積分特性を有する制御対象に対する H_∞ 制御の設計[†]

宮 元 慎 一*・有 永 真 司*

Design of H_∞ -Control for Plants that Have Integrators

Shinichi MIYAMOTO* and Shinji ARINAGA*

This paper presents design of H_∞ -control for plants that have integrators which have been difficult to be handled in the H_∞ -mixed sensitivity problem.

In output feedback control based on the mixed sensitivity problem, the plant must not have poles at the origin of the complex plane because of the restrictions of the 2-Riccati algorithm. However, there are many plants that have integrators such as motors and vehicles. Some design methods for plants that have integrators have already been proposed, but in the methods the controllers have no integrators. Therefore if the stepwise disturbances are injected at the input or the states of the plant, the error between the output of the plant and the reference will not converge to zero.

The proposed design is based on partial state feedback control which uses some states of the plant. As in the partial feedback control proposed by Zhang and Hosoe, there is no limitation on the pole of the plant at the origin, it can be applied to the plants that have integrators. The proposed control system has the integrators in the controller, so even if the disturbances are injected at the input or the states of the plants the error will converge to zero. Furthermore in the proposed control system, the degree of the controller can be reduced by the number of the measurable states.

This paper shows the difficulties of the output feedback control in the mixed sensitivity problem, the design method based on the partial feedback control and the application to motion control.

Key Words: H_∞ -control, servo system, partial state feedback control

1. はじめに

混合感度問題に基づいて H_∞ 制御を設計する場合、Glover-Doyle の解法などでは¹⁾、制御対象の極が原点にあってはならないという制約条件がある。しかし、モータやビークルなどこの条件を満足しない制御対象は多く、 H_∞ 制御を実システムに適用する上での一つの障害となっている。

原点極をもつ対象に対するサーボ系の設計としてはすでにいくつかの方法が提案されているが^{2)~5)}、それらは制御対象の状態や入力点にステップ外乱が加わったり、制御対象の積分特性が変化した場合、オフセットが残るという問題点がある。

ここでは章、細江らによって提案されている部分状態フィードバック制御⁶⁾に基づいた設計法について述べる。

2. 問題点

積分特性を有する制御対象に対して混合感度問題を用いて H_∞ 制御を設計する場合の問題点はつぎの Glover-Doyle の解の制約条件が満足されなくなることである。

$$\begin{bmatrix} A-j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} : \text{行フルランク} (\forall \omega) \quad (2.1)$$

一方、制御器に積分特性をもたせるためには感度重みも積分特性をもつ必要があるがこの場合も (2.1) が満足されなくなる。

この制約条件を満たすため、制御対象や感度重みの積分 $1/s$ を $1/(s+\epsilon)$ (ϵ : 小さい正数) で近似して解く方法がある。

混合感度問題では制御対象の安定な極が制御器の零点に入り、感度重みの極が制御器の極に入ることがわかっ

[†] 第 35 回自動制御連合講演会で発表 (1992・10)

* 三菱重工業(株) 長崎市飽の浦 1-1

* Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Nagasaki

(Received January 27, 1993)

(Revised December 28, 1993)

Fig. 1 Output feedback control

ているので²⁾、制御対象が積分特性をもたない場合は制御器の極に入る $1/(s+\epsilon)$ を $1/s$ に戻せば制御器が得られる。ところが制御対象が積分特性をもつ場合は制御器の零点にも $(s+\epsilon)$ が入り、最終的な制御器は制御器内で極零相殺している $(s+\epsilon)$ を取り除いて得られる。そのため、制御器は積分特性をもたず、入力や状態にステップ上の外乱が加わったり、積分特性が1次遅れに変動したりすると出力にオフセットが残る。1入出力系の場合の制御系を Fig. 1 に示す。

同様な方法として制御対象が安定な場合、制御器を求める際に解く必要がある2本の Riccati 方程式のうち、状態フィードバックゲインを求めるのに必要なほうのみを解き、制御器を求め、制御器内で相殺する $1/s$ を取り除く方法²⁾や制御対象の積分器をあらかじめ取り除いておき、1型の制御系を設計し、制御器に入る積分器を制御対象に戻す方法³⁾などがある。これらの方法も制御器内に積分器をもたないため、前述の問題が残る。

このほか、 $1/s$ を $1/(s+\epsilon)$ に置き換える代りに拡大系を構成し制約条件を回避する方法も提案されているが⁴⁾、付加する極によっては満足な制御系が得られず、付加するシステムの設定が難しいという問題点がある。

また、2 BLOCK の混合感度問題の代りに4 BLOCK の問題を考えると(2.1)の制約条件は満足されるが、制御器に積分特性をもたせると、2型の制御系になるため、振動的になるという問題点がある。

3. 問題の設定

制御対象は m 入力 m 出力線形時不変系とし、内部に積分特性を有し、その積分要素の出力は測定可能と仮定する。また、複素平面の原点に伝達零点をもたないと仮定する。

つぎの制御仕様を満たす制御系を設計する。

【仕様1】 ステップ状に変化する目標値に出力が追従する。

【仕様2】 制御対象の状態や入力点にステップ上の外乱が加わったり、制御対象の積分特性は変化しても出力は目標値に追従する。

【仕様3】 つぎの形式の感度特性を満足する。

$$\left\| \frac{W_1(s)S(s)}{W_2(s)T(s)} \right\|_{\infty} < 1 \quad (3.1)$$

ただし、 $S(s)$ は目標値 $r(t)$ から偏差 $e(t) = (r(t) - y_p(t))$ までの伝達関数、 $T(s)$ は目標値 $r(t)$ から出力 $y_p(t)$ までの伝達関数、 $W_1(s)$ 、 $W_2(s)$ は $S(s)$ 、 $T(s)$ に対する周波数重みである。

4. 制御系設計

制御対象の測定できる変数を部分状態とした部分状態フィードバック制御⁵⁾により制御系を設計する。

以下、制御対象の表現、一般化プラントの作成、制御器の導出の順に述べる。

4.1 制御対象の表現

制御対象の出力やそのほかの測定できる変数が状態の一部に入るような形の状態方程式として実現する。状態方程式を(4.1)とする。

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \quad (4.1 a)$$

$$y_p(t) = C_p x_p(t) \quad (4.1 b)$$

ただし、 $x_p(t) \in R^{n_p}$ 、 $u_p(t) \in R^m$ 、 $y_p(t) \in R^m$ はそれぞれ状態、入力、出力である。 $x_p(t)$ ののはじめの n_0 個が出力を含む測定可能な変数からなるとし、

$$x_p(t) = \begin{bmatrix} x_{p1}(t) \\ x_{p2}(t) \end{bmatrix} \begin{matrix} n_0 \\ n_p - n_0 \end{matrix} \quad (4.2)$$

と分割すると係数行列は A_p 、 B_p 、 C_p 、 D_p はつぎの形式となる。

$$A_p = \begin{bmatrix} A_{p1} & A_{p2} \\ A_{p3} & A_{p4} \end{bmatrix} \begin{matrix} n_0 & n_p - n_0 \end{matrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} B_{p1} \\ B_{p2} \end{bmatrix} \begin{matrix} n_0 \\ n_p - n_0 \end{matrix}$$

$$C_p = [C_{p1} \quad 0] \begin{matrix} n_0 & n_p - n_0 \end{matrix}, \quad D_p = 0 \quad (4.3)$$

4.2 一般化プラントの作成

(3.1)の評価式を得るために、つぎの変数 $z_1, z_2 \in R^m$ を導入し、

$$z_1 = W_1(s)e \quad (4.4 a)$$

$$z_2 = W_2(s)y_p \quad (4.4 b)$$

目標値 $r \in R^m$ から z_1, z_2 までの伝達関数を実現するシステムを作る。 $W_1(s)$ 、 $W_2(s)G_p(s)$ のシステム実現をそれぞれ、 (A_w, B_w, C_w, D_w) 、 (A_p, B_p, C_t, D_t) とし、状態 $x_w(t) \in R^{n_w}$ を導入すると $z_1(t)$ は(4.5 a)、(4.5 b)で表現でき、 $z_2(t)$ は(4.1 a)、(4.5 c)で表現できる。

文献6)では $D_w = 0$ の場合の解が与えられているがここでは $D_w \neq 0$ の場合も含めて考える。

$$\dot{x}_w(t) = A_w x_w(t) + B_w e(t) \quad (4.5 a)$$

$$z_1(t) = C_w x_w(t) + D_w e(t) \quad (4.5 b)$$

$$z_2(t) = C_t x_p(t) + D_t u_p(t) \quad (4.5 c)$$

目標値 $r(t)$ を一般化プラントの外乱 $w(t) \in R^m$ に、

$u_p(t)$ を $u(t)$ に置き換え、つぎの状態 $x(t)$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_w(t) \\ x_p(t) \end{bmatrix} \in R^{n_w+n_p} \quad (4.6)$$

を導入することにより、(3.1)の評価式を実現する拡大系

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p \\ O_{n_p \times n_w} & A_p \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} B_w \\ O_{n_p \times m} \end{bmatrix} w(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} O_{n_w \times m} \\ B_p \end{bmatrix} u(t) \\ &= A x(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \end{aligned} \quad (4.7 a)$$

$$\begin{aligned} z(t) &= \begin{bmatrix} C_w & -D_w C_p \\ O_{m \times n_w} & C_t \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} D_w \\ O_{m \times m} \end{bmatrix} w(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} O_{m \times m} \\ D_t \end{bmatrix} u(t) \\ &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \end{aligned} \quad (4.7 b)$$

が作成できる。また、一般化プラントの出力 $y(t)$ は部分状態フィードバック制御ではつぎの(4.8)のように $x_w(t)$, $x_{p1}(t)$, $e(t)$ からなる。

$$\begin{aligned} y(t) &= \begin{bmatrix} x_w(t) \\ x_{p1}(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_{n_w+n_0} & O_{(n_w+n_0) \times (n_p-n_0)} \\ O_{m \times n_w} & -C_p \end{bmatrix} x(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} O_{(n_w+n_0) \times m} \\ I_m \end{bmatrix} w(t) \\ &= \begin{bmatrix} C_{21} \\ C_{22} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} D_{211} \\ D_{212} \end{bmatrix} w(t) \end{aligned} \quad (4.8 a)$$

(4.7 a), (4.7 b) は(3.1)と同じ評価式に対する出力フィードバック制御や状態フィードバック制御と同じになり、出力の(4.8)式のみが異なる。一般化プラントのブロック図を Fig. 2 に示す。

4.3 制御器の導出

(4.7), (4.8)の一般化プラントでは D_{21} ((4.8)の $w(t)$ の係数行列) が行フルランクでないので Glover-Doyle の解法では解けないが、文献6)で提案されている部分状態フィードバック制御を用いると解くことができる。

ここでは6)と同様の結果を Full Information (F.I.)

Fig. 2 Generalized plant

問題のフィードバックゲインと Disturbance Feedforward (D.F.) 問題の最小次元観測器を用いて導出する。

以下に $D_t = I$ の場合の中心解から得られる制御器を示す。 $D_t \neq I$ の場合も座標変換を行うことにより制御器を得ることができる。

まず、状態フィードバックゲインは(4.7 a), (4.7 b) に対する F.I. 問題の中心解より以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} u(t) &= F_2 x(t) \\ &= F_{21} x_w(t) + F_{221} x_{p1}(t) + F_{222} x_{p2}(t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

F_2 はつぎの Riccati 方程式を解いて計算できる。

$$X A_\infty + A_\infty^T X - X P X + Q = 0 \quad (4.10 a)$$

ただし、

$$A_\infty = \begin{bmatrix} A_w - B_w R_1^{-1} D_w C_w & B_w R_1^{-1} C_p \\ 0 & A_p - B_p C_t \end{bmatrix} \quad (4.10 b)$$

$$P = \begin{bmatrix} B_w R_1^{-1} B_w^T & 0 \\ 0 & B_p R_p^T \end{bmatrix} \quad (4.10 c)$$

$$Q = \begin{bmatrix} -C_w^T R_1^{-1} C_w & C_w^T D_w C_p \\ C_p^T D_w C_w & -C_p^T D_w^T D_w C_p \end{bmatrix} \quad (4.10 d)$$

$$R_1 = D_w D_w^T - I \quad (4.10 e)$$

(4.10) の解を X_∞ とすると F_2 はつぎの式で与えられる。

$$F_2 = [0 \quad C_t] - [0 \quad B_p^T] X_\infty \quad (4.11)$$

(4.9) の F_{21} , F_{221} , F_{222} は F_2 をつぎのように分解したものである。

$$F_2 = \begin{bmatrix} n_w & n_0 & n_p - n_0 \\ F_{21} & F_{221} & F_{222} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

状態 $x_w(t)$, $x_{p1}(t)$, $x_{p2}(t)$ がすべて既知の場合は(4.9)の制御入力で3章の仕様を満足できるが、ここでは、4章で示したように $x_{p2}(t)$ が測定できないので $x_{p2}(t)$ に関しては観測器を構成する必要がある。

D.F. 問題の一般的な観測器はつぎの式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= (A - B_1 D_{21}^T C_2) \hat{x}(t) + B_1 y(t) + B_2 u(t) \end{aligned} \quad (4.13 a)$$

$$\hat{w}(t) = y(t) - C_2 \hat{x}(t) \quad (4.13 b)$$

本稿の問題の場合、(4.13 a) はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \begin{bmatrix} A_w & 0 & 0 \\ 0 & A_{p1} & A_{p2} \\ 0 & A_{p3} & A_{p4} \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} y(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{p1} \\ B_{p2} \end{bmatrix} u(t) \end{aligned} \quad (4.14)$$

状態 $x(t)$ のうち $x_w(t)$, $x_{p1}(t)$ は既知としてよいので(4.14)でも $\hat{x}(t)$ の $x_w(t)$, $x_{p1}(t)$ に対応する状態は観測する必要がない。したがって $x_{p2}(t)$ のみの観測を行う最小次元観測器を用意すればよい。また、(4.13 b) に関しては外乱 $w(t)$ は目標値 $r(t)$ に相当するのでこの観測も不要である。

A_{p4} が安定な場合は以上の結果からただちに状態 $\hat{x}_3(t) \in R^{n_p-n_0}$ を用いたつぎの観測器が得られる。

$$\dot{\hat{x}}_3(t) = A_{p4}\hat{x}_3(t) + A_{p3}x_{p1}(t) + B_{p2}u_p(t) \quad (4.15)$$

この場合の最終的な制御器は(4.9), (4.15)の $x_{p2}(t)$, $\hat{x}_3(t)$ を $x_k(t) \in R^{n_p - n_o}$ で置き換えたつぎの式となる.

$$\dot{x}_k(t) = (A_{p4} + B_{p2}F_{222})x_k(t) + B_{p2}F_{21}x_w(t) + (A_{p3} + B_{p2}F_{221})x_{p1}(t) \quad (4.16 a)$$

$$u(t) = F_{21}x_w(t) + F_{221}x_{p1}(t) + F_{222}x_k(t) \quad (4.16 b)$$

A_{p4} が不安定な場合は $x_{p2}(t)$ を直接, 観測する代りにつぎのように $x_k(t) = x_{p2}(t) + Tx_{p1}(t)$ を観測し, $Tx_{p1}(t)$ を差し引けばよい.

$$\hat{x}_3(t) = \hat{x}_4(t) - Tx_{p1}(t) \quad (4.17 a)$$

$$\dot{\hat{x}}_4(t) = (A_{p4} + TA_{p2})\hat{x}_4(t) + (B_{p2} + TB_{p1})u_p(t) + (A_{p3} + TA_{p1} - TA_{p2}T - A_{p4}T)x_{p1}(t) \quad (4.17 b)$$

ただし, この場合, T の設定に関しては文献6)と同様な方法で行う必要がある. 制御対象の実現(4.3)が可観測であれば(A_{p4} , A_{p2})は可観測対になり, $A_{p4} + TA_{p2}$ を安定にする T が存在する.

5. 制御器と制御系の特性

つぎに A_{p4} が安定な場合の制御器と制御系の特性を調べる.

A_w の極を原点に選べば1型の制御系が設計できる. 制御系のブロック図をFig. 3に示す.

制御器は偏差 $e(t)$ から前向き要素 $K_F(s)$ と部分状態 $x_{p1}(t)$ からの後向き要素 $K_B(s)$ からなる.

$$K_F(s) = \{F_{222}(sI - A_{p4} - B_{p2}F_{222})^{-1}B_{p2} + I\} \times F_{21}(sI - A_w)^{-1}B_w \quad (5.1 a)$$

$$K_B(s) = F_{222}(sI - A_{p4} - B_{p2}F_{222})^{-1} \times (A_{p3} + B_{p2}F_{221}) + F_{221} \quad (5.1 b)$$

本制御系が三つの仕様を満たすことを示す. [仕様3] (感度仕様)は解の性質より自動的に満たされるのでここでは[仕様1] (目標値追従特性), [仕様2] (入力外乱存在時, 積分特性変化時の目標値追従特性)を満たすことを示す.

閉ループの状態方程式はつぎのようになる.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_w(t) \\ x_p(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_w(t) \\ x_p(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ B_d \\ 0 \end{bmatrix} d(t) \quad (5.2 a)$$

Fig. 3 Partial state feedback control

$$y_p(t) = C_p x_p(t) \quad (5.2 b)$$

ただし, A_A はつぎのようになる.

$$A_A = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p & 0 \\ B_p F_{21} & A_p + B_p [F_{221} \ 0] & B_p F_{222} \\ B_{p2} F_{21} [A_{p3} + B_{p2} F_{221} \ 0] & A_{p4} + B_{p2} F_{222} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

また, 状態方程式(4.1 a)に外乱 $d(t) \in R^m$ が $B_d d(t)$ の形で加わるとした. B_d はつぎの形とする.

$$B_d = \begin{bmatrix} B_{d1} \\ B_{d2} \end{bmatrix} \begin{matrix} n_o \\ n_p - n_o \end{matrix} \quad (5.4)$$

$x_c(t)$ をつぎの

$$x'_c(t) = x_c(t) + x_{p2}(t) \quad (5.5)$$

で置き換えるとシステムはつぎのように変換できる.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_w(t) \\ x_p(t) \\ x'_c(t) \end{bmatrix} = A'_A \begin{bmatrix} x_w(t) \\ x_p(t) \\ x'_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ B_d \\ B_{d2} \end{bmatrix} d(t) \quad (5.6 a)$$

$$y_p(t) = C_p x_p(t) \quad (5.6 b)$$

ただし, A'_A は

$$A'_A = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p & 0 \\ B_p F_{21} & A_p + B_p F_{22} & B_p F_{222} \\ 0 & 0 & A_{p4} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

となる.

A_{p4} は不可制御なモードになるので伝達関数は左上の 2×2 ブロックのみから決まり, この場合, 状態フィードバック制御と同じになる.

偏差 $e(t)$ から出力 $y_p(t)$ までの開ループ伝達関数 $G_0(s)$ はつぎのようになる.

$$G_0(s) = C_p(sI - A_p - B_p F_{22})^{-1} B_p F_{21}(sI - A_w)^{-1} B_w = G_0(s)/s \quad (5.8)$$

これは状態フィードバック制御の開ループと等しくなる⁸⁾. $F_{21}(sI - A_w)^{-1} B_w$ は原点に極にもち, また, 仮定より $(A_p, B_p, C_p, 0)$ は原点に零点をもたないので, $(A_p + B_p F_{22}, B_p, C_p, 0)$ も原点に零点をもたないため, 内部モデル原理よりステップ状の目標値変化に対しては偏差が0となり[仕様1]は満足される.

出力フィードバック制御を混合感度問題で設計した場合, 感度重み $W_i(s)$ に積分特性(1次遅れで近似)をもたせると必ず制御器に積分器が入ることが知られているが⁷⁾, 部分状態フィードバック制御では感度重みの状態 $x_w(t)$ をフィードバックすることになるので積分器が必ず入ることになる.

また, (5.8)から積分器は開ループで1個のみもつことになり, 1型の制御系となる. 積分特性をもつ制御対象に対して積分器をもつ制御器を接続した場合は2型にな

ることと比較するとステップ状の目標値に追従する点に關しては有利であることがわかる。

入力外乱 $d(t)$ から出力 $y_p(t)$ までの伝達関数 $G_d(s)$ はつぎようになる。

$$\begin{aligned} G_d(s) &= [I + G_0(s)]^{-1} C_p (sI - A_p - B_p F_{22})^{-1} \\ &\quad \times [B_p F_{222} (sI - A_{p4})^{-1} B_{d2} + B_d] \\ &= s [sI + G_0(s)]^{-1} C_p (sI - A_p - B_p F_{22})^{-1} \\ &\quad \times [B_p F_{222} (sI - A_{p4})^{-1} B_{d2} + B_d] \quad (5.9) \end{aligned}$$

$A_p + B_p F_{22}$, A_{p4} は原点に固有値をもたないので、最終値の定理によりステップ状の入力外乱に対しても偏差が 0 となる。したがって「仕様 2」も満足される。

部分状態フィードバック制御を用いた場合の制御器の次数は一般化プラントの次数 ($n_w + n_p$) よりも測定できる状態の数 n_o だけ小さい ($n_w + n_p - n_o$) となる。測定できる状態の数が多いほど制御器の次数を低減することができる。それに伴って制御対象の安定極と制御器の零点の極零相殺する数を減らすことができる。また、全状態が測定できる場合は状態フィードバック制御となり、制御対象の安定極と制御器の零点の極零相殺はなくなる⁹⁾。

なお、本設計法での相補感度は閉ループでの目標値-出力間の伝達関数と定義した。出力フィードバック制御では乗法的な変動に対するロバスト安定性と関係づけられるが部分状態フィードバック制御ではこのようなロバスト安定性と関係づけることはできない。しかし、制御系においてはロバスト安定性の観点から設計するのみでなく、閉ループの帯域を重視して設計する場合も多いので、そういう観点からは実用上、多くの適用可能な対象が期待できる。

H_∞ 制御で設計された状態フィードバック制御のロバスト安定性に関してはまだあまり知られていないが⁹⁾、文献 10) のように 2 次安定化制御との関連も含めて今後、検討する必要がある。

6. 適用例

モータの制御への適用を考えた設計例を示す。サーボモータの動特性は機械系の運動方程式、電気系の回路方

程式に逆起電力を考慮した以下の式により決まる (Fig. 4)。

機械系の運動方程式：

$$J_M \frac{d^2 \theta}{dt^2} + D_M \frac{d\theta}{dt} = K_T i + T_d \quad (6.1 a)$$

電気系の回路方程式：

$$R_a i + L_a \frac{di}{dt} + K_E \frac{d\theta}{dt} = E \quad (6.1 b)$$

ただし、

θ : 回転子回転角

i : 電機子電流

E : 電機子電圧

T_d : トルク外乱

とし、係数を Table 1 に示す¹⁰⁾。ただし、 J_M は負荷も含めた慣性モーメントとしモータ単体の慣性モーメントの 10 倍とした。また、 D_M は 0 とした。

操作量 e から制御量 θ までの伝達関数はつぎのようになる。

$$\theta = \frac{1}{s} \frac{K_T}{(J_M s + D_M)(L_a s + R_a) + K_T K_E} E \quad (6.2)$$

この制御対象に対してつぎの 3 通りの設計を行った。

〔ケース 1〕 混合感度問題に基づき、部分状態フィードバック制御系を設計した。部分状態として θ を加えた。つぎの評価関数を与えた。

$$\left\| \frac{s+20}{s} \times 0.6 \times S(s) \right\|_{\infty} < 1 \quad (6.3)$$

〔ケース 2〕 ケース 1 と同じ評価関数を与え、部分状態フィードバック制御系を設計した。部分状態として θ

Table 1 Parameter of moter

Symbol	Contents	Value
J_M	Inertia	0.0118 kgm ²
D_M	Viscous Coefficient	0 kgm ² /s
R_a	Resistance	5.31 Ω
L_a	Inductance	12.9 mH
K_T	Torque Constant	1.05 Nm/A
K_E	Voltage Constant	0.110 V/rpm

Fig. 4 Motor model

Fig. 5 Control system

と $\omega (=d\theta/dt)$ を加えた。

[ケース 3] 混合感度問題に基づき、出力フィードバック制御系を設計した。重みはケース 1 と同じとした。ただし、出力フィードバック制御では周波数重みと制御対象の積分器をそのまま取り扱えないので、1 次遅れ $1/(s+0.0001)$ に置き換えて設計した。

得られた制御器を以下に示す。ただし、 θ_r を目標値とした。

[ケース 1]

$$E = \frac{(s+18.4)(s+393.)}{(s+85.8+73.8j)(s+85.8-73.8j)} \times \left[957. \times \frac{1}{s} (\theta_r - \theta) - 76.2 \times \theta \right] \quad (6.4a)$$

[ケース 2]

$$E = \frac{1}{(s+172.)} \times \left[(s+412.) \left\{ 957. \times \frac{1}{s} (\theta_r - \dot{\theta}) - 76.2 \times \theta \right\} - 0.806 \times (s+724.) \times \omega \right] \quad (6.4b)$$

[ケース 3]

$$E = \frac{(s+18.4)(s+393.) \times 957. \times (\theta_r - \theta)}{(s+38.3+63.7j)(s+38.3-63.7j)(s+95.1)} \quad (6.4c)$$

ケース 1-3 の制御系のブロック図を Fig. 5 に示す。ケース 3 の出力フィードバック制御に対して、ケース 1 は内部ループをもう一つ含み、ケース 2 はさらに速度フィードバックループを追加したものである。

得られた制御系の目標値とトルク外乱に対するステップ応答を Fig. 6 に示す。

Fig. 6 Simulation result

目標値応答に関しては、部分状態フィードバック制御と出力フィードバック制御は全く同じになるが、極零相殺しているため、不可制御部分空間が異なるので状態に外乱が加わると異なった応答となる⁸⁾。出力フィードバック制御では制御器に積分特性が入っていないのでステップ状の外乱に対してはオフセットが残る。これに対して、部分状態フィードバック制御では制御器に積分器が入っているため、外乱に対するオフセットがなくなっている。また、部分状態フィードバック制御でもフィードバックする状態の数が多いほど、極零相殺するモードの数が少なくなるため、外乱に対する応答はよくなる。

なお、出力フィードバック制御を 4 Block 問題に基づいた設計も行ったが、目標値特性と外乱特性を両立させた設計を行うのは困難であった。

7. おわりに

積分特性をもつ対象に対する部分状態フィードバック制御による設計を示した。本制御系では制御対象の積分特性以外に制御器にも積分器を内包しているので制御対象の入力点や状態に外乱が加わったり、制御対象の積分特性が変化してもステップ状の目標値に対してはオフセットが残らない。

部分状態フィードバック制御を用いた場合、用いる信号の数だけ制御器の次数を減らすことができ、その結果、混合感度問題で問題となっている極零相殺するモードの数を減らすことができるという利点もある⁸⁾。

なお、本論文では部分状態に制御対象の出力をすべて含めたが、積分器の前後の信号が測定できる場合は、出力をフィードバックしない制御系も設計できる¹²⁾。フィードバックする状態とロバスト安定性の関係については今後の課題としたい。

従来、機械制御などでは、モータの速度フィードバックのように、出力(制御量)以外に測定できる速い信号があればそれを積極的に利用する制御が行われてきた。ま

た、その際、位置-速度、角度-角速度のように積分特性が内包されていることが多いため、従来の出力フィードバックの構成をとる H_∞ 制御では満足な制御系が設計できなかった。そのような対象に対しては本論文で考えた部分状態フィードバック制御の構成が非常に有効である。

最後に、本論文をまとめるにあたって貴重な御意見を頂いた名古屋大学細江教授に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) K. Glover and J. C. Doyle: State-Space Formulae for all Stabilizing Controllers that Satisfy an H_∞ Norm Bound and Relations to Risk Sensitivity, Systems and Control Letters, **11**, 167/172 (1988)
- 2) 大羽, 倉田: 燃料噴射ポンプの制御- H_∞ 制御理論の適用-, SICE 九州フォーラム '90, 25/31 (1990)
- 3) 宮元, 有永: 積分特性をもつ制御対象に対する H_∞ 制御の設計, 第 10 回 SICE 九州支部学術講演会予稿集, 35/36 (1992)
- 4) 三平満司: H_∞ 制御の考え方と最近の話題, SICE 九州フォーラム '90, 1/10 (1990)
- 5) 原辰次: H_∞ 制御によるサーボ系の設計, SICE 基礎講習会- H_∞ 制御入門-, 49/72 (1991)
- 6) 章, 細江: 部分状態フィードバックによる H_∞ 制御問題, 計測自動制御学会論文集, **29-2**, 169/178 (1993)
- 7) J. Sefton and K. Glover: Pole/zero Cancellations in the general H_∞ Problem with reference to a two block design, Systems & Control Letters, **14**, 295/306 (1990)
- 8) S. Miyamoto and S. Arinaga: Relationship between Availability of States and Pole/Zero Cancellations in H_∞ -Control, IEEE Trans., **AC-39-2**, 379/381 (1994)

- 9) T. Fujii and P. Khargonekar: Inverse Problem in H_∞ -Control, Proc. IEEE-CDC, 26/31 (1988)
- 10) 藤井: 2 次安定化とロバスト制御, 計測と制御, **29-2**, 142/150 (1990)
- 11) MHI-A シリーズブラシレス DC サーボモータ取り扱い説明書, 三菱重工業エレクトロニクス事業部 (1992)
- 12) 宮元, 有永: 積分特性をもつ制御対象に対する H_∞ 制御の設計(第 2 報), 第 35 回自動制御連合講演会前刷, 87/88 (1992)

[著 者 紹 介]

宮 元 慎 一 (正会員)

1987 年, 東京大学大学院修士課程修了(計数工学専門課程)。同年三菱重工業(株)勤務。現在, エレクトロニクス事業部開発・製造部にてプラント、ビークルなどの制御装置の研究・開発・製作に従事。システム制御情報学会, IEEE などの会員。

有 永 真 司 (正会員)

1983 年, 大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。同年三菱重工業(株)勤務。各種プラントの動特性解析, 制御系設計の研究に従事。