$)

項のゲイン定数を参考にして定めたが、現実の適用の際には後者はその推定値しか利用出来ず、 δ_i の決め方にはより一層の研究の余地が残されている。また、ほかの計算例では三角波目標値などその生成演算子 $D_j^*(q^{-1})$ が区分的に連続な区間のみで満足される場合は、その勾配の切り替え時刻近辺で追従性が多少乱れる場合もあったが、この改善も検討課題である。これらの点を除けば、ほかの計算例も含めて本方法による制御性能の改善が認められた。

7. まとめと今後の課題

相互干渉を有するサブシステムからなる大規模システムの分散型適応追値制御問題に対して、共通情報リンクの存在の仮定の下に、

(1) 相互干渉の大きさを推定して考慮に入れ、さらに、
(2) 内部モデル原理に基づき、他サブシステムの目標値あるいはその生成機構の情報を積極的に利用して、制御性能の向上を意図する分散制御方策を提案し、つぎにこの方策に基づく全システムの安定性を考察した。さらに各サブシステムならびにそれらの間のむだ時間の相対的な大きさから生ずる取得信号の因果関係とその打開策を検討し、コンピュータ・シミュレーションによってその有効性を確かめた。今後の問題としては、 δ_i の系統的な選び方、6章で述べた区分連続な目標値生成機構の不連続時刻直後の影響改善、他サブシステムの入力 $\{u_i\}$ からの干渉も考慮に入れた場合やサブシステムごとに異なる制御則、推定則を用いた場合(特に非最小位相システム)への拡張、各サブシステムごとに異なるサンプリング周期をもつ場合の検討、などが考えられる。

参 考 文 献

- 1) 好川, 池田: 大規模システムの分散適応制御—パラメータ調整方式, 電子通信学会論文集, **J66-A-11**, 955/961 (1983)
- 2) P. A. Ioannou: Decentralized Adaptive Control of Interconnected Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, **AC-31-4**, 291/298 (1986)
- 3) D. T. Gavel and D. D. Siljak: Decentralized Adaptive Control: Structural Conditions for Stability, IEEE Trans., **AC-34-4**, 413/426 (1989)
- 4) J. S. Reed and P. A. Ioannou: Discrete-Time Decentralized Adaptive Control, Automatica, **24-3**, 419/421 (1988)
- 5) P. Wiemer and H. Unbehauen: On the Stability of Decentralized Discrete Adaptive Control Systems, Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing, **4-5**, 415/437 (1990)
- 6) M. S. Radenkovic: Decentralized Stochastic Adaptive Control of Interconnected Systems, Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing, **4-1**, 1/16 (1990)
- 7) 池田, 新, 北森: 分散型ハイゲイン適応制御系の構成と安定解析, 計測自動制御学会論文集, **28-5**, 555/563 (1992)
- 8) H. Tamura and K. Nagahara: Decentralized Adaptive Control of Robotic Manipulators, Int. J. Systems Science, **19-10**, 2067/2078 (1988)
- 9) H. Seraji: Decentralized Adaptive Control of Manipulators: Theory, Simulation and Experimentation, IEEE Transactions on Robotics and Automation, **RA-5-2**, 183/201 (1989)
- 10) 田代, 久村: 情報伝達を有する分散システムの適応追値制御, 第11回適応制御シンポジウム資料, **61/64** (1991)
- 11) 新中 新二: 適応アルゴリズム, 産業図書 (1990)
- 12) G. C. Goodwin and K. S. Sin: Adaptive Filtering, Prediction and Control, Prentice-Hall (1984)

《付録 A 補題の証明》

まず、つぎの固定トレース型最小 2 乗推定法を考える。
 $a(k) > 0$ として、

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) \\ - \frac{a(k)\Gamma(k-1)\phi(k-d)}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)}\varepsilon(k) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{cases} \Gamma'(k) = \Gamma(k-1) \\ - \frac{a(k)\Gamma(k-1)\phi(k-d)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$$\Gamma(k) = \Gamma'(k)/\gamma'(k) \quad (\text{A.3})$$

$$\gamma'(k) = \text{tr. } \Gamma'(k)/\gamma_0, \quad \gamma_0 = \text{tr. } \Gamma'(-1) \quad (\text{A.4})$$

あるいは、等価的に

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) - a(k)\gamma'(k)\Gamma(k)\phi(k-d)\varepsilon(k) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{cases} \Gamma'(k)^{-1} = \Gamma(k-1)^{-1} + a(k)\phi(k-d)\phi(k-d)^T \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{cases} \Gamma(k)^{-1} = \gamma'(k)\Gamma'(k)^{-1} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

ここで、 $\tilde{\theta}(k) = \hat{\theta}(k) - \theta$ において、つぎの V 関数を定義する。

$$V(k) = \tilde{\theta}(k)^T\Gamma(k)^{-1}\tilde{\theta}(k) \geq 0 \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta V(k) &= V(k) - V(k-1) \\ &= \{\gamma'(k) - 1\}V(k-1) + a(k)\gamma'(k) \\ &\quad \times \left\{ \xi(k)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\varepsilon(k)^2}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

となるので、 $\Delta V(k) \leq 0$ であるための十分条件である

$$a(k) \left\{ \delta(k)^2 - \frac{\varepsilon(k)^2}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \right\} \quad (\triangleq J'(k)) \quad (\text{A.10})$$

の非正定性について考える。不感帯 $\delta(k)$ が満足する (3.13) 式を考慮して、 $a(k)$ をつぎのように決定する。

① $|\varepsilon(k)| \leq \delta(k)$ のとき

$$a(k) = 0 \quad (\text{A.11})$$

② $|\varepsilon(k)| > \delta(k)$ のとき

$$\partial J'(k)/\partial a(k) = 0$$

を満たす $a(k)$ が $J'(k)$ の最小値を与えるものとして、

$$a(k) = \frac{|\varepsilon(k)|/\delta(k) - 1}{\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} (> 0) \quad (\text{A.12})$$

とする。これを (A.12) 式に代入すると、

$$J'(k) = - \frac{\{|\varepsilon(k)|/\delta(k) - 1\}^2}{\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} < 0 \quad (\text{A.13})$$

となり (A.9) 式第 2 項の負定性が保証される。また、(A.9) 式第 1 項は (A.2) ~ (A.4) 式より $0 < \gamma'(k) \leq 1$ がいえるので非正である。なお、 $\Gamma(k-1) > 0$ が保証されているので、 $\|\phi(k-d)\| = 0$ となるときに限って $\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d) = 0$ になる可能性があるが、(3.11)、(3.13) 式から、このとき、

$$|\varepsilon(k)| = |\xi(k)| \leq \delta(k) \quad (\text{A.14})$$

とならねばならず、 $|\varepsilon(k)| > \delta(k)$ では、このようなことは起こり得ない。よって、零割り現象が起きることはない。以上の結果を総合して (3.14) 式の推定アルゴリズムが導かれる。一方、このとき、

$$\begin{aligned} V(k) &= \gamma'(k) \left[V(k-1) + a(k) \times \left\{ \xi(k)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\varepsilon(k)^2}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \right\} \right] \\ &= \left\{ \prod_{\tau=1}^k \gamma'(\tau) \right\} V(0) + \sum_{\tau=1}^k \left[\left\{ \prod_{j=\tau}^k \gamma'(j) \right\} a(k) \right. \\ &\quad \times \left\{ \xi(k)^2 \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\varepsilon(k)^2}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} \therefore V(k) - \left\{ \prod_{\tau=1}^k \gamma'(\tau) \right\} V(0) &\geq V(k) - V(0) \\ &\geq -V(0) \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

および、(A.15) 式右辺第 2 項が非正であることから、

$$\begin{aligned} 0 &\geq \sum_{\tau=1}^k \left[\left\{ \prod_{j=\tau}^k \gamma'(j) \right\} a(k) \right. \\ &\quad \times \left\{ \xi(k)^2 - \frac{\varepsilon(k)^2}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \right\} \right] \\ &\geq -V(0) \geq -\infty \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

よって、

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \gamma'(k) a(k) \left\{ \xi(k)^2 \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon(k)^2}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \right\} &= 0 \end{aligned}$$

$\gamma'(k) > 0$ であるので、 $k \rightarrow \infty$ で $a(k) \rightarrow 0$ または

$$\xi(k)^2 - \frac{\varepsilon(k)^2}{1+a(k)\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \rightarrow 0$$

が成り立つ。したがって、(A.12) 式より $\{\phi_i(k)\}$ の有界性とは無関係に、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\{\xi(k)^2/\delta(k) - |\varepsilon(k)|\} \{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\}}{\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} = 0 \quad (\text{A.18})$$

が成立する。ここで、 $|\varepsilon(k)| > \delta(k)$ のとき、(3.13) 式の関係から、次式が導かれる。

$$\begin{aligned} 0 &= \text{(A.18) 式} \leq - \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\}^2}{\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} \\ &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\}^2}{\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} = 0 \quad (\text{A.19})$$

一方、 $|\varepsilon(k)| \leq \delta(k)$ のとき、 $D\{\varepsilon(k), \delta(k)\} = 0$ であるので、結局、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{D\{\varepsilon(k), \delta(k)\}^2}{\phi(k-d)^T\Gamma(k-1)\phi(k-d)} = 0 \quad (\text{A.20})$$

が得られる。また、 $|\varepsilon(k)| > \delta(k)$ のとき、

$$\|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-1)\|^2$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1) \phi(k-d)}{\{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1) \phi(k-d)\}^2} \{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\}^2 \\
 &\leq \frac{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1) \phi(k-d)}{\{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1) \phi(k-d)\}^2} \lambda_{\max}(\Gamma(k-1)) \\
 &\quad \times \{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\}^2 \\
 &\leq \frac{\gamma_0}{\phi(k-d)^T \Gamma(k-1) \phi(k-d)} \{|\varepsilon(k)| - \delta(k)\}^2 \\
 &\rightarrow 0 \quad (k \rightarrow \infty) \quad (A.21)
 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{k \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-1)\| = 0 \quad (A.22)$$

がいえ、ただちに、任意の正定数 m に対して次式を得る。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-m)\| = 0 \quad (A.23)$$

一方、 $V(k)$ はリアプノフ関数であるので、任意の時刻 k に対し、 $V(k) \leq V(-1)$ である。また、 $\text{tr. } \Gamma(k) = \gamma_0$ (正定数)、 $\Gamma(k) > 0$ より $\lambda_{\max}(\Gamma(k)) < \gamma_0$ 、よって、 $\lambda_{\min}(\Gamma(k)^{-1}) > \gamma_0^{-1}$ となる。これより、

$$\begin{aligned}
 V(k) &= \hat{\theta}(k)^T \Gamma(k)^{-1} \hat{\theta}(k) \\
 &\geq \lambda_{\min}(\Gamma(k)^{-1}) \cdot \|\hat{\theta}(k)\|^2 \\
 &> \gamma_0^{-1} \|\hat{\theta}(k)\|^2 \quad (A.24)
 \end{aligned}$$

すなわち、

$$\|\hat{\theta}(k)\|^2 < \gamma_0 V(k) \leq \gamma_0 V(-1) < +\infty \quad (A.25)$$

となり、推定パラメータは有界である。また、(A.23) 式より推定パラメータ $\hat{\theta}(k)$ はある一定値に収束する。

〔付録 B $d_i \geq \ell_{ij}$ の場合の信号の有界性解析の概要〕

3 章の (3.5)~(3.7) 式のパラメトリック表現式において、システム S_j で $d_i \geq \ell_{ij}$ であったとする。いま、記述を簡単にするために $D_i^M(q^{-1})e_j(k) = e_j^p(k)$ 、 n_{Eij} を $E_{ij}(q^{-1})$ の q^{-1} の最高次数、とおけば、(3.5) 式右辺の $\phi_i(k)^T \theta_i$ 中の S_j からの寄与分は、

$$\begin{array}{lcl}
 \left[\text{coeff. } E_{ij} \right] & \begin{array}{l} -e_j^p(k+d_i-\ell_{ij}) \\ -e_j^p(k+d_i-\ell_{ij}-1) \\ \dots\dots\dots \\ -e_j^p(k) \\ \hline -e_j^p(k-1) \\ -e_j^p(k-2) \\ \dots\dots\dots \\ -e_j^p(k+d_i-\ell_{ij}-n_{Eij}) \end{array} & \begin{array}{l} \text{使用不能,} \\ \text{要推定.} \\ (d_i-\ell_{ij}+1) \text{ 項} \\ \uparrow \\ \downarrow \\ \text{使用可能,} \\ (-d_i+\ell_{ij} \\ +n_{Eij}) \text{ 項} \end{array} \\
 & & (B.1)
 \end{array}$$

と書ける。上の使用不能な $(d_i - \ell_{ij} + 1)$ ベクトルを $e_j^p(k+)$ 、使用可能な $(-d_i + \ell_{ij} + n_{Eij})$ ベクトルを $e_j^p(k-)$

と略記すれば、(5.4) 式より、

$$e_j^p(k+) = L_j \cdot e_j^p(k-) \quad (B.2)$$

ただし、 $L_j = [1, \tau, \tau^2, \dots, \tau^{n_j}] Q_{pj}^{-1}$ 、

かつ、 L_j は有界、

と表わせるから、(B.1) 式は

$$\begin{aligned}
 &\left[\text{coeff. } E_{ij} \right] \begin{bmatrix} L_j \\ I_{-d_i+\ell_{ij}+n_{Eij}} \end{bmatrix} e_j^p(k-) \\
 &= [\text{coeff. } (EL)_{ij}] \cdot e_j^p(k-) \quad (B.3)
 \end{aligned}$$

ただし、

$$[\text{coeff. } (EL)_{ij}] = [\text{coeff. } E_{ij}] \begin{bmatrix} L_j \\ I_{-d_i+\ell_{ij}+n_{Eij}} \end{bmatrix}$$

となる。したがって、(3.6) 式中の $\text{coeff. } E_{ij}$ を $\text{coeff. } (EL)_{ij}$ で置き換え、また、(3.7) 式中の $-D_i^M(q^{-1})e_i(k+d_i-\ell_{ij})$ を $-e_j^p(k-)$ で置き換えたものを、それぞれ $\theta'_i, \phi'_i(k)$ とすれば、(3.9) 式の制御則と (3.14) 式のパラメータ推定則で $\theta_i \rightarrow \theta'_i$ 、 $\phi_i(k) \rightarrow \phi'_i(k)$ と置き換える (行列 $\Gamma_i(k)$ も対応するサイズに置き換える) ことによって、4 章と同様の議論から信号の有界性が得られる。

以上より、 $d_i < \ell_{ij}$ と $d_i \geq \ell_{ij}$ が混在したときも、4 章と付録 B の結果を $\theta'_i, \phi'_i(k)$ の生成に反映させることによって、制御則、パラメータ推定則、全信号の有界性が求められる。

〔著者紹介〕

田代良一 (学生会員)

1986 年、早稲田大学理工学部応用物理学科卒業。88 年同大学大学院理工学研究科物理学及応用物理学専攻博士課程前期修了。同年博士課程後期入学、現在に至る。適応制御の研究に従事。

久村富持 (正会員)

1959 年、早稲田大学大学院理工学研究科応用物理学専攻修士課程修了。同年同大学助手。専任講師、助教授を経て、71 年同大学理工学部教授 (応用物理学科)、現在に至る。適応制御、離散事象系の解析と制御などの研究に従事 (工学博士)。