ロボットマニピュレータの動作の性質を考慮した可操作性の評価法

田 所 諭*・高 森 年*

An Evaluating Method for Dexterity of Robot Manipulators Considering Deviation of Direction of Motion

Satoshi TADOKORO* and Toshi TAKAMORI*

Dexterity is an important issue for design, installation planning, trajectory planning, etc. of manipulators.

Many evaluating methods have been proposed such as Yoshikawa's manipulability. They have, however, some problems, one of which is that they cannot consider characteristics of manipulator motion. It has been impossible to evaluate how efficient a manipulator mechanism is from a viewpoint of characteristics of a required task. A manipulator should be evaluated to be dexterous when it can efficiently perform its required task even if it cannot accomplish other kind of tasks very well.

In this paper, a new dexterity measure **stochastic manipulability measure** is presented. It can evaluate kinematic dexterity considering deviation of direction of required manipulator motion, which is one of the characteristics of a task. Stochastic manipulability is based on expected value of mean of necessary joint velocity under a stochastic interpretation of required motion. The deviation is specified using a probability density function.

Applications to 2-, 3- and 6-DOF manipulators revealed the following:

1. stochastic manipulability can evaluate dexterity considering deviation of motion,
2. it can be used for comparison of manipulators with different DOFs,
3. it is important to consider the deviation of motion in evaluation,
4. singular points can substantially lose their singularity, and
5. optimal trajectory of redundant manipulators can be obtained using maps in null space of Jacobian matrix.

Key Words: manipulator, manipulability, dexterity measure, redundancy, robot design

1. 結 言

1.1 はじめに

可操作性の問題は、冗長マニピュレータの姿勢決定問題や軌道計画問題を解くため、あるいは特異点を避けるために不可欠の問題である。また、マニピュレータの機構設計や設置計画においてもなるべく高い操作性を実現すべきであるという意味においてきわめて重要な評価の一つである。

これまでに、吉川の可操作度¹⁾を代表として操作性を評価するための多くの手法が提案されてきた。ところが、

それらの手法には次節で述べるようないくつかの問題点がある。その最大のものは、マニピュレータの動作の性質を考慮して評価を行うことができないということである。これは、遂行しなければならない作業に対してその機構や姿勢がどの程度適しているかを判断することができないということを意味する。マニピュレータにはその機構に応じて得意な作業、不得意な作業がある。ある特定の作業を行うことを目的としたマニピュレータでは、ほかの作業を器用に行うことができなくても目的の作業を効率よく実行できるのであれば、その作業に対する操作性はよいという評価を受けるべきであろう。このためには、可操作性を論じる際に作業の性質を指定することができ、それを考慮に含めた評価を行うことができないと考える。

* 神戸大学工学部 神戸市灘区六甲台町 1-1

* Faculty of Engineering, Kobe University, Kobe
(Received May 26, 1992)

本論文では、マニピュレータに与えられる動作の方向の偏りを考慮して運動学的可操作性を評価することができる新しい指標である**確率的可操作度**について述べる。動作方向の偏りはマニピュレータに与えられる動作を確率的に解釈することにより確率密度関数によって与えることができる。確率的可操作度はそのときに必要となる関節速度の平均の期待値に基づいて評価を行う。すなわち、与えられた確率的性質をもつ動作を行うために、小さな関節速度の期待値で済むほど操作性がよいと考えて評価を行う。

以下では、その定式化について述べ、いくつかのマニピュレータに適用することにより、確率的可操作度の有効性に関して従来の評価法との比較検討を行う。

1.2 これまでの代表的な操作性評価指標と

その問題点

可操作度¹⁾は可操作楕円体の体積に基づいて定義されている。ヤコビ行列 J の特異値 σ_{ji} ($\sigma_{j1} \geq \dots \geq \sigma_{jm} \geq 0$) は可操作楕円体の主軸の長さの $1/2$ となり、その方向への動きやすさを表わしている。可操作度は

$$w = \prod_{i=1}^m \sigma_{ji} = \sqrt{\det [JJ^T]} \quad (1)$$

で計算される。

ところが、可操作度にはつぎのような問題点がある。

1. きわめて動きにくい方向があってもほかの方向に動きやすくなれば評価値が変わらなくなってしまうこと²⁾。マニピュレータはあらゆる方向へ容易に動作できることが重要であるから、これは望ましくない性質であると考えられる。
2. マニピュレータ機構の自由度が異なる場合に評価基準が変化してしまうこと。そのため、マニピュレータの設計段階において、さまざまな自由度構成のマニピュレータを比較検討するという目的のためには、可操作度を利用することができない。
3. 並進速度と回転速度を区別して取り扱っていないため、評価値の物理的意味が明確でないこと。評価値として並進速度と回転角速度からなる作業座標系での体積を考えたとき、単なる評価関数としては問題なくとも、その物理的な意味は希薄である。
4. エンドエフェクタの運動方向の偏りなどの作業の性質を考慮して操作性の評価を行うことができないこと。

吉川は各方向に対して要求される最大速度を用いて正規化する方法について述べている³⁾。しかしながら、可操作度は可操作楕円体の体積を元にしてしているため、方向による最大速度の違いを区別することができず、第4の問題点を解決しているわけではない。

特異値の調和平均

$$M(J) = \frac{1}{1/\sigma_{j1}^2 + \dots + 1/\sigma_{jm}^2} = 1/\text{tr}[(JJ^T)^{-1}] \quad (2)$$

により操作性の評価を行うことができる。調和平均をとることにより、ある特異値が0に近づくとその項が支配的となり、評価値が0に近づく。したがって、第1の問題は生じない。この操作性評価指標は調和平均形可操作性指標と呼ばれている²⁾。

そのほかに、ヤコビ行列の最小特異値 σ_{jm} ⁴⁾、条件数 σ_{j1}/σ_{jm} ⁵⁾ により操作性を評価する方法も提案されている。しかしながら、これらの評価法はすべての方向への動かしやすさを考慮していないという点に問題がある。

このほかに、後で述べる Baillieul の第1の評価法⁶⁾ がある。

2. 関節速度に基づく操作性の評価

2.1 関節速度による操作性の評価

可操作度では、ある関節速度を与えたときにどれだけのエンドエフェクタ速度を出すことができるか、により操作性を評価していた。

ここでは、これとは逆の考え方、すなわち、あるエンドエフェクタ速度を実現するためにはどれだけの関節速度が必要となるか、により操作性を評価する。この考え方によれば、 m 次元作業空間におけるエンドエフェクタ速度がはじめに与えられることになるため、並進速度と回転速度の問題は生じず、先に述べた第3の問題点は自動的に解消される。

n 自由度マニピュレータの m 次元作業空間における軌道がエンドエフェクタ速度 $\dot{x}_d$ で与えられるとする。特異姿勢以外を考えることにすると、ヤコビ行列の Moore-Penrose 擬似逆行列 J^+ による解 $\dot{\theta}_d = J^+ \dot{x}_d$ は、関節速度の2乗ノルム $\|\dot{\theta}_d\|^2$ を最小にする解であり⁷⁾、

$$\|\dot{\theta}_d\|^2 = \dot{x}_d^T (JJ^T)^{-1} \dot{x}_d \quad (3)$$

となる。この値が大きくなればなるほど与えられたエンドエフェクタ速度 $\dot{x}_d$ を実現しにくく、操作性が悪いと考えられる。

2.2 Baillieul の第1の評価法

上の方法においてエンドエフェクタの速度の大きさにより評価値が変わってしまうことを避けるために、 $\|\dot{x}_d\| = 1$ により正規化を行う。また、すべての方向に対する動きやすさを評価するために、 $\|\dot{\theta}_d\|^2$ をすべての方向について積分する。 m 次元作業空間内の単位球 $S_d = \{\dot{x}_d \mid \|\dot{x}_d\| = 1\}$ を積分区間にとることにより、 $\|\dot{\theta}_d\|^2$ の積分値は、

$$\iint_{S_d} \|\dot{\theta}_d\|^2 dS_d = \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2+1)} \text{tr}[(JJ^T)^{-1}] \quad (4)$$

となる⁸⁾。

Baillieul の第 1 の評価値⁹⁾は、この積分値に基づき、

$$g_1 = \text{tr}[(JJ^T)^{-1}] \quad (5)$$

により定義されている。(2)式と比較すれば、Baillieul の第 1 の指標と調平均形可操作性指標は、もともとの導出過程は異なるが、同じタイプの評価法であることがわかる。

3. 平均値と確率的解釈に基づく評価

以上述べてきた方法によっても第 2, 第 4 の問題点は解決されていない。そこで、以下の二つの考え方に基づいて新しい操作性の指標を提案する。

3.1 関節速度の 2 乗平均による評価

小さな動作を行うために各関節が大きな速度で動いたり大きな関節角変化が必要となるならば、明らかに効率が悪く、操作性の低い状態であると考えられる。また、マニピュレータの各関節には、アクチュエータや機構の制限による関節速度の限界値が存在する。限界値に近い速度が各関節に要求されると、外乱などを抑えるための余裕が小さくなる上、機構に特有の振動や位置決め誤差も大きくなってしまふ。しかしながら、関節速度の和が大きいということは必ずしも操作性が悪いことを意味していない。なぜならば、マニピュレータが多くの関節をもつ場合には、和が大きくても、少ない関節の場合と比べて各関節の速度はそれほど大きくならないからである。このときには、各関節は速度の限界値をはるかに下回る速度で動き、能力に十分な余裕をもっていることになる。Baillieul の指標では、操作性を関節角速度の 2 乗和によって評価している。このため、多くの自由度をもつマニピュレータが過小評価されてしまうという望ましくない現象が生じる。

以上の考察から、各関節それぞれの速度が問題となると考えられる。したがって、操作性を評価するために、関節速度の平均値 $\|\dot{\theta}_a\|^2/n$ により評価を行うことにする。これにより、異なる自由度をもつマニピュレータ同士を同じ評価基準により比較することが可能となると考える。

なお、各関節が出しうる速度の違いが問題となるときには、吉川が述べているように、各関節速度を最大速度により正規化して評価を行えばよい³⁾。

3.2 エンドエフェクタ動作の確率的解釈

マニピュレータに与えられるタスクはいくつかのサブタスクに分割することができる。たとえば、Fig. 1 のような組立て作業を例にとって考えてみることにする。マニピュレータは部品パレットより軸部品を取り出し、組み立てている機械の穴の位置まで運び、挿入を行う。この

(a) Assembly task

(b) Hierarchy of assembly task

Fig. 1 Hierarchy of manipulator task

作業は、接近、位置決め、把握、取り出し、搬送、接近、位置決め、挿入、離脱のようなサブタスクから構成されると考えられる。また、これらのサブタスクもいくつかのさらに細かいサブタスクに階層的に分割していくことが可能である。

このように、細かいサブタスクに分割すると、一つのサブタスクの中では、エンドエフェクタを大きく動かす方向とあまり動かさない方向とが存在する。たとえば、搬送サブタスクを考えてみると、パレットから組み立て中の機械に向かう方向には大きな動作が要求されるが、そのほかの方向には動く必要がない。また、挿入サブタスクがなんらかのセンサフィードバックにより行われている場合には、挿入方向には大きな動きが、そのほかの方向にはセンサ情報に基づいて位置決め誤差を修正する程度の小さな動きしか要求されない。

分解運動速度制御¹⁰⁾の考え方に基けば、大きな動きの方向には大きな速度指令が与えられ、小さな動きの方向には相対的に小さな速度指令が与えられる。これは一定時間に動かねばならない距離が異なるためである。したがって、挿入作業の場合には、エンドエフェクタは挿入方向には大きな速度で動く必要があるが、そのほかの方向には小さな速度しか要求されないことになる。このことをより厳密に言えば、方向によって要求される速度の期待値が異なるということになる。速度の期待値は、大きな動きが要求される方向に対しては大きく、小さな動きの方向には小さい。

この議論は、位置制御の場合のみならず、力制御やインピーダンス制御、ハイブリッド制御の場合にも成立す

る。このときの制御量である力は、対象物体との接触により発生する。接触状態をばね系またはばね-ダッシュポット系などにモデル化すれば、力の大きさは接触時のエンドエフェクタの位置・速度により決定される。このように、位置などの変化により力が生じると考えれば、位置制御の場合と全く同じ議論が可能となる。たとえば、力センサを用いてハイブリッド制御でクランク回しを行う場合を考えてみよう。この作業では、回転方向には位置制御が行われ、そのほかの方向には力制御が行われる。回転方向には位置制御により大きな速度の期待値が要求される。そのほかの方向には力が0になるような制御が行われるが、一般にクランク機構の剛性はきわめて高いため、力の制御に要する位置の変化はごくわずかである。したがって、力制御方向には小さな速度の期待値しか要求されないことになる。このように、力制御においても位置制御の場合と同様に、方向によって要求される速度の期待値は偏りをもつ。

マニピュレータの行うべきタスクがつぎのサブタスクに移行したとき、主となる移動方向が変化するため、方向による期待値の偏りは変化する。このように、期待値の偏りはサブタスクのもつ性質に大きく依存し、作業の進行にともない変化していく。ただし、実際のマニピュレータでは、振動を抑えるためにサブタスク間の切り替わりは滑らかになるように行われるのが普通であるから、期待値は突然変化するのではなく、徐々に変化すると考えるほうが厳密には正しいであろう。

以上のように、マニピュレータ動作の偏りの性質は一般に期待値の概念を用いて解釈することができる。これを「動作の確率的解釈」と呼ぶことにする。

3.3 確率的解釈の定式化

エンドエフェクタに与えられる動作指令の方向を表わすための m 次元単位球を S_d とする。 S_d は m 次元作業空間の全動作方向を表わすことになる。 S_d 上の微小部分表面 dS_d で表わされる方向の微小範囲へのエンドエフェクタ速度の2乗の期待値 $E_{\dot{x}}(dS_d)$ は、

$$E_{\dot{x}}(dS_d) = P(dS_d) \|\dot{x}_d\|^2 dS_d \quad (6)$$

と表わされる。ただし、 $P(dS_d)$ は dS_d の方向に動作指令が与えられる確率密度関数である。期待値 $E_{\dot{x}}(dS_d)$ はエンドエフェクタを大きく動かす方向には大きな値をとり、あまり動かさない方向には小さい。

さて、エンドエフェクタの速度の大きさによって後に述べる評価値がわってしまうことを避けるために、すべての方向へのエンドエフェクタ速度指令の2乗期待値が1となるように正規化を行う。 $E_{\dot{x}}(S_d)$ をすべての方向への期待値とすると、

$$E_{\dot{x}}(S_d) = \iint_{S_d} P(dS_d) \|\dot{x}_d\|^2 dS_d = 1 \quad (7)$$

一方、確率密度関数の性質から、すべての方向についての確率密度関数を積分すると1になるから、

$$\iint_{S_d} P(dS_d) dS_d = 1 \quad (8)$$

である。(7)式と(8)式とを比較すると、この正規化は(7)式において、

$$\|\dot{x}_d\| = 1 \quad (9)$$

すなわち、エンドエフェクタの速度を1にした場合と同じ結果になることがわかる。いうまでもなく、実際には $\|\dot{x}_d\|$ は1であるとは限らない。しかし、 $\|\dot{x}_d\|$ を1にしても $E_{\dot{x}}(dS_d)$ の値が変わらないように $P(dS_d)$ の値を変化させることにすれば、 $\|\dot{x}_d\| = 1$ と考えても差し支えない。すなわち、確率的観点からは大きな速度を頻度の高い単位速度と等価であると考えerわけである。すると、 $E_{\dot{x}}(dS_d)$ は $P(dS_d)$ と等しくなり、 $P(dS_d)$ により動作方向の偏りを表わすことができる。

4. 確率的可操作性

4.1 確率的可操作性の定義

速度の期待値 $E_{\dot{x}}(S_d)$ を実現するようなエンドエフェクタ動作を行ったとき、すべての方向に対しての関節速度の2乗平均の期待値は

$$E_{\dot{\theta}}(S_d) = \iint_{S_d} P(dS_d) \frac{\dot{x}_d^T (JJ^T)^{-1} \dot{x}_d}{n} dS_d \quad (10)$$

となる。

これを用いてつぎの関数により操作性の評価を行うこととする。

$$w_s = \begin{cases} \sqrt{1/E_{\dot{\theta}}(S_d)} & (\text{if } \det [JJ^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det [JJ^T] = 0) \end{cases} \quad (11)$$

この値は、確率密度関数 $P(dS_d)$ の性質をもつ動作において、操作性が悪くなり大きな関節速度が必要となるほど小さな値をとる。通常の特異点においては0の値をとり、操作性が最も悪いことを示す。したがって、この関数により操作性の評価を行うことができる。これを、**確率的可操作性 (Stochastic Manipulability Measure)** と呼ぶことにする。確率密度関数がある方向に0となるような関数でない限り、これは特異点においても連続な値をとる。

4.2 全ての方向への動作速度の期待値が一様である場合

$P(dS_d)$ の正確な関数の形が明らかである場合には、なんらかの解析的または数値的手法により確率的可操作性の値を計算することができる。しかし、一般にこのような計算は多くの計算量を必要とする。関数の形が明らかでない場合には、多くの精密な計算をすることは意味

がない。近似的にしか操作性を評価できないとしても、簡単な解析式のほうが望ましいと考えられる。また、 $P(dS_a)$ の関数形に関する情報が全く得られない場合には、エンドエフェクタが全ての方向に等確率で動くという仮定を設けるのが適切であろう。

ここでは、エンドエフェクタの動作が全ての方向に等確率で要求される場合に関して確率的可操作度を論ずる。

確率密度が全ての方向に一樣であるため、 $P(dS_a)$ が方向によらない定数となる、ということを用いて (11) 式を変形すれば、確率的可操作度の値は、

$$w_s = \begin{cases} \sqrt{\frac{nm}{\text{tr}[(JJ^T)^{-1}]}} & (\text{if } \det [JJ^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det [JJ^T] = 0) \end{cases} \quad (12)$$

$$= \sqrt{\frac{nm \det [JJ^T]}{\text{tr}[\text{adj}[JJ^T]]}} \quad (13)$$

$$= \begin{cases} \sqrt{\frac{nm}{1/\sigma_1^2 + \dots + 1/\sigma_m^2}} & (\text{if } \det [JJ^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det [JJ^T] = 0) \end{cases} \quad (14)$$

などの式により計算することができる。ここで、 σ_i は J の特異値である。

(2)、(5) 式と (12) 式とを比較すると、マニピュレータの自由度が変化しない場合には、確率的可操作度の値は調和平均形可操作性指標や Baillieul の第 1 の指標と同じ性質の評価を与えることがわかる。

(13) 式と (1) 式と比較することにより、確率的可操作度は可操作度の $\sqrt{nm/\text{tr}[\text{adj}[JJ^T]]}$ 倍であることがわかる。 $\text{tr}[\text{adj}[JJ^T]]$ はマニピュレータの姿勢によって変化するから、確率的可操作度は可操作度とは異なるタイプの評価を与えることがわかる。すなわち、可操作度の意味で最適な姿勢は確率的可操作度の観点から最適な姿勢であるとは限らない。

(14) 式より、一つの特異値だけが 0 となり $\text{rank}[J] = m-1$ であるような特異点の近傍では確率的可操作度の値は $\sqrt{nm} \sigma_m$ に近づき、特異点においては最小特異値と同じ値すなわち 0 をとる²⁾。このことから、ある方向にきわめて動きにくいときにはその方向の可操作楕円体の主軸の長さに対応する最小特異値により評価値が決まり、ほかの方向に動きやすくなったときに評価値が大きくなってしまふことを避けることができる。したがって、前に述べた第 1 の問題点は生じない。

4.3 動作の偏りを考慮する場合

3.2 節で述べたように、一般にマニピュレータの動作は偏りをもっている。このときには、確率密度関数に方

向による偏りを与え、確率的可操作度を計算することができる。ここでは、重み行列を用いることにより、簡単な計算で期待値の偏りを取り扱う方法について述べる。

いうまでもなく、動作の偏りにはいろいろな形態があり、この方法は一部の種類の偏りにしか適用することはできない。しかしながら、実際には偏りの度合いが定性的にしかわかっていない場合がほとんどである。このときには、正確な計算は本質的に不可能であり、以下で述べるような偏りを仮定して特異点の悪影響を評価しても差し支えないと考えられる。

$\dot{x}_t$ を m 次元空間内の単位ベクトルとし、重み行列 G を用いた二つの変換

$$\dot{x}_s = G \dot{x}_t \quad (15)$$

$$\dot{x}_d = \dot{x}_s / \|\dot{x}_s\| \quad (16)$$

を考える。Fig. 2 に示すように、ベクトル $\dot{x}_t$ により作られる m 次元単位球表面 S_t は、(15) 式により m 次元楕円体表面 S_s に写像され、(16) 式により再び m 次元単位球表面 S_d に写像される。

ここで、エンドエフェクタ動作の確率密度関数を

$$P(dS_d) = \frac{\Gamma(m/2+1)}{\pi^{m/2} \text{tr}[G^T G]} \|\dot{x}_s\|^2 dS_d / dS_d \quad (17)$$

により定めることとする。図から明らかのように、ベクトルの長さ $\|\dot{x}_s\|^2$ とベクトルの密度の比 dS_t/dS_d は同じ方向に偏っているから、(17) 式の値は方向による偏りをもつ。

図の例では座標軸方向への偏りを示しているが、ほかの方向に動作が偏っている場合には、重み行列 G を、たとえば、

$$G = V_c \Sigma_c V_c^T \quad (18)$$

$$V_c = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_c = \text{diag}[g, 1-g] \quad (0 \leq g \leq 1)$$

のように、方向を決めるための直交変換行列 $V_c \in \mathcal{R}^{m \times m}$ と偏りの大きさを制御するための対角行列 $\Sigma_c = \text{diag}[\sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \dots, \sigma_{cm}]$ を用いて定めてやればよい。この例では、方向を ϕ 、偏りの大きさを g で指定できる。Fig. 3 は作業空間が 2 次元の場合について方向によって

Fig. 2 Relation between three transformation to represent deviation

Fig. 3 Relation of probability density function to direction of end-effector motion under various g and $\phi=0$

確率密度関数 $P(dS_d)$ がどのように偏るかを示したものである。

このように確率密度関数を定めれば、確率的可操作度の値は

$$w_s = \begin{cases} \sqrt{\frac{n \operatorname{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]}{\operatorname{tr}[\mathbf{G}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{G}]}} & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] = 0) \end{cases} \quad (19)$$

となる。この式により、エンドエフェクタの動作の方向の偏りを重み行列 $\mathbf{G}$ により考慮しながら、マニピュレータの操作性を評価することができる。

5. 2,3,6 自由度マニピュレータへの適用

確率的可操作度を **Fig. 4** に示すような 2, 3, 6 自由度マニピュレータに適用する。

5.1 エンドエフェクタ動作の方向が一様である場合

Fig. 4(a), **(b)** の原点から 0.1 だけ離れた直線軌道上をエンドエフェクタが動く場合の確率的可操作度の変化の様子を **Fig. 5** に示す。3 自由度マニピュレータは冗長性をもっているため姿勢を決定する逆運動学の解は一意に決まらないが、ここでは確率的可操作度が最大となる姿勢をとらせている。

2 自由度マニピュレータの場合には原点が特異点であるため、エンドエフェクタが原点に近い位置にあるとき確率的可操作度は最小値をとっている。3 自由度マニピュレータはその運動学的冗長性を利用して高い操作性を維持している。また、両者を比較することにより、すべてのエンドエフェクタ位置において 3 自由度マニピュレータのほうが 2 自由度マニピュレータよりも操作性がよいことがわかる。これは冗長性によるものであり、冗長マニピュレータはあらゆる位置・姿勢において高い操作性を保持することがわかる。マニピュレータの設計問題にこの結果を適用するならば、原点近傍であらゆる方向に一樣に動く必要がある作業のためには、3 自由度機構を採用する必要があることがわかる。

(a) 2-DOF parallel-driven planar manipulator ($l_1=l_2=1.5$)

(b) 3-DOF parallel-driven redundant planar manipulator ($l_1=l_2=l_3=1.0$)

(c) 6-DOF elbow-type redundant manipulator which is controlled in 5-DOF task space ($a_2=a_3=1.4$, $a_4=0.2$)

Fig. 4 Simulated manipulators

Fig. 5 Stochastic manipulability under straight trajectory near singular point ($(-2.0, 0.1) - (2.0, 0.1)$)

Fig. 6 と **Fig. 7** は同じエンドエフェクタ軌道を実現したときの調和平均型可操作性指標と可操作度の変化をそれぞれ示したものである。ところが、これら二つの評価法による結果からは 3 自由度が 2 自由度に比べて操作性の点で有利であるという結論は得られない。これは直感的な考察とも食い違う結果である。この原因は前に述べた機構的自由度に関する正規化が行われていないため

Fig. 6 Harmonic mean type manipulability index under straight trajectory near singular point ((-2.0, 0.1) - (2.0, 0.1))

Fig. 7 Manipulability under straight trajectory near singular point ((-2.0, 0.1) - (2.0, 0.1))

である。したがって、可操作度や調和平均型可操作性指標は異なる自由度をもつマニピュレータ同士を比較することはできないことがわかる。これに対し、確率的可操作度は機構的自由度の違いに影響を受けず、操作性の評価を行うことができる。そのため、マニピュレータの設計時に異なる自由度同士を比較することが可能となる。

5.2 エンドエフェクタ動作の方向に偏りがある場合

動作方向に偏りがある場合について、確率的可操作度を上記の 2 自由度マニピュレータに適用する。重み行列 G は偏りの方向 ϕ とその大きさ g を用いて (18) 式により定めることとし、 $\phi=0$, すなわち、 x 方向に動作が偏っているものとする。

x 軸に沿ってエンドエフェクタが動作する場合を考える。原点は特異点である。このときの確率的可操作度の変化の様子を Fig. 8 に示す。(a) は動作に偏りがない場合の確率的可操作度の変化である。このとき、特異点近傍において評価値が低い値をとっていることがわかる。これは特異点近傍では y 方向に動くことが難しいためである。

しかしながら、(b) のように動作指令が主として x 方向のみに与えられる場合には、特異点近傍であってもそれほど悪い評価値とはなっていない。 $x=\pm 0.8$ のあたり

Fig. 8 Stochastic manipulability under straight trajectory through singular point ((-2.0, 0.0) - (2.0, 0.0))

では、偏りのない場合と異なり、 $x=\pm 2.0$ よりもむしろ良い値となっている。これは、 $g=0.9$ によって指定された確率密度分布をもつ動作に関しては $x=\pm 0.8$ のほうが効率のよい姿勢であることを示している。これは二つの関節がいずれもエンドエフェクタを x 方向に大きく動かすような姿勢となっているためであると考えられる。このように、動作の性質が異なると最適な姿勢が変わる。確率的可操作度はこのことを考慮しながら操作性の評価を行うことができる。この事実を軌道計画問題に応用するならば、特異点近傍であってもエンドエフェクタが主として x 方向に動けばよいのであれば操作性のよい作業領域として利用することができる。

(c) のように動作指令が主として y 方向のみに与えられる場合には、特異点近傍はきわめて悪い評価値となる。これは特異方向が y 方向であり、 y 方向には動きにくい姿勢であるためである。したがって、 y 方向に主として動くような作業に関してはきわめて操作性の悪い作業領域であると考えられる。

(d) はエンドエフェクタが x 方向のみに動作指令が与えられ、 y 方向には全く動く必要がない場合である。これは、作業座標系におけるセンサフィードバックなしに物体を搬送しているときなどに相当する。このとき、特異点は動作に全く悪影響を与えない。特異方向は y 方向であり、 x 方向には特異でないためである。そのため、確率的可操作度は特異点近傍において小さな値をとらない。このことは特異点があるの特異性を実質的に失っていることを示している。 $x=0$ においてはほかのエンドエフェクタ位置よりも大きな評価値となっている。 x 方向のみにエンドエフェクタを動かすという動作のためには $x=0$ の姿勢が最適であるためである。

このとき、確率的可操作度は特異点において不連続に 0 となっているが、軌道計画などの問題に適用する場合には、特異点上では直前のステップで計算された値をそ

Fig. 9 Optimal trajectory of elbow-type manipulator

Fig. 10 Optimal configurations of elbow-type manipulator when it mainly moves in x direction

のまま利用するなどの手段により不連続性を実用上問題なく取り扱うことができる。

5.3 6自由度マニピュレータへの適用

Fig.4(c)の6自由度マニピュレータに対して、 $(x, y, z, \text{roll}, \text{pitch}) = (-2, 0.5, 1, 0, 0)$ から $(2, 0.5, 1, 0, 0)$ の5自由度の直線軌道に沿った制御を行う問題を考える。冗長自由度に関しては、関節速度の最大値を越えない範囲で局所的に確率的可操作性が最大となる姿勢をとらせるものとする。最適化のためのヤコビ行列の零空間の基底としては、軌道がロール・ピッチ・ヨー角の特異点を通らないことから、ここではヨー角を用いた。

Fig. 9はこのときの動作の様子と零空間における確率的可操作性の値を示したものである。山の稜線をたどるようにして姿勢が変化している。このように、ヤコビ行列の零空間における確率的可操作性の値を調べることにより最も器用な姿勢をとらせながらマニピュレータを動作させることが可能である。

Fig. 10は所望の動作方向がx方向に偏っている場合の最適姿勢である。動作方向の偏りにより最適な姿勢が異なっていることがわかる。したがって、動作の性質がわかっている場合にはそれを考慮した軌道計画が行われなければならない。このような用途のために確率的可操作性は有効であることがわかる。

6. 結 言

本論文では、マニピュレータに与えられる動作方向の偏りを考慮して運動学的可操作性を評価することができる指標である確率的可操作性について述べた。

確率的可操作性は、確率的性質が与えられたマニピュレータの動作を実現するために必要となる関節速度の平均の期待値に基づいて評価を行う。

2自由度、3自由度、6自由度マニピュレータに確率的可操作性を適用することにより、確率的可操作性は動作方向の偏りを考慮して操作性の評価を行うことができること、自由度の異なるマニピュレータ同士の操作性を比較することができること、操作性の評価において動作の偏りを考慮することが重要であること、特異点が実質上特異性を失う場合があること、ヤコビ行列の零空間における確率的可操作性のマップを用いることにより動作の性質を考慮した冗長マニピュレータの最適姿勢を決定することができることを示した。

参 考 文 献

- 1) 吉川恒夫：ロボットアームの可操作性，日本ロボット学会誌，2-1，63/67 (1984)
- 2) 橋本亮一：マニピュレータの2次調和平均型可操作性指標について，計測自動制御学会論文集，25-11，1172/1177 (1989)
- 3) 吉川恒夫：ロボット制御基礎論，コロナ社 (1988)
- 4) C. A. Klein: Use of Redundancy in the Design of Robotic System, Robotics Research, The 2nd International Symposium, The MIT Press, 207/214 (1985)
- 5) J. K. Salisbury and J. J. Craig: Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues, International Journal of Robotics Research, 1-1, 4/17 (1982)
- 6) J. Baillieul: A Constraint Oriented Approach to Inverse Problem for Kinematically Redundant Manipulators, Proceedings of 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Raleigh, NC, 1827/1833 (1987)
- 7) 柳井，竹内：射影行列・一般逆行列・特異値分解，東京大学出版会 (1983)
- 8) 溝畑茂：数学解析，朝倉書店 (1973)

- 9) D. E. Whitney: Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses, IEEE Transactions on Man-Machine Systems, 10-2, 47/53 (1969)
- 10) S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori: A Dexterity Measure for Trajectory Planning and Kinematic Design of Redundant Manipulators, Proceedings of Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society '89, Philadelphia, PA, 415/420 (1989)
- 11) S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori: An Evaluation of Characteristics of Singular Points Based on a Stochastic Interpretation of Manipulator Motion, Proceedings of 1st International Symposium on Measurement and Control in Robotics, Houston, TX, D 2.2.1/D 2.2.7 (1990)
- 12) S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori: A Measure for Evaluation of Dynamic Dexterity Based on a

Stochastic Interpretation of Manipulator Motion, Proceedings of International Conference on Advanced Robotics '91, Pisa, Italy, 509/514 (1991)

~~~~~

[著 者 紹 介]

田 所 諭 (正会員)

(Vol. 29, No. 4 参照)

高 森 年 (正会員)

(Vol. 29, No. 4 参照)

~~~~~