シェル・アンド・チューブ式熱交換器の過渡特性*

河合素直・町山忠弘・小泉陸男

早稲田大学大学院 早稲田大学理工学研究所 早稲田大学理工学部
東京都新宿区喜久井町

(昭和 41 年 2 月 4 日受付)

Experimental Study on the Transient Performance of Shell and Tube Type Heat-Exchanger

Sunao KAWAI*, Tadahiro MACHIYAMA** and Mutsuo KOIZUMI*

(* Faculty of Science and Engineering, Waseda University, Shinjuku-ku, Tokyo)
(** Science Engineering Research Laboratory, Waseda University, ditto)

(Received February 4, 1966)

From the view point of control technique, many studies on the transient performance of heat-exchanger were reported. In most of them temperature is regarded as the input and output variables. But the fluid temperature is seldom handled as manipulated variable. Generally in actual cases, flow-rate of fluid is manipulated to control the output temperature.

The authors tried to describe the transient performance in the actual situations by assuming the flow-rate as manipulated variable and the output temperature as controlled variable.

In this paper, some experimental results and theoretical considerations on the shell & tube type heat-exchangers are reported. The considerations to describe the transient performance are based on the actual construction factors of the heat-exchanger and static characteristics derived by experiments and theoretical calculation.

1. ま え が き

各種の装置工業における熱交換器の用途・構造はきわめて多岐にわたっている。筆者らは熱交換器に関する非定常特性を制御工学の技術的取扱いに耐えるような形で評価することに着手した。

従来の研究¹⁾では各流体の温度変化に注目したものが多い。しかし熱交換器に関する制御問題では多くの場合操作量は流体の流量であって、温度は制御量またはその変化が外乱としての機能をもつ。したがって流体の温度変化に注目した非定常特性の評価はほとんど外乱に対する評価としての意義しかもたず、現実の問題に当面して積極性を欠くうらみがある。流量変化に対する温度の応答という形でこの問題をとりあげることは、変係数の偏微分方程式を扱わねばならず厳密な解析を行なうことははなはだ困難である。理論的にはかなり大きな仮定を設けなければならない。

熱交換器の流量変化に対する温度応答に関する従来の研究はあまり多くなく、しかもその大部分は一方の

流体の温度が一定で、解析が容易な場合に限られている²⁾。また、線形化の手法、熱通過率一定の仮定を用いることによって、応答の最終値がかなり異なってくるが、この点の吟味があまり行なわれていないようである³⁾。

熱収支、保温方法などの一般に非定常特性に関してはあまり考慮されない要素をふくめて、静的な特性と構造定数とより非定常特性を推定することは、実体設計にあたって非定常特性を吟味しうるための試みとして意義あるものと考ええる。また、この静的な特性は実体的研究・実践の歴史的蓄積によって、構造上の実体的諸元より定量的に算出することは十分可能である。

このような見地にたつて、まずシェル・アンド・チューブ式の熱交換器による流体の相変化をともしない熱交換プロセスを対象に実験研究を始めた。シェル・アンド・チューブ式の熱交換器ではパッフル・プレートの効果のように厳密な解析を行ないがたい素因をともしう。本報告では、石油工業などでエア・クーラとして多く用いられているような条件——流体が液と気体の場合——について、非定常特性をできるかぎり

* 日本機械学会で発表 (昭 41・4・1)

簡単な形で推定することを試みた。そこでは、実験上の便宜を考慮して、ステップ状入力に対する応答（ステップ応答）を用いて、非定常特性を評価した。いまだ検討すべき点もあるが一応の成果をえたのでここに抄報する。

2. 実験装置の概要

実験装置の概略図を Fig. 1 に示す。実験に用いた熱交換器はシェル・アンド・チューブ式で、その仕様要目を Table 1 に示す。供試熱交換器は、ハイ・フィンチューブを用いた熱交換器 I と、フィンのないバッチューブを用いた熱交換器 II である。

Fig. 1 Flow sheet

	heat-exchanger I	heat-exchanger II
type	shell & tube type	sell & tube type
tubes	fin-tube(copper)	bare-tube(copper)
inside dia. of the tube	16 mm	16 mm
outside dia. of the tube	39.7 mm (max. dia. of fin)	18 mm
number of the tubes	38	52
area of heat transfer surface (out side)	30.2 m ²	4.4 m ²

Table 1 Specificaon of the heat exchangers

高温側流体は温水で、温水ボイラからつねにオーバフローする定水位高架水槽へいったんたくわえられたのちに、熱交換器へ送られる。低温側流体は空気で、ブロワから供給される。温水流量は熱交換器出口に設けられたバルブによって調節される。また空気流量は熱交換器出口のスライド・ダンパによって調節され、大気に解放される。保温を考慮してヘッダ部には保温

材を用い、シェルのまわりにはビニール・シートを用いて外気としゃ断している。

熱交換器の出・入口における温度は、保護管外径 1 mm の銅・コンスタンタン熱電対により検出し、自動平衡記録計（平衡速度 1 s）に指示・記録させる。温水流量は重量法にて計測し、空気流量は直管部に設けたオリフィスにより計測している。

3. 静特性について

まず熱交換器の静的な特性の評価項目として熱通過率、放熱特性の実験結果について述べよう。

〔熱通過率〕

流量変化によって直接変化するのは熱伝達率であるが、実際に熱交換器を使用する立場からは熱通過率に注目するのが一般的であろう。

実験結果から熱通過率を求めるにあたり、

(1) 温度差として対数平均温度差を用いる。

(2) 温水が熱交換器内で失なう熱量は、いったん空気へ伝えられ、空気側からシェルを介して放熱が行なわれるものとする。

(3) 伝熱面積として外表面積を用いる。

ことにする。このとき熱通過率 K はつぎのようになる。

$$K = \frac{G_w s c_{pw} (\theta_{is} - \theta_{os})}{A \Delta \theta_m} [\text{kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{deg}] \quad \dots (3.1)$$

ここに、 K : 熱通過率 [$\text{kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{deg}$]

G : 重量流量 [kg/h]

c_p : 定圧比熱 [$\text{kcal/kg} \cdot \text{deg}$]

A : 伝熱面積（外表面積基準） [m^2]

$\Delta \theta_m$: 対数平均温度差 [deg]

θ : 温度 [$^{\circ}\text{C}$]

添字 W は温水を、 s は定常状態を表わす。

上式から求めた熱通過率を、温水流量を媒変数として空気流量との関係で示したものが Fig. 2 である。

(3.1) 式で定義される熱通過率は、両流体が管に平行に流れるときのもので、シェル・アンド・チューブ式の場合は異なるが、慣用に従っておく（過渡特性の項で詳述する）。

熱交換器 I と II について比較すると、熱通過率は熱交換器 II のほうが約 3 倍大きい。これは伝熱面積を外表面積基準にとったためである (Table 1 参照)。

Fig. 2 から、熱通過率は温水流量によってはほとんど変化せず、空気流量によって大きく変化することがわかる。すなわち、空気流量変化に対する過渡特性を検討するさいには、熱通過率の変化を考慮しなければならない。

〔放熱特性〕

Fig. 2 Overall coefficient of heat transfer

温水が熱交換器内で失なう熱量と、空気が熱交換器内でえる熱量との差を放熱とみなすことができる。この放熱は、空気側からシェルを介して行なわれると考えられるので、シェル内空気の平均温度（熱交換器出口・入口における空気温度の相加平均）と外気温度との温度差によって、放熱量を整理すると Fig. 3 のようになる。放熱量について熱交換器 I と II とを比較してみるとかなり異なっている。実験時の気象条件の相異、設置場所の相異などによるものと思われるが、本旨ではないので比較・検討は割愛する。

Fig. 3 Heat loss

4. ステップ応答実験

熱交換器の過渡特性を定量的に実験で求める方法としては、過渡応答法（ステップ応答）、周波数応答法、ランダム信号の利用、パルス応答法などがあるが、ここでは温水流量あるいは空気流量のステップ状変化に対する熱交換器出口の温水温度および空気温度の応答に注目する過渡応答法によることにした。

〔空気流量変化に対するステップ応答実験〕

温水入口温度は約 85°C 一定とし、温水流量 0.6, 0.4, 0.2 m³/h について、空気流量を 200~800 Nm³/h の範囲で、振幅を約 200 Nm³/h にとってステップ状に変化させた。操作は空気出口側のスライド・ダンパで行ない、熱交換器出口温度の応答は前述の自動平衡

記録計（チャート送り速度 25 mm/min）によって記録した。

このステップ応答の様相について、熱交換器 I と II とを比較してみるときわめて類似している。ここでは、とくに熱交換器 II の例を示すことにする。実験結果を Fig. 4 (a) (b) に例示する。応答の様相は温水流量によって著しく異なるが、空気流量を増加したときと減少したときとではほとんど変化しない。

(a)

(b)

Fig. 4 Step response (air flow rate change)

〔温水流量変化に対するステップ応答実験〕

空気流量 800, 400 Nm³/h について、温水流量を 0.2~0.6 m³/h の範囲で、振幅を約 0.1 m³/h にとってステップ状に変化させた。操作は熱交換器出口に設けたコックを切り換えることによって行なった。実験結果を Fig 5 (a) (b) に例示する。応答の様相は、温水流量の増加時と減少時とは著しく異なる。

(a)

(b)

Fig. 5 Step response (water flow rate change)

5. 流量変化に対する応答の推定 (1)

従来の流量変化に対する熱交換器の過渡特性に関する解析は、図式解法⁴⁾、線形化による解法などによって行なわれているが、熱交換器の制御問題に適用するにあたっては、問題点が少なくない。すなわち、流量変化による熱通過率の変化を考慮したものが少ないこと、さらに線形化によって生ずる誤差(とくに最終値)についての吟味が従来欠けているようである。また、図式解法による解、あるいは数値解はそのまま制御問題に適要しにくいなどの難点をもつ。ここでは、熱交換器の構造定数さらに静的な特性値から過渡特性を推定する方法に重点をおき、熱交換器の制御について検討するときに利用できるように配慮する。

〔基礎方程式〕

供試熱交換器の構造は、Fig. 1 に示すようにシェル・アンド・チューブ式で3枚のバフフル・プレートが設けられている。装置工業において実際に使用されているシェル・アンド・チューブ式熱交換器においても、バフフル・プレートが必ず用いられている。このような対象について、厳密な解析を行なうことはきわめて困難である。そこでモデル化を行なって流量変化に対する応答の推定を試みる。モデルとしては、管内流体については分布定数系として扱い、シェル側流体については集中定数系として扱うモデルを考える (Fig. 6)。

Fig. 6 Modelling of the heat-exchanger

シェル側流体として気体がいられるときには、気体のシェル内滞留時間は管内流体の滞留時間に比して十分短いことが多い。供試熱交換器の場合、温水の管内滞留時間 2~6 min, 空気のシェル内滞留時間 0.2~0.8 s である。したがって、このモデルはかなりこのシチュエーションに適正なものである。

このモデルにおける基礎式はつぎのようになる。

$$(w_T + w_W) \frac{\partial \theta}{\partial t} + v_W w_W \frac{\partial \theta}{\partial x} = KU(\varphi_m - \theta) \quad [\text{kcal/m} \cdot \text{h}] \quad \dots (5.1)$$

$$w_A \frac{\partial \varphi_m}{\partial t} = \int_0^x KU(\theta - \varphi_m) dx - 2w_A v_A (\varphi_m - \varphi_i) - Q_{\text{LOSS}} [\text{kcal/h}] \quad \dots (5.2)$$

ここに、 w ：単位長さあたりの熱容量 $[\text{kcal/m} \cdot \text{deg}]$

v ：流速 $[\text{m/h}]$

U ：単位長さあたりの伝熱面積 $[\text{m}^2/\text{m}]$

K ：熱通過率 $[\text{kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{deg}]$

θ ：管内流体（温水）の温度 $[\text{°C}]$

φ ：シェル側流体（空気）の温度 $[\text{°C}]$

φ_m ： $(\varphi_i + \varphi_o)/2$ $[\text{°C}]$

Q_{LOSS} ：放熱量 $[\text{kcal/h}]$

x ：管の長手方向への距離 $[\text{m}]$

添字 W, A はそれぞれ温水，空気，また添字 i, o は熱交換器入口，出口を表わす。

上述の基礎式を導くにあたり，一般に用いられている仮定のほかにつぎのような仮定を用いた。

〔仮 1〕 シェル内空気の温度は，入口，出口温度の相加平均とする。

〔仮 2〕 温水通路は総管内断面積に等しい断面積をもつ単一管とみなす（各管内は一様に流れているものとする）。

〔仮 3〕 熱通過率は管長にそって一定とする。

〔仮 4〕 管の熱容量は温水に付加して考慮する。管内の熱抵抗は管外の熱抵抗よりも小さいので，この仮定を導入した。

〔仮 5〕 シェルと保温材の熱容量は無視する。また流量変化による放熱量の変化は小さいので放熱量は一定とする。

この仮定の吟味は後述する。

〔仮 6〕 空気流量変化の場合，空気流量と同時に熱通過率は変化するものとする。また温水流量変化の場合は，熱通過率は変わらないものとする（Fig. 2 を参照）。

シェル側流体が気体の場合にはそのシェル内の熱容量は十分小さいのでこれを無視すれば，基礎式はつぎのようになる。

$$(w_T + w_W) \frac{\partial \theta}{\partial t} + v_W w_W \frac{\partial \theta}{\partial x} = KU(\varphi_m - \theta) [\text{kcal/m} \cdot \text{h}] \quad \dots (5.3)$$

$$KU \int_0^x (\theta - \varphi_m) dx = 2w_A v_A (\varphi_m - \varphi_i) + Q_{\text{LOSS}} [\text{kcal/h}] \quad \dots (5.4)$$

供試熱交換器の例では，シェル内空気の熱容量は 0.02 kcal/deg である。

〔定常解〕

基礎式において， $\partial/\partial t = 0$ とおくことによって定常解をえることができる。

$$\theta_s(x) = \varphi_{ms} + (\theta_{is} - \varphi_{ms}) \exp\left(-\frac{K_s U x}{v_W w_W}\right) [\text{°C}] \quad \dots (5.5)$$

よって熱通過率は (5.6) 式のようになる。供試熱交換器においては，(3.1) 式によって定義される熱通過率は (5.6) 式によるものとほとんど同じ値であった。

$$K_s = \frac{v_W w_W}{U X} \ln\left(\frac{\theta_{is} - \varphi_{ms}}{\theta_{os} - \varphi_{ms}}\right) [\text{kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{deg}] \quad \dots (5.6)$$

〔空気流量変化に対するステップ応答〕

いま空気流量がステップ状に変化して，空気のシェル内流速が $v_{As} \text{ m/h}$ から Δv_A だけ変化したとする。このとき，熱交換器出口温度がそれぞれ $\theta, \varphi_m \text{ °C}$ から $\Delta\theta, \Delta\varphi_m$ 変化したとすれば，(5.1, 2) 式は (5.7, 8) 式のように書き直すことができる（空気流量変化の場合は熱通過率の変化を考慮しなければならない）。

$$W \frac{\partial}{\partial t} (\Delta\theta) + v_W w_W \frac{\partial}{\partial x} (\Delta\theta) = KU(\Delta\varphi_m - \Delta\theta) + \Delta KU(\varphi_{ms} - \theta_s) \quad \dots (5.7)$$

$$KU \int_0^x (\Delta\theta - \Delta\varphi_m) dx + \Delta KU \int_0^x (\theta_s - \varphi_{ms}) dx = 2v_A w_A \Delta\varphi_m + 2\Delta v_A w_A (\varphi_{ms} - \varphi_i) \quad \dots (5.8)$$

ここに， Δ は定常状態からの変化分を表わす。また

$$W \equiv w_T + w_W, \\ K \equiv K_s + \Delta K \quad \text{である。}$$

ラプラス変換を用いて (5.7, 8) 式から温水出口温度変化 $\Delta\theta(s, X)$ ，空気出口温度変化 $\Delta\varphi_m(s)$ を求めると，つぎのようになる。

$$\Delta\varphi_m(s) = \frac{(1+sW/KU)[b_2 s^2 + b_1 s + b_0 + b_L \exp\{-F(s)X\}]}{s(1+sW/\Delta KU)[a_2 s^2 + a_1 s + a_0 + a_L \exp\{-F(s)X\}]} \quad \dots (5.9)$$

ここに，

$$\begin{aligned} a_L &\equiv -v_W w_W, \\ a_0 &\equiv v_W w_W + 2v_A w_A, \\ a_1 &\equiv (W/KU)(4v_A w_A + KUX), \\ a_2 &\equiv (W/KU)^2(2v_A w_A + KUX), \\ b_L &\equiv -v_W w_W(\theta_{is} - \varphi_{ms}), \\ b_0 &\equiv v_W w_W(\theta_{os} - \varphi_{ms}) - 2\Delta v_A w_A(\varphi_{ms} - \varphi_i), \\ b_1 &\equiv \left(\frac{W}{KU}\right) \left\{ \Delta KU \left(\frac{v_W w_W}{K_s U} \right) (\theta_{is} - \theta_{os}) \right. \\ &\quad \left. - 2\Delta v_A w_A \left(1 + \frac{K}{\Delta K} \right) (\varphi_{ms} - \varphi_i) \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_2 &\equiv \left(\frac{W}{KU} \right) \left(\frac{W}{\Delta KU} \right) \left\{ \Delta KU \left(\frac{v_W w_W}{K_s U} \right) (\theta_{is} - \theta_{os}) \right. \\
 &\quad \left. - 2 \Delta v_A w_A (\varphi_{ms} - \varphi_i) \right\}, \\
 F(s) &\equiv (KU + sW) / (v_W w_W) \\
 \Delta \Theta(s, X) &= \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0 - b_L \exp\{-F(s)X\}}{s(1+sW/\Delta KU) [a_2 s^2 + a_1 s + a_0 + a_L \exp\{-F(s)X\}]} \\
 &\quad + \frac{\theta_s - \varphi_{ms}}{s(1+sW/\Delta KU)} \left[\exp\left\{ -\left(\frac{K_s U}{v_W w_W} \right) X \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \exp\{-F(s)X\} \right] \quad \dots\dots (5.10)
 \end{aligned}$$

(5.9, 10) 式から t 領域における応答を求めることができる。しかし、みかけ上の滞留時間までの t 領域における応答は容易に求めることができるが、それ以後の応答を厳密に求めることは困難である。

温水の管内滞留時間は $(X/v_W)h$ であるが、管の熱容量を温水に付加したことによってみかけ上の滞留時間はつぎのように長くなる。

$$\text{滞留時間} = \left(1 + \frac{w_T}{w_W} \right) \left(\frac{X}{v_W} \right) [h] \quad \nearrow$$

$$\Delta \Phi_m(s) = \frac{(1+sW/KU) [C_1 s + C_0 + C_L \exp\{-F(s)X\}]}{s \{ (W/KU) (v_W s / \Delta V_W) s - 1 \} [a_2 s^2 + a_1 s + a_0 + a_L \exp\{-F(s)X\}]} \quad \dots\dots (5.11)$$

ここに、 $C_L \equiv v_W w_W (\theta_{is} - \varphi_{ms})$

$$C_0 \equiv -v_W s w_W (\theta_{os} - \varphi_{ms}) - \Delta v_W w_W (\theta_{is} - \varphi_{ms})$$

$$C_1 \equiv (W/KU) \{ v_W s w_W (\theta_{is} - \theta_{os}) \}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta \Theta(s, X) &= \frac{C_1 s + C_0 + C_L \exp\{-F(s)X\}}{s \{ (W/KU) (v_W s / \Delta v_s) s - 1 \} [a_2 s^2 + a_1 s + a_0 + a_L \exp\{-F(s)X\}]} \\
 &\quad - \frac{\theta_{is} - \varphi_{ms}}{s(W/KU) \{ (W/KU) (v_W s / \Delta v_W) s - 1 \}} \left[\exp\left\{ -\left(\frac{KU}{v_W s w_W} \right) X \right\} - \exp\{-F(s)X\} \right] \\
 &\quad \dots\dots (5.12)
 \end{aligned}$$

前述の場合と同様にして、みかけ上の滞留時間経過時までの応答を容易に求めることができる。数値を代入して逆ラプラス変換を行なって求めた理論応答曲線を、Fig. 5 の実験結果に破線で併記する。

〔温水出口側ヘッダ部の考慮〕

シェル・アンド・チューブ式熱交換器の構造上、温水出口側ヘッダ部は必ず付属している。いままでの空気流量変化、温水流量変化に対する温水出口温度の応答の計算においては、温水出口側ヘッダ部によるおくれの影響は考慮されていない。Fig. 1 に示すように熱交換器の構造からこの出口側ヘッダ部内において、かなり混合が行なわれていると推測される。そこで完全混合による一次おくれとみなすことにすると、実際の熱交換器出口における温水温度の理論応答は、

$$\Theta_E(s) = \frac{1}{1+sT_E} \Theta(s, X) \quad \dots\dots (5.13)$$

ここに、 T_E は温水出口側ヘッダ部の温水の滞留時間である。

しかし、制御問題に適用するさいには応答の初期により多く注目すべきこと、またみかけ上の滞留時間経過時には応答がかなり収束していることより、みかけ上の滞留時間までの t 領域における応答式で十分実用に供しえるものと考えられる。

供試熱交換器の場合には、みかけ上の滞留時間経過時の応答と、応答の最終値との差が、2% 以内におさまることが数値計算により確認されたので、みかけ上の滞留時間で応答は整定するものとみなす。

そこで、(5.9, 10) 式に数値を代入して逆ラプラス変換を行なって求めた理論応答曲線を、Fig. 4 の実験結果に破線で併記する。

〔温水流量変化に対するステップ応答〕

温水流量変化の場合には、熱通過率は一定とみなすことができる。いま温水流量がステップ状に変化して、温水の管内流速が v_{Ws} m/h から Δv_W だけ変化したとすれば、熱交換器出口における空気温度変化および温水温度変化は s 領域でつぎのようになる。

(5.13) 式による温水出口温度の理論応答曲線を、Fig. 4, 5 の実験結果に点線で併記する。

温水入口側ヘッダ部内の温水は均温とみなすことができるので、その影響は流量変化のさいは考える必要はない。

制御の立場からシェル・アンド・チューブ式熱交換器の構造をみるとときには、この温水出口側ヘッダ部に注意しなければならない。

〔実験結果との比較・検討〕

実験によってえられた応答曲線と理論応答曲線とを比較してみよう。このさい、温水出口温度については温水出口側ヘッダ部を考慮した応答曲線について比較を行なうべきである。

空気流量変化に対する温水出口温度の応答には、かなりよい近似がえられている。また空気出口温度の応答は、応答の初期に注目すればよい近似がえられている。しかし計算値のほうが実験値よりも収束がはやい。これはシェルと保温材の熱容量などによるものと思わ

れるが、この点については後述する。

温水流量変化に対する応答についても、計算値のほうが実験値よりもはや収束する。

〔周波数領域における検討〕

s 領域における応答式から t 領域における理論応答曲線を求めるにあたって、応答がみかけ上の滞留時間経過ではば整定することに注目して、(5.9, 10) 式に

$$\Delta\Phi_m(s) = \begin{cases} \frac{(1+sW/KU)(b_2s^2+b_1s+b_0)}{s(1+sW/\Delta KU)(a_2s^2+a_1s+a_0)} & 0 \leq t \leq \frac{WX}{v_W w_W} \\ \Delta\phi_m(WX/v_W w_W)/s & t > \frac{WX}{v_W w_W} \end{cases} \quad \dots\dots(5.14)$$

(5.9) 式による周波数特性を実線で、(5.14) 式による周波数特性を破線で Fig. 7 に示す。なお 1 点鎖線で集中・集中定数系による計算式 (6.4) 式による周波数特性を併記する。

Fig. 7 Consideration in the frequency domain

なお、 $1/s$ の項を除いて周波数特性を求めた。

この結果から明らかなように、(5.9, 10) 式において $\exp[-\{(KU+sW)/(v_W w_W)\}X]$ の項を省略しても大きな差異がない。

Fig. 7 は単なる周波数領域における比較である。流量を正弦波状に変化させたときの周波数特性とは異なる。

6. 流量変化に対する応答の推定 (2)

応答の推定 (1) では分布・集中定数系のモデルと

$$\Delta\Phi_m(s) = \frac{CA s + 2 v_W w_W \Delta\beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A (2 v_W w_W + \beta) (\varphi_{ms} - \varphi_i)}{s \{C(2 v_A w_A + \beta) s + 2 v_W w_W (2 v_A w_A + \beta) + 2 v_A w_A \beta\}} \quad \dots\dots(6.4)$$

ここに、 $A \equiv \Delta\beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A (\varphi_{ms} - \varphi_i)$ 。

$$\Delta\Theta(s) = \frac{-2 v_A w_A \Delta\beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A \beta (\varphi_{ms} - \varphi_i)}{s \{C(2 v_A w_A + \beta) s + 2 v_W w_W (2 v_A w_A + \beta) + 2 v_A w_A \beta\}} \quad \dots\dots(6.5)$$

上式に逆ラプラス変換を行なって、 t 領域における応答を求めることができる。数値を代入して求めた結果を、Fig. 4 の実験結果に 1 点鎖線で併記する。なお温水出口温度については、温水出口側のヘッダ部の影響を考慮したものを 2 点鎖線で示す。

／において $\exp[-\{(KU+sW)/(v_W w_W)\}X]$ の項を省略した。この省略の妥当性について、周波数領域で検討する。ここでは空気出口温度の応答についての例を示す。

(5.9) 式で $\exp[-\{(KU+sW)/(v_W w_W)\}X]$ の項を省略してみかけ上の滞留時間で応答が整定するものとすれば、応答式は、 s 領域でつぎのようになる。

／として取り扱った。つぎに管内温水およびシェル内空気ともに集中定数系として取り扱おう。

管内温水温度は入口と出口の相加平均と仮定する。その他の仮定は、前に用いたものを準用するものとする。

〔基礎式〕

$$C_W (d\theta_m/dt) = 2 v_W w_W (\theta_i - \theta_m) - \beta (\theta_m - \varphi_m) \quad [\text{kcal/h}] \quad \dots\dots(6.1)$$

$$2 v_W w_W (\varphi_m - \varphi_i) = \beta (\theta_m - \varphi_m) - Q_{\text{LOSS}} \quad [\text{kcal/h}] \quad \dots\dots(6.2)$$

ここに、 β は相当熱コンダクタンス $[\text{kcal/h} \cdot \text{deg}]$ であり、次式により定義される (定常解から容易に求まるが前に求めた K とほぼ同じ値である)。

$$\beta = \frac{2 v_W w_W (\theta_i - \theta_{ms})}{\theta_{ms} - \varphi_{ms}} \quad [\text{kcal/h} \cdot \text{deg}] \quad \dots\dots(6.3)$$

また、 C_W : 管内温水と管との熱容量 $[\text{kcal/deg}]$ 。

〔空気流量変化に対するステップ応答〕

空気流量がステップ状に変化して、空気のシェル内流速が v_{As} m/h から Δv_A だけ、また相当熱コンダクタンスが β_s から $\Delta\beta$ だけ変化したとすれば、熱交換器出口における空気温度変化および温水温度変化はそれぞれつぎのようになる。

$$\Delta\Phi_m(s) = \frac{CA s + 2 v_W w_W \Delta\beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A (2 v_W w_W + \beta) (\varphi_{ms} - \varphi_i)}{s \{C(2 v_A w_A + \beta) s + 2 v_W w_W (2 v_A w_A + \beta) + 2 v_A w_A \beta\}} \quad \dots\dots(6.4)$$

ここに、 $A \equiv \Delta\beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A (\varphi_{ms} - \varphi_i)$ 。

$$\Delta\Theta(s) = \frac{-2 v_A w_A \Delta\beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A \beta (\varphi_{ms} - \varphi_i)}{s \{C(2 v_A w_A + \beta) s + 2 v_W w_W (2 v_A w_A + \beta) + 2 v_A w_A \beta\}} \quad \dots\dots(6.5)$$

上式に逆ラプラス変換を行なって、 t 領域における応答を求めることができる。数値を代入して求めた結果を、Fig. 4 の実験結果に 1 点鎖線で併記する。なお温水出口温度については、温水出口側のヘッダ部の影響を考慮したものを 2 点鎖線で示す。

〔温水流量変化に対するステップ応答〕

相当熱コンダクタンス β を一定とみなすことができるので、空気流量変化の場合よりも簡単に出口温度の応答を求めることができる。

$$\Delta\Phi_m(s) = \frac{\beta \{2 \Delta v_W w_W (2 v_A w_A + \beta) (\theta_{is} - \theta_{ms})\}}{s \{2 v_A w_A + \beta\} \{s \{C(2 v_A w_A + \beta) + 4 v_W w_W v_A w_A + 2 \beta (v_A w_A + v_W w_W)\}\}} \quad \dots\dots(6.6)$$

$$\Delta\Theta(s) = \frac{2 \Delta v_W w_W (2 v_A w_A + \beta) (\theta_i - \theta_{ms})}{s \{s \{C(2 v_A w_A + \beta) + 4 v_W w_W v_A w_A + 2 \beta (v_A w_A + v_W w_W)\}\}} \quad \dots\dots(6.7)$$

数値を代入して t 領域における応答を求めた結果を、Fig. 5 に 1 点鎖線と併記する。また温水出口側ヘッダ部の影響を考慮した温水出口温度の理論応答曲線を 2 点鎖線で示す。

[比較・検討]

実験で求めた応答と、集中・集中定数系として推定した理論応答曲線とを比較してみると、集中定数系としてのモデルにもかかわらず、かなりよい近似がえられている。

分布・集中定数系のモデルによる理論応答曲線のほうが、集中・集中定数系のモデルによるものよりも、応答の初期にはよい近似がえられる。しかし両者ともに実際の応答よりも収束がはやい（とくに温水流量変化のときにこの傾向は著しい）。

7. シェルと保温材の熱容量による影響

いままでの理論応答曲線の推定にあたっては、シェルと保温材の熱容量を無視してきた。このために理論応答曲線は実験結果よりも収束するのがはやいものと推測される。ここで、シェルと保温材の熱容量を考慮し、さらに放熱量は動作点近傍で接線近似を行なって (Fig. 3) シェル内空気の平均温度と外気との温度差に比例するものとして、流量変化に対する過渡特性について検討してみよう。

供試熱交換器においては、シェルのまわりにビニールシートを用いて外気と空気をしゃ断しているため

けなので、保温材の熱容量はシェルに比して十分無視できる。

[分布・集中定数系としてのモデル]

シェルの各部における温度は一樣であるとして（シェル部分を集中定数系として）基礎式をたてると、つぎのようになる。

$$W(\partial\theta/\partial t) + v_W w_W (\partial\theta/\partial x) = KU(\varphi_m - \theta) \quad \dots\dots(7.1)$$

$$\int_0^x KU(\theta - \varphi_m) dx = 2v_A w_A (\varphi_m - \varphi_i) + \alpha_s (\varphi_m - \psi) \quad \dots\dots(7.2)$$

$$C_{\text{Shell}}(d\psi/dt) = \alpha_s (\varphi_m - \psi) - \alpha_L (\psi - \psi_0) \quad \dots\dots(7.3)$$

ここに、 α_s : シェル側空気からシェルへの熱コンダクタンス (≐40) [kcal/h·deg]

α_L : シェルから外気への熱コンダクタンス [kcal/h·deg]

C_{Shell} : シェルの熱容量 (≐6.0) [kcal/deg]

ψ : シェルの温度 [°C]

ψ_0 : 外気温度 [°C]

紙面の都合で、空気流量変化に対するステップ応答を例にとる。いま空気流量がステップ状に変化してシェル内空気の流速が v_{Ws} m/h から Δv_W だけ変化したときに、諸量が $\theta = \theta_s + \Delta\theta$, $\varphi_m = \varphi_{ms} + \Delta\varphi_m$, $K = K_s + \Delta K$ と変化したとする。 ψ を消去して、空気出口温度および温水出口温度の変化を s 領域で求めると次式のようになる。

$$\Delta\varphi_m(s) = \frac{(1+sT_{\text{Shell}})(1+sW/KU)[b_2s^2+b_1s+b_0+b_L\exp\{-F(s)X\}]}{sT_{\text{Shell}}(1+sW/\Delta KU)[d_3s^3+d_2s^2+d_1s+d_0+d_L(1+sT_{\text{Shell}})\exp\{-F(s)X\}]} \quad \dots\dots(7.4)$$

ここで、 $T_{\text{Shell}} \equiv C_{\text{Shell}}/(\alpha_s + \alpha_L)$

$$d_L \equiv -v_W w_W \{(\alpha_s + \alpha_L)/C_{\text{Shell}}\}$$

$$d_0 \equiv \left(\frac{\alpha_s + \alpha_L}{C_{\text{Shell}}} \right) \left(v_W w_W + 2v_A w_A + \frac{\alpha_s \alpha_L}{\alpha_s + \alpha_L} \right)$$

$$d_1 \equiv (v_W w_W + 2v_A w_A + \alpha_s) \left(\frac{W}{KU} \right) \left(\frac{\alpha_s + \alpha_L}{C_{\text{Shell}}} \right) \left(KUX + 4v_A w_A + \frac{2\alpha_s \alpha_L}{\alpha_s + \alpha_L} \right)$$

$$d_2 \equiv \frac{W}{KU} \left[(KUX + 4v_A w_A + 2\alpha_s) \left(\frac{W}{KU} \right) \left(\frac{1}{C_{\text{Shell}}} \right) \{ \alpha_s \alpha_L + (\alpha_s + \alpha_L)(KUX + 2v_A w_A) \} \right]$$

$$d_3 \equiv (W/KU)^2 (KUX + 2v_A w_A + \alpha_s)$$

$$\Delta\theta(s, X) = \frac{(1+sT_{\text{Shell}})[b_2s^2+b_1s+b_0+b_L\exp\{-F(s)X\}]}{sT_{\text{Shell}}(1+sW/\Delta KU)[d_3s^3+d_2s^2+d_1s+d_0+d_L(1+sT_{\text{Shell}})\exp\{-F(s)X\}]} + \frac{\theta_{ms} - \varphi_{ms}}{s(1+sW/\Delta KU)} \left[\exp\left\{ -\left(\frac{K_s U}{v_W w_W} \right) X \right\} - \exp\left\{ -\left(\frac{KU + sW}{v_W w_W} \right) X \right\} \right] \quad \dots\dots(7.5)$$

(7.4, 5) 式について逆ラプラス変換を行なうと、空気流量変化に対する応答が求められる。みかけ上の滞留時間経過時までの応答は容易に求められるが、それ以後の応答を計算するのは容易ではない（みかけ上の滞留時間経過時に応答は整定していない）。また、後述するように、集中・集中定数系のモデルでもシェル

の熱容量を考慮するとかなりよい近似をえることができるので、このモデルを用いるのは得策ではない。ここでは s 領域における応答式を求めるにとどめる。

[集中・集中定数系としてのモデル]

このモデルについて、便宜的に温度アナロジを用いて電気回路で表わすと Fig. 8 のようになる。いま

Fig. 8 Temperature analogy

破線で囲まれる部分の影響について検討を行なっている（流量変化は Fig. 8 において抵抗を変化させることに相当する）。

基礎方程式はシェルの部分についての熱平衡式を考慮すれば容易に求められる。

$$\begin{aligned}
 \text{ここで, } A_0 &\equiv (\alpha_s + \alpha_L) \{2 v_w w_w (2 V_A w_A + \beta) + 2 v_A w_A \beta\} + \alpha_s \alpha_L (2 v_w w_w + \beta), \\
 A_1 &\equiv C_{\text{Shell}} \{2 v_w w_w (2 v_A w_A + \beta) + 2 v_A w_A \beta\} + C_w (\alpha_s + \alpha_L) (2 v_A w_A + \beta) \\
 &\quad + \alpha_s \{ \alpha_L C_w + C_{\text{Shell}} (2 v_w w_w + \beta) \}, \\
 A_2 &\equiv C_w C_{\text{Shell}} \{ (2 v_A w_A 2 v_A w_A + \beta) + \alpha_s \}, \\
 B_0 &\equiv (\alpha_s + \alpha_L) \{2 v_w w_w \Delta \beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A (2 \Delta v_w w_w + \beta) (\varphi_{ms} - \varphi_i)\} \\
 B_1 &\equiv C_{\text{Shell}} \{2 v_A w_A \Delta \beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A (2 v_w w_w + \beta) (\varphi_{ms} - \varphi_i)\} \\
 &\quad + C_w (\alpha_s + \alpha_L) \{ \Delta \beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A (\varphi_{ms} - \varphi_i) \}, \\
 B_2 &\equiv C_w C_{\text{Shell}} \{ \Delta \beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A (\varphi_{ms} - \varphi_i) \}, \\
 \Delta \theta_m(s) &= \frac{D_1 s + D_0}{s(A_2 s^2 + A_1 s + A_0)} \quad \dots\dots (7.10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ここで, } D_0 &\equiv (\alpha_s + \alpha_L) \{ -2 v_w w_w \Delta \beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_m \beta (\varphi_{ms} - \varphi_i) \} - \alpha_s \alpha_L \Delta \beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}), \\
 D_1 &\equiv C_{\text{Shell}} \{ -2 v_A w_A \Delta \beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2 \Delta v_A w_A \beta (\varphi_{ms} - \varphi_i) \} - \alpha_s C_{\text{Shell}} \Delta \beta (\theta_{ms} - \varphi_{ms}).
 \end{aligned}$$

(7.9, 10) 式に逆ラプラス変換を行なえば空気流量変化に対するステップ応答を求めることができる。こ

Fig. 9 Step response

$$\nearrow C_w (d\theta_m/dt) = 2 v_w w_w (\theta_i - \theta_m) - \beta (\theta_m - \varphi_m) \quad \dots\dots (7.6)$$

$$2 v_A w_A (\varphi_m - \varphi_i) = \beta (\theta_m - \varphi_m) - \alpha_s (\varphi_m - \varphi) \quad \dots\dots (7.7)$$

$$C_{\text{Shell}} (d\psi/dt) = \alpha_s (\varphi_m - \psi) - \alpha_L (\psi - \psi_0) \quad \dots\dots (7.8)$$

いま空気流量が変化してシェル内空気流速が v_{As} から Δv_A だけ変化したときに、 $\beta = \beta_s + \Delta \beta$ 、 $\theta_m = \theta_{ms} + \Delta \theta_m$ 、 $\varphi_m = \varphi_{ms} + \Delta \varphi_m$ と諸量が変化したとする。そのときの、 $\Delta \theta_m$ 、 $\Delta \varphi_m$ を s 領域で求めるとつぎのようになる。

$$\Delta \Phi_m(s) = \frac{B_2 s^2 + B_1 s + B_0}{s(A_2 s^2 + A_1 s + A_0)} \quad \dots\dots (7.9)$$

の結果から理論応答曲線を求めた一例を Fig. 9 に、実験結果と比較して示す。

この結果を、〔仮・6〕を用いた理論応答曲線と比較すると、応答の収束時までかなりよい近似がえられている。

以上の結果から、シェルと保温材の熱容量を考慮し、さらに動作点近傍で接線近似を行ない放熱量はシェル内空気の温度と外気温度との差に比例するものとして過渡特性を推定するならば、十分実験検証に耐える結果をえることができる。しかし応答の初期については、シェルと保温材の熱容量を無視し放熱量を一定としても大きな差異はない。

〔補〕 従来、流量変化に対する過渡特性を推定するには線形化の手法が用いられる。線形化の手法を適用したときの伝達関数は、いままで求めた応答式を変形することにより容易に求められる。たとえば、集中・集中定数系のモデルにおける空気流量変化に対する伝達関数（線形化の手法を適用して）は、つぎのように求められる。

熱通過率は〔仮・6〕により

$$\beta = \beta_s + (\partial \beta / \partial v_m) \Delta v_A \text{ のように変化するとすれば,}$$

(6.4) 式から,

$$\frac{\Delta\phi_m(s)}{\Delta v_A(s)} = \frac{CA's + 2\alpha v_W w_W (\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2w_A (2v_W w_W + \beta s) (\varphi_{ms} - \varphi_i)}{C(2v_A w_A + \beta s) + 2v_W w_W (2v_A w_A + \beta) + 2v_A w_A \beta}$$

ここに, $A' \equiv \alpha(\theta_{ms} - \varphi_{ms}) - 2w_A(\varphi_{ms} - \varphi_i)$

$\alpha \equiv (\partial\beta/\partial v_A)$ (Fig. 2 から求まる).

となる.

8. あとがき

シェル・アンド・チューブ式熱交換器の相変化をともしない一形態について, 温水流量および空気流量変化に対するステップ応答を中心に, 過渡特性に関する実験的研究の結果について抄述した.

シェル・アンド・チューブ式熱交換器について, 温水流量および空気流量変化に対する出口温度のステップ応答を実験で求めた.

いくつかの仮定にたつて, (1) 空気側集中, 温水側分布定数系, (2) 両者を集中定数系としたモデルについて, かなり理論的にステップ応答の算出を試みた.

この結果を実験結果と比較してみると, シェルと保温材の熱容量を考慮し放熱量はシェル内空気温度と外気温度との差に比例するものとして取り扱えば, 応答の収束する部分までかなりよい近似がえられる. シェルと保温材の熱容量がほかに比して小さいときには, その熱容量を無視し放熱量を一定として応答を推定しても, 応答の初期に限れば一応満足すべき近似がえら

れる.

ステップ応答に関して, 熱交換器の構造定数および一般的稼動特性から近似の伝達関数を導くことができれば便利である. 理論的なステップ応答を適宜簡単化することにより, この近似伝達関数を求めることができよう. しかし, 実際に使用する場合, 目的などによって近似の精度を異にするものであるから, ここでは簡単化には触れない.

今後, 熱交換器の相変化をともしない場合の過渡特性へと研究を展開していく予定である.

終わりに, この実験を支援してくださった古河電気工業株式会社・大阪伸銅所の方々ならびに森田佐一郎君はじめ早大理工学研究所・制御工学研究室の各位に厚くお礼を申し上げる.

参 考 文 献

- 1) たとえば, 増淵正美: 熱交換器の動特性, 日本機械学会誌, **62**-491, 1728/1734 (1959)
- 2) Stermole, F.J. & Larson, M.A.: I & EC Fundamentals, **2**-1, 62/67 (1963)
- 3) Koppel, L.B.: I & EC Fundamentals, **1**-2, 131/134 (1962)
- 4) 高橋安人: 流量変化に対する熱交換器の応答, 自動制御, **6**-1, 2/7 (1959)