トランジスタ電動機のトルク特性の解析*

笹 部 馨

松下電器産業(株)中央研究所 大阪府門真市大字門真 1006

(昭和 42 年 2 月 15 日受付)

Analysis of Transistor Motor on Torque Characteristics

Kaoru SASABE

(Matsushita Electric Ind. Co., Ltd. Central Research Laboratory, Kadoma, Osaka)

(Received February 15, 1967)

A motor whose magnet rotor is driven by the exciting current controlled by the switching action of semiconductors, is going to be utilized in several equipments. The motor in this paper is one of those driving current is controlled by the e.m.f. by the magnet rotor, and is applied on a VTR, a facsimile and so on.

It is necessary to know the characteristics of the speed variation in order to analyse the relation between the distortion of the reproduced picture and the motor specification. The author analysed the instantaneous torque and its variation in case that (1) the constant of magnetic coupling between driving and controlling winding is equal to unity, (2) holonomic representative machine is applied, (3) balanced push-pull driving by a pair of transistors is used, (4) the speed variation is satisfactorily small compared with its average speed.

Those characteristics are shown in the range of realizable normalized parameters. The reaction torque resulting from its salient pole structure is described in the geometrical parameters of the magnetic circuits. The analytical inspection of the speed variation and the distortions of the reproduced picture is effectively done after the above discussion.

1. ま え が き

半導体素子によって駆動電流を制御し、磁石回転子を駆動する電動機は、素子性能の向上とともに人工衛星¹⁾からテープレコーダ、時計など各種装置に実用されつつある。それは直流電源を用いながら無刷子で、摩耗、雑音が少ないのみならず、出力および回転数などの制御が容易なためと思われる。

本論文の電動機は回転子磁石による起電力の位相によって駆動電流を制御するものである。すでに筆者らは種々の実験結果から現象を一部解析し^{2),3)}、回転部分をもつ電子機器、たとえば VTR およびファクシミリなどに応用している。

これらの機器における再生画像のひずみと電動機的设计仕様との関連については、機器系の総合検討とともに、電動機自体の回転むら特性を解明することが必要である。従来の解析では、駆動および制御巻線間に電

磁結合がなく ($k=0$)、外部信号に同期して回転する場合²⁾ および電磁結合の密 ($k=1$) な、トランジスタのスイッチ条件を含めた場合³⁾ の平均トルク特性などが電動機設計の立場から論じられている。そこで筆者は瞬時トルク変動に着目し、これについてつぎの仮定をおいて解析した。(1) 駆動、制御両巻線間の電磁結合定数 $k=1$ である、(2) トランジスタ電動機はホロノーム一般機で代表できる、(3) 対称な一对のトランジスタによる平衡プッシュ・プル駆動である、(4) 回転むらは平均速度に比して十分小さい、とする。トルク速度特性および変動トルクの振幅、位相などを電動機の定数およびトランジスタ特性を用いて表わし、正規化して実際のパラメータ範囲での一般的特性資料を作成した。さらに、永久磁石回転子をもつ凸極構造トランジスタ電動機のリアクション・トルクを磁気回路の幾何学定数で表わした。これは 1 回転中、極数に一致の回転むらの原因となるが、その大きさと磁気回路構造などとの関連が明らかとなった。

* 第 8 回自動制御連合講演会で発表 (昭 40・11・21)

以上の解析によって、測定した回転むらの分析的検討および原因の解析を行ない、画像再生機器などの画像ひずみの検討ができる。

2. 理論的解析

2.1 永久磁石を回転子とする電動機の構成

磁石回転子をもつ電動機は回転子磁極と固定子励磁電流位相の一致するとき、電動機としての機能をもつ。トランジスタ電動機では、回転子による誘起起電力を回転子位相検出信号として利用し、駆動電流をトランジスタで制御する。したがって、トランジスタの特性、電動機定数、負荷などによって回転子の検知位相が変化して特有のトルク特性を現わす。また、固定子の凸極構造に基づくリアクション・トルクを生じ、回転む

Fig. 1 The fundamental construction of the motor having a magnet rotor

Fig. 2 The experimental circuit of the motor

Fig. 3 Holonomic representation of the motor having magnet rotor

らの一因となる。この基本構成を Fig. 1 に、筆者の実験した回路を Fig. 2 (a)～(d) に示し、統一して Fig. 3 に表わした。ここで Fig. 3 を得るにあたり、回転子から固定子巻線への鎖交磁束が正弦的に変化すると仮定した。

記号表

- d_{s1} : 固定子駆動巻線座標
- d_{s2} : 固定子制御巻線座標
- d_r, q_r : 回転子静止座標直軸, 横軸系
- a, b : 回転子動座標直軸, 横軸系
- n_1, L_1, R_1 : 駆動巻線巻数, 自己誘導, 抵抗
- n_2, L_2, R_2 : 制御巻線巻数, 自己誘導, 抵抗
- L_{dr}, R_{dr} および L_{qr}, R_{qr} : d_r および q_r 系の等価自己誘導, 抵抗
- M : 駆動および制御巻線間の相互誘導
- M_{d1}, M_{d2} : d_r 系と d_{s1} 系, d_r 系と d_{s2} 系の相互誘導
- e_{s1}, e_{s2}, e_a, e_b : d_{s1}, d_{s2}, a および b 系の印加電圧
- E_c : e_{s1} を方形波とするときの最大電圧
- δ : e_{s1} の回転子位相に対するスイッチ位相差
- i_{s1}, i_{s2}, i_a, i_b : d_{s1}, d_{s2}, a および b 系の電流
- I_r : 回転子等価電磁石の定電流源による励磁電流
- ϕ_0 : 回転子から固定子巻線への最大鎖交磁束
- θ, θ_m および p : 回転位相電気, 機械角および極数
- $\omega, \omega_0, \tilde{\omega}$: 回転角速度, その平均, その変動分
- J, R, T_i : 機械系慣性性能率, 抵抗, 負荷トルク
- $\tau, \tau_0, \tilde{\tau}$: 発生トルク, その平均, その変動分
- t : 時間
- P_1, P_c, P_0 および η : 入力, 銅損, 出力および効率
- h_{FE} : 駆動トランジスタの直流電流増幅率
- 正規化定数: $\alpha = \omega(L_1/R_1 + L_2/R_2)$, $\beta = \omega L_2/R_2$
- $d = (E_c L_1/n_1 \phi_0 R_1)(1 + n_2^2 R_1/n_1^2 R_2) = \alpha/v$
- $h = h_{FE} n_2 R_1/n_1 R_2$, $\rho = n_2^2 R_1/n_1^2 R_2$
- 正規化速度: $v = \omega n_1 \phi_0/E_c$
- x : 固定子磁極幅
- θ_x : x の開き角 (電氣的)
- y : 固定子の積み厚
- z : 固定子の非極部と回転子面との等価距離
- D : 回転子磁石の直径
- p : 回転子着磁極数 (原則として固定子極数と一致)
- θ : 固定子軸に対する回転子軸の回転位相 (電気角)
- θ' : 回転子軸からの任意位相 (電気角)
- l_0 : 永久磁石回転子の等価磁路の長さ
- ϕ : 回転子磁石による固定子への鎖交磁束
- μ_i : 固定子鉄心の透磁率
- μ_f : 回転子磁石材料の透磁率

μ_0 : 真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^7 [\text{H/m}]$

2.2 電動機の基礎方程式

電気機器は非ホロノーム系のボルツマン・ハメルの方程式で一般的に記述されるが⁽⁴⁾⁽⁵⁾, トランジスタ電動機は Fig. 3 のホロノーム一般機で代表されるので, その特別形としてのラグランシの運動方程式で記述できる.

さて, Fig. 3 の構成において, 電気系の抵抗およびインダクタンスをつぎのようにおけば, 運動方程式から,

$$L_{mn} = \begin{matrix} & d_{s1} & d_{s2} & a & b \\ \begin{matrix} d_{s1} \\ d_{s2} \\ a \\ b \end{matrix} & \begin{matrix} L_1 & M & M_{d1} \cos(\theta - (\pi/4)) & -M_{d1} \sin(\theta - (\pi/4)) \\ M & L_2 & M_{d2} \cos(\theta - (\pi/4)) & -M_{d2} \sin(\theta - (\pi/4)) \\ M_{d1} \cos(\theta - (\pi/4)) & M_{d2} \cos(\theta - (\pi/4)) & L_s + L_D \sin 2\theta & -L_D \cos 2\theta \\ -M_{d1} \sin(\theta - (\pi/4)) & -M_{d2} \sin(\theta - (\pi/4)) & -L_D \cos 2\theta & L_s - L_D \sin 2\theta \end{matrix} \end{matrix} \quad \dots\dots (3)$$

である. (1) 式はさらにつぎのように変形できる.

$$e_m = z_{mn} i^n \quad \dots\dots (4)$$

ここに,

$$Z_{mn} = \begin{matrix} & d_{s1} & d_{s2} & a & b \\ \begin{matrix} d_{s1} \\ d_{s2} \\ a \\ b \end{matrix} & \begin{matrix} R_1 + \omega L_1 D & \omega MD & \omega M_{d1} \cos(\theta - (\pi/4)) D & -\omega M_{d1} \sin(\theta - (\pi/4)) D \\ \omega MD & R_2 + \omega L_2 D & -\omega M_{d2} \sin(\theta - (\pi/4)) & -\omega M_{d2} \cos(\theta - (\pi/4)) D \\ \omega M_{d1} \cos(\theta - (\pi/4)) D & \omega M_{d2} \cos(\theta - (\pi/4)) D & R_{dr} + \omega L_s D & \omega L_D \sin 2\theta D \\ -\omega M_{d1} \sin(\theta - (\pi/4)) D & -\omega M_{d2} \sin(\theta - (\pi/4)) D & +\omega L_D (\cos 2\theta D + 2 \sin 2\theta) & +2 \omega L_D \cos 2\theta \\ -\omega M_{d1} \sin(\theta - (\pi/4)) D & -\omega M_{d2} \sin(\theta - (\pi/4)) D & \omega L_D \sin 2\theta D & R_{qr} + \omega L_s D \\ -\omega M_{d1} \cos(\theta - (\pi/4)) & -\omega M_{d2} \cos(\theta - (\pi/4)) & +2 \omega L_D \cos 2\theta & -\omega L_D (\cos 2\theta D + 2 \sin 2\theta) \end{matrix} \end{matrix}$$

$$= \begin{matrix} s & r \\ s & \begin{matrix} z_s & z_{sr} \\ z_{rs} & z_r \end{matrix} \\ r & \end{matrix}, \quad d/dt = D \quad \dots\dots (5)$$

機械座標系において, その抵抗および慣性率を R および J とおけば, ラグランジ運動方程式よりつぎのトルク方程式をえる.

$$-T_i = R\omega + J \frac{d\omega}{dt} - \frac{1}{2} i^n m \frac{\partial L_{mn}}{\partial \theta_m} \quad \dots\dots (6)$$

ここに, 右辺第 3 項は電動機の発生トルク τ であり,

$$\tau = \tau_i + \tau_r, \quad \dots\dots (7)$$

とおくと, (3) 式を用いて, τ_i, τ_r はつぎのようになる.

$$\tau_i = -(p/2) (M_{d1} i_{s1} + M_{d2} i_{s2}) \left\{ i_a \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + i_b \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \right\} \quad \dots\dots (8)$$

$$\tau_r = 2 L_D \{ i_a i_b \sin 2\theta + (i_a^2 - i_b^2) \cos 2\theta \} \quad \dots\dots (9)$$

この τ_i は電流による発生トルク, τ_r は凸極構造に基

$$e_m = R_{mn} i^n + d(L_{mn} i^n) / dt \quad \dots\dots (1)$$

を得る. ここに, m, n は電気座標系の一般指標で,

$$R_{mn} = \begin{matrix} & d_{s1} & d_{s2} & a & b \\ \begin{matrix} d_{s1} \\ d_{s2} \\ a \\ b \end{matrix} & \begin{matrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & R_{dr} & \\ & & & R_{qr} \end{matrix} \end{matrix} \quad \dots\dots (2)$$

および,

づくリアクション・トルクである.

2.3 電流およびトルク

電動機基礎方程式の未知数 i^n, ω の数は方程式の数と一致するが, (6) 式に非線形の項を含むため代数的に (4) 式から電流を ω を含んでとき, そのあと (6) 式によって ω を求めることを検討する. いま固定子および回転子座標の電圧, 電流ベクトルを e_s, i_s および e_r, i_r とおくと, (5) 式を用いて (4) 式から,

$$\begin{bmatrix} e_s \\ e_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_s & z_{sr} \\ z_{rs} & z_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

となる. ここで永久磁石を定電流源により励磁された電磁石に等価であるとして, $i_a = i_b = I_r$ (一定) とおけば,

$$i_s = z_s^{-1} (e_s - z_{sr} I_r) \quad \dots\dots (10)$$

となる. この $z_{sr} I_r$ は回転子による固定子巻線の誘起起電力であって,

Fig. 4 Wave forms

$$z_{sr} I_r = \begin{bmatrix} d_{s1} & V_1 \sin \theta \\ d_{s2} & V_2 \sin \theta \end{bmatrix} \quad \dots (11)$$

ここに、 $V_1 = -M_{d1} I_r \omega = \omega n_1 \phi_0$ 、 $V_2 = -M_{d2} I_r \omega = \omega n_2 \phi_0$ である。

さて、Fig. 2 の構成での駆動電圧はスイッチ素子により方形波となる。スイッチ位相を δ において、

$$e_s = \begin{bmatrix} d_{s1} & E_c \operatorname{sgn} [\sin (\theta + \delta)] \\ d_{s2} & \end{bmatrix} \quad \dots (12)$$

とする。これとつぎの電流との概略を Fig. 4 に示した。(5), (10), (11) 式および 12 式から定常状態での駆動電流は、

$$i_{s1} = \sum_{m=1}^{\infty} I_{1(2m-1)} \sin [(2m-1)\theta + \lambda_{1(2m-1)}], \quad \dots (13)$$

ここに、

$$I_{11} = \frac{E_c}{R_1 \sqrt{1+\alpha^2}} \sqrt{v^2 + \left\{ \frac{4(1+\beta^2)}{\pi} \right\}^2} - \frac{8}{\pi} v \sqrt{1+\beta^2} \cos (\delta + \tan^{-1} \beta),$$

$$\lambda_{11} = \tan^{-1} \frac{4 \sqrt{1+\beta^2} \sin (\delta + \tan^{-1} \beta)}{4 \sqrt{1+\beta^2} \cos (\delta + \tan^{-1} \beta) - \pi v} - \tan^{-1} \alpha,$$

$$I_{1(2m-1)} = \frac{4 E_c \sqrt{1+(2m-1)^2 \beta^2}}{\pi R_1 (2m-1) \sqrt{1+(2m-1)^2 \alpha^2}}$$

$$\lambda_{1(2m-1)} = (2m-1) \delta - \tan^{-1} (2m-1) \alpha + \tan^{-1} (2m-1) \beta$$

である。なお、 δ は $\theta = -\delta$ での i_{s1} の値、 i_{10} とつぎ

Fig. 5 Theoretical wave forms of the driving current

の関係がある。

$$\delta = \sin^{-1} \left[\frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{v} \left\{ \frac{\beta}{\alpha} \tanh \frac{\pi}{2\alpha} - \tanh \frac{\pi}{2\alpha} - i_{10} \frac{R_1}{E_c} \right\} \right] - \tan^{-1} \alpha \quad \dots (14)$$

また、(13) 式から、 $\theta = \pi - \delta$ での i_{s1} の値、 $i_{1\pi}$ は $-i_{10}$ に等しい。 δ による波形の変化を Fig. 5 に、実験波形 (Fig. 2 (a) の回路) を Fig. 19 に示す。さらに定常制御電流は、

$$i_{s2} = \sum_{m=1}^{\infty} I_{2(2m-1)} \sin [(2m-1)\theta + \lambda_{2(2m-1)}] \quad \dots (15)$$

ここに、

$$I_{21} = - (n_2 R_1 / n_1 R_2) \sqrt{I_{11}^2 + (4 E_c / \pi R_1)^2} - (8 E_c I_{11} / \pi R_1) \cos (\delta - \lambda_{11}),$$

$$\lambda_{21} = \delta + \tan^{-1} [I_{11} \sin (\delta - \lambda_{11}) / \{ I_{11} \cos (\delta - \lambda_{11}) - 4 E_c / \pi R_1 \}],$$

$$I_{2(2m-1)} = - (n_2 R_1 / n_1 R_2) \sqrt{I_{1(2m-1)}^2 + \{ 4 E_c / (2m-1) \pi R_1 \}^2} - \{ 8 E_c I_{1(2m-1)} / (2m-1) \pi R_1 \} \cdot \cos \{ (2m-1) \delta - \lambda_{1(2m-1)} \}, \quad (n \geq 2),$$

$$\lambda_{2(2m-1)} = (2m-1) \delta - \tan^{-1} [I_{1(2m-1)} \sin \{ (2m-1) \delta - \lambda_{1(2m-1)} \} / \{ I_{1(2m-1)} \cos \{ (2m-1) \delta - \lambda_{1(2m-1)} \} - 4 E_c / (2m-1) \pi R_1 \}], \quad (n \geq 2)$$

となる。

一方、電流による発生トルク τ_i は (8), (13) 式および (15) 式から、

$$\tau_i = (p n_1 \phi_0 E_c / \pi R_1) \left[\{ (1+\rho) / (1+\alpha^2) \} \{ (1+\alpha\beta) \cos \delta + (\alpha-\beta) \sin \delta - \pi v / 4 \} - \rho \cos \delta + \rho \cos (2\theta + \delta) - (\rho/3) \cos (2\theta + 3\delta) - (1+\rho) I_{11} (\pi R_1 / 4 E_c) \cos (2\theta + \lambda_{11}) + (1+\rho) (\sqrt{1+9\beta^2/3} \sqrt{1+9\alpha^2}) \cos (2\theta + 3\delta) - \tan^{-1} 3\alpha - \tan^{-1} 3\beta \right] + \sum_{m=2}^{\infty} \left[\frac{1}{(2m+1)} \left\{ (1+\rho) \times \sqrt{\frac{1+(2m+1)^2 \beta^2}{1+(2m+1)^2 \alpha^2}} \cos (2m\theta + 2m+1 \delta + \lambda_{2m+1}) \right\} \right]$$

Fig. 6 Theoretical wave forms of the generated torque

$$\begin{aligned}
 & -\rho \cos(2m\theta + 2m+1\delta) - \{1+\rho\}(\sqrt{1+(2m-1)^2\beta^2}/\sqrt{1+(2m-1)^2\alpha^2}) \cos(2m\theta + 2m-1\delta) \\
 & + \lambda_{2m-1} - \rho \cos(2m\theta + 2m-1\delta)/(2m-1) \Big], \\
 & \lambda_{2m\pm 1} = \tan^{-1}(2m\pm 1)\beta - \tan^{-1}(2m\pm 1)\alpha \quad \dots\dots(16)
 \end{aligned}$$

となる。リアクション・トルク τ_r は (9) 式から

$$\tau_r = pL_D I_r^2 \sin 2\theta \quad \dots\dots(17)$$

である。 $pL_D I_r^2$ の物理的意義はさておき、実測が可能である。これは電動機の幾何学的構造に基づいている。

(16) 式で表わされた発生トルクは直流分と θ の偶数次高調波から成り、すべて ω の関数である。また実験的に $\omega = \omega_0 \{1 + \xi(\theta, t)\}$ の ξ は最大振幅が 1/100 以下の周期関数であるので、トルクの波形およびその振動成分は ω を一定値 ω_0 とする場合の発生トルクで近似できる。いま (16) 式で $\omega = \omega_0$ 、すなわち α, β, v を一定とし、 δ をパラメータとして θ に展開すると Fig. 6 となる。

2.4 回転速度

発生トルクの平均値は外部に供給する出力トルクであり、その変動部分は回転むらの原因となる。いま、 τ_i の変動部分と τ_r の和を $\tilde{\tau}$ 、 τ_i の平均を τ_0 とし、速度変動を $\tilde{\omega}$ とすると、実験により $\omega_0 \gg \tilde{\omega}$ であるので、 ω_0 および $\tilde{\omega}$ は近似的につぎの関係で定まる。

$$R\omega_0 + T_i = \tau_0(\omega_0, \delta) \quad \dots\dots(18)$$

$$R\tilde{\omega} + J \cdot d\tilde{\omega}/dt \approx \tilde{\tau}(\omega_0, \delta) \quad \dots\dots(19)$$

ここに、 $\tau_0(\omega_0, \delta)$ は同期時のトルク位相特性、またあとに述べるトルク速度特性を示し、 $\tilde{\tau}$ はその変動トルク特性である。とくに、回転むら $\tilde{\omega}$ は入力 $\tilde{\tau}$ の一次遅れ応答として、(19) 式から計算される。

2.5 平均トルクおよび変動トルクの速度特性

駆動電流をトランジスタでスイッチする。Fig. 2 の回路で、 $-i_{2\pi} h_{FE} > i_1$ で導通状態にあるとき $\theta = \pi - \delta$ にて $i_{2\pi} = -i_{1\pi}/h_{FE}$ にまで減少するときトランジスタ

はしゃ断状態となる⁶⁾。(13) および (15) 式から、

$$\begin{aligned}
 i_{10} &= -h_{FE} n_2 E_c / (n_1 R_2 + h_{FE} n_2 R_1) \\
 i_{2\pi} &= -n_2 E_c / (n_1 R_2 + h_{FE} n_2 R_1) \quad \dots\dots(20)
 \end{aligned}$$

となる。したがって (14) 式から位相 δ が確定し、 τ_0 および $\tilde{\tau}$ は ω_0 のみの関数となり、トルク速度特性が決まる。 τ_0 と $\tilde{\tau}$ のスペクトルを実用的パラメータ範囲で数値計算して特性資料を作成した。Fig. 7~Fig. 10 に資料の一部を示す。各図の座標を正規化し、一般化

Fig. 7 Torque and efficiency characteristics vs. speed

(a)

(b)

Fig. 8 Spectra of torque variation

$\tau_s(m=1)$: fundamental component of torque variation
 intrinsic speed: the speed with no load and no mechanical loss
 condition: $h=1$

Fig. 9 Fundamental component of torque variation

してある。 $\tilde{\omega}$ は $\tilde{\tau}$ を $1/(R+\omega J)$ の特性をもつる波器でろ波したものである。

2.6 入力、出力および効率

入力 P_i 、出力 P_o および効率 η は (13) および (16) 式から

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \frac{1}{\pi} \int_{-\delta}^{\pi-\delta} E_c i_{s1} d\theta = \frac{2E_c}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} I_{1(2m-1)} \cos \lambda_{1(2m-1)} \\ P_o &= \frac{\omega}{\pi} \int_{-\delta}^{\pi-\delta} \tau_i d\theta = \frac{\omega p n_1 \phi_0 E_c}{\pi R_1} \left[\frac{1+\rho}{1+\alpha^2} \left\{ (1+\alpha\beta) \cos \delta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\alpha-\beta) \sin \delta - \frac{\pi}{4} v \right\} - \rho \cos \delta \right], \quad \eta = P_o/P_i \end{aligned} \right\} \quad \dots (21)$$

である。なお平均駆動電流 $\bar{i}_{s1} = P_i/E_c$ である。

2.7 リアクション・トルク⁷⁾

磁石回転子をもつ凸極機器には、磁極の対向しようとする膠着力が作用する。これを理論的に (17) 式で示したが、 $pL_D I r^2$ を幾何学的構造によって表現する。

Fig. 11 の構造において、磁石の外部起磁力 H^e は

Fig. 10 Fundamental component on polar coordinates

Fig. 11 The magnetic circuit of the motor

Fig. 12 The equivalent magnetic circuit of the unit magnet system

永久磁化の強さ J_0 によって, $H^e = J_0/\mu_r$ で与えられる. 磁石の起磁力 F^e は一般に, $F^e = \oint_{l_0} H^e dl$ である. 磁極が幅 $(\theta_2 - \theta_1)$ に分布し, この幅の中で外部起磁力が $H^e = (J_0/\mu_r) \cos \theta'$ であるとすれば平均起磁力は,

$$F_1 = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} F^e d\theta = \frac{1}{2\theta_x} \int_{-\theta_x - \theta}^{\theta_x - \theta} d\theta' \oint_{l_0} \frac{J_0}{\mu_r} \cos \theta' dl \quad \dots\dots (22)$$

となる. 回路 Fig. 12 の磁気抵抗を R_m とすると, 鎖交磁束 ϕ は, $\phi = F_1/R_m$ で求められる. また, 固定子極間空けきの漏れ磁束 ϕ' は, この系の磁気抵抗を R_m' として, $\phi' = F_2/R_m'$ で決定する. ここに F_2 は,

$$F_2 = \frac{1}{2\theta_x} \int_{\theta_x - \theta}^{\pi - \theta_x - \theta} d\theta' \oint_{l_0} \frac{J_0}{\mu_r} \cos \theta' dl$$

である. よって系の磁気エネルギー ε は,

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \int_{l_0} \mu S R_m^{-2} dl + \frac{1}{2} \int_{l'} \mu' S' R_m'^{-2} dl' \quad \dots\dots (23)$$

である. ここに, μ, S および μ', S' は固定子極系 l および空けき系 l' の透磁率, 磁気回路の断面積であって, 回路系 l および l' の位置の関数である. いま固定子磁気抵抗が空けきおよび磁石の磁気抵抗に比して無視できるものとする, 鎖交磁束 ϕ は (22) 式を用いて,

$$\phi = (2yDJ_0/p) \cdot \sin(p\pi/2D) \cdot \cos \theta \quad \dots\dots (24)$$

となり, (23) 式の磁気エネルギー ε は,

$$\varepsilon = \frac{yDJ_0^2}{4\mu_f} \int_{-\theta_x - \theta}^{\theta_x - \theta} d\theta' \int_l \cos^2 \theta' dl + \frac{yDJ_0^2 l_0}{4\mu_f^2 \left(\frac{l_0}{\mu_f} + \frac{z}{\mu_0} \right)} \int_{\theta_x - \theta}^{\pi - \theta_x - \theta} d\theta' \int_l \cos^2 \theta' dl$$

となるので, リアクション・トルク τ_r は $\partial\varepsilon/\partial\theta$ として,

$$\tau_r = -\frac{p^3 l_0 \phi_0^2 z}{4(\mu_0 l_0 + \mu_f z) Dy} \cot \frac{Px}{2D} \sin 2\theta \quad \dots\dots (25)$$

である. ϕ の分布はすでに (3) 式を得るのに仮定した. (11) 式の ϕ_0 は (24) 式の最大値である. すなわ

$D=40$ [mm] $\phi_0=1 \times 10^{-4}$ [Wb]
 $x=7$ [mm] $\tau_{rmax}=1.85$ [kgw-cm]
 $y=30$ [mm] Ba-Ferrite magnet

Fig. 13 The inter linked flux and the reaction torque

Fig. 14 The maximum value of the reaction torque

ち,

$$\phi_0 = (2/p)yDJ_0 \sin(p\pi/2D) \quad \dots\dots (26)$$

これら (24), (25) 式および (26) 式に関する実験結果を Fig. 13 以下に示す. また, (17) 式と (25) 式を比較して,

$$pL_D I_r^2 = -\{pyDJ_0^2 l_0 z/2(\mu_0 l_0 + \mu_f z)\} \cdot \sin(2x/D) \quad \dots\dots (27)$$

これの実験値を Fig. 14 に示した.

3. 実験結果

3.1 回転子磁石の固定子極への鎖交磁束

解析のために仮定した磁束分布の実験値を Fig. 13 (a) に示す. 実験では θ に対する変化が (24) 式のように正弦的であり, (3) 式における仮定および Fig. 3 の一般機表示の妥当性が実証された. しかし厳密には, θ の基本波の第 3 高調波が認められる. Fig. 15 は (26) 式に対応する ϕ_0 の x および y との関係を示し, y_0 が固定子の両端効果である. このため, 極幅もしくは極の長さが実効的に拡張する. その大きさ y_0, x_0 は Fig. 16 のように, 回転子直径 D に比例する.

Fig. 21 The variation of speed of a transistor motor (4 poles)

この電動機を Fig. 18 の回路で駆動するときの回転むらを Fig. 21 に表わす。1 回転中に極数に一致した 4 回速度変動、120 cps 成分が著しい。60 cps 成分が認められるが、平衡駆動を仮定した資料 Fig. 8 に存在しないもので、それはプッシュプル駆動の不均衡と考えられる。実験では $m=1$ 相当の基本むら 120 cps が最も大きい、それは理論的にも資料 Fig. 8~9 の示すところである。Fig. 21 の回転むらは変動率でおよそ 0.92% で、1800 rpm を中心に 1817~1783 rpm にわたり変動している。電動機の 1 回転中の速度変動を高次成分まで厳密に測定することは容易ではない。この実験では、文献^{7),8)}の方法によったが、基本変動成分とその数次高調波成分を測定し、資料 Fig. 8~10 を用いて、VTR やファクシミリなどに使用する電動機の変動特性をそれら機器の性能との関連において検討することができる。

4. あとがき

永久磁石回転子をもつトランジスタ電動機はホロノーム一般機によって代表される。実験により鎖交磁束が正弦的に変化するので、(3)式のインダクタンス・テンソルは妥当である。また、静止座標をもつ非ホロノーム一般機によっても特性が記述できる。永久磁石の非ホロノーム等価直軸および横軸インダクタンス L_{dr} および L_{qr} の差に基づく L_D によるリアクシ

ン・トルクを磁気回路系の幾何学的構造によって表現した。これは極数に一致した回転むらの原因となるが、固定子極数を回転子極数の 2 倍に設計すれば消滅する。

発生トルクの特性を Fig. 7~10 に示した。効率はおおむね 60% 程度と考えてよい。変動トルクは極数に一致した基本成分とその整数倍高調波成分からなっている。すなわち、この変動トルクは 1 回転中に 2 回、4 回…の偶数回の回転むらを起こす原因となる。したがって、この変動成分以外の回転むらの認められるときは、機構部の不均衡、駆動の不均衡および軸の振れなどがある。また、変動成分は資料に示したように、高次調波成分ほどその振幅が小さいが、軸のねじれ共振などでかなり高い変動成分が変動測定で検出されることがある。これらの検討には本文の解析とその資料図表は不可欠である。これにはまた、トランジスタ電動機のみならず、すべての電動機の変動トルク特性が明らかにされなければならない。

謝 辞

おわりに日ごろご指導いただく大阪大学工学部西村教授をはじめ、本研究の機会を与えられた松下電器中尾副社長、小池取締役、田中顧問、終始ご指示いただいた技術本部安岡部長、中央研究所速水室長、田中主任および関連の方々へ深謝いたします。

文 献

- 1) P. A. Studer : "Development of a Brushless DC Motor for Satellite Application", NASA Tech. Note, NASA TND-2108 (1964)
- 2) 田中 : 「トランジスタ同期電動機の研究」電学誌, 84-11 136/144 (1964)
- 3) 笹部ほか : 「トランジスタ電動機の研究」National Tech. Report, 11-2, 90/104 (1965)
- 4) G. Kron : "Quasi-Holonomic Dynamical System", Physics, 7, 143/152 (April, 1936)
- 5) L. V. Bewley : "Tensor Analysis of Electric Circuits and Machines", The Ronald Press Co., p. 149 (1961)
- 6) P. A. Neeteson : "Junction Transistor in Pulse Circuits", Philips' Tech. Lab., p. 43 (1959)
- 7) 笹部 : 「トランジスタ電動機の回転変動の解析と測定」第 8 回自動制御連合講演会 214 (1965)
- 8) 笹部 : 「電動機回転むら測定の一方法」電気通信学会全国大会 94 (1965)
- 9) 笹部 : 「電動機における回転変動の測定」計測自動制御学会論文集 (投稿中)