次数に依存しない非線形モデル規範形適応制御系の構成法

—— 相対次数が未知で 2 次以下の場合 ——[†]

宮 里 義 彦*

Model Reference Adaptive Control for Nonlinear Systems with Unknown Degrees and with Unknown Relative Degrees not Exceeding Two

Yoshihiko MIYASATO*

In most of the studies of model reference adaptive control, it is assumed that an upper bound on the degree of the controlled system is known. It makes the scope of application of model reference adaptive control too restrictive, since the reasonable upper bound on the degree cannot be specified a priori in many practical cases.

In the present paper, we propose a design method of model reference adaptive control systems for nonlinear systems with unknown degrees and with unknown relative degrees not exceeding 2. Even if the degree of the controlled system varies, and even if the relative degree also varies between 1 and 2, the structure of the proposed adaptive controller does not change. It is shown that the resulting control system is uniformly bounded, and that the tracking error converges to an arbitrarily small residual region. Finally, several simulation studies also show the effectiveness of the proposed method.

Key Words : model reference adaptive control, nonlinear system, degree, relative degree

1. 緒 言

ハイゲインフィードバックを用いることで、対象の次数に依存せずに適応制御系が構成できること、またその適応制御系が未知の非線形性や外乱がある場合にも有効であることをこれまでに報告してきた^{1)~5)}。ただしその手法において入出力だけを使って制御系を構成するためには、相対次数は 1 次という制約があった。特に 2 次以上の相対次数の場合は、出力の微分値が既知という条件を新たに必要とした。

本研究ではこれに対し、次数が未知でさらに相対次数も 2 次を越えない範囲で未知の場合に、入出力だけを使っ

て単一の適応制御装置で未知の非線形系に対してモデル規範形適応制御系を構成する手法を提案する。これに関連する研究としては先に Morse によって提案された 2 種類の制御方式、つまり未知次数系の適応安定化制御⁶⁾と既知次数系のモデル規範形適応制御⁷⁾の二つがあるが、本研究は両者の特性をあわせもつ(未知次数系のモデル規範形適応制御)とともに、さらにある種の非線形系にも適用できることに大きな特徴がある。

2. 問題設定

次式で表わされる 1 入力 1 出力の未知の有限次元非線形系を考える。

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + bu(t) + gf(y(t), t) \quad (1)$$

$$y(t) = c^T x(t) \quad (2)$$

ただし $x(t)$ は n 次元ベクトルであり、 A, b, c, g は適合するサイズの行列やベクトル(未知)、 $f(y(t), t)$ は未知の非線形項または外乱(スカラ)とする。さらに次数 n と

[†] 第 13 回適応制御シンポジウムで発表(1993・1)

* 統計数理研究所 東京都港区南麻布 4-6-7

* The Institute of Statistical Mathematics, Minato-ku, Tokyo

(Received March 12, 1993)

(Revised June 7, 1993)

相対次数 n^* も未知とする。この非線形系に対し以下の
ような仮定を設ける。

[仮定]

- 1) (c, A, b) は可制御, 可観測である。
- 2) $c^T(sI - A)^{-1}b$ の零点は漸近安定である。
- 3) $c^T(sI - A)^{-1}b$ の相対次数 n^* (未知) は 1 または 2
で, 高周波ゲイン b_0 の符号は既知とする (以後は正の
場合を扱う)。
- 4) $c^T(sI - A)^{-1}g$ の相対次数は n^* 以上とする。
- 5) $f(y(t), t)$ は以下のように評価される。ただし f_i は
未知で, m は既知とする。

$$|f(y(t), t)| \leq f_0 + f_1|y(t)| + \cdots + f_m|y(t)|^m \quad (3)$$

$$0 \leq f_i < \infty \quad (0 \leq i \leq m)$$

以上の設定のもとで, 出力 $y(t)$ が任意の目標信号 $y_M(t)$
($0 \sim n^*$ 階微分が一様有界) に追従するように, 入力 $u(t)$
を適応的に決定する。ただし利用可能な信号は $y(t)$ と
 $y_M(t)$ のみとする。

3. 入出力表現

制御対象の線形部 $c^T(sI - A)^{-1}b$ の零点が安定である
ことを利用して, 対象の入出力表現を求める。つぎの補
題が得られる。

[補題 1] 非線形系の線形部 $c^T(sI - A)^{-1}b$ の零点が
安定なとき, 相対次数 n^* に応じて, 対象はつぎのように
表わされる。

- 1) $n^*=1$ の場合

$$\frac{d}{dt}y(t) = \theta_1 y(t) + b_0 u(t) + \mathcal{L}(y(t))$$

$$+ \mathcal{L}(f(y(t), t)) + \varepsilon(t) \quad (4)$$

$$y(t) = b_0 u_f(t) + \mathcal{L}(y(t)) + \mathcal{L}(f(y(t), t)) + \varepsilon(t) \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt}u_f(t) = -\lambda_1 u_f(t) + u(t) \quad (6)$$

- 2) $n^*=2$ の場合

$$\frac{d}{dt}Y(t) + \lambda_1 Y(t) = \theta_1 y(t) + \theta_2 u_f(t) + b_0 u(t)$$

$$+ \mathcal{L}(y(t)) + \mathcal{L}(f(y(t), t)) + \varepsilon(t) \quad (7)$$

$$Y(t) = \frac{d}{dt}y(t) + \lambda_2 y(t)$$

$$= \theta_3 y(t) + b_0 u_f(t) + \mathcal{L}(y(t))$$

$$+ \mathcal{L}(f(y(t), t)) + \varepsilon(t) \quad (8)$$

ただし $\theta_1, \theta_2, \theta_3, b_0$ は未知のシステムパラメータであ
り, λ_1, λ_2 は任意の正の定数, $\varepsilon(t)$ は指数的に減衰する項
を総称して表わしたものとす。また $\mathcal{L}(v(t))$ は

$$\mathcal{L}(v(t)) \equiv G(s)v(t) \quad (G(s) \in \mathcal{RH}^\infty) \quad (9)$$

のように定義される ($\mathcal{RH}^\infty$ はプロパーで漸近安定な有
理伝達関数のクラス)。

(証明) 多項式 $D_p(s)$ (n 次, モニック), $N_p(s)$ ($n - n^*$
次, モニック), $N_\rho(s)$ ($\deg N_\rho(s) \leq \deg N_p(s)$; 仮定 4) よ
り) を以下のように定める。

$$\frac{b_0 N_p(s)}{D_p(s)} \equiv c^T(sI - A)^{-1}b \quad (10)$$

$$\frac{N_\rho(s)}{D_p(s)} \equiv c^T(sI - A)^{-1}g \quad (11)$$

$D_p(s)$ と $N_p(s)$ に対してつぎの関係式を満たす多項式
 $\gamma(s)$ (n^* 次, モニック), $\rho(s)$ ($n - n^* - 1$ 次) が存在する。

$$D_p(s) = N_p(s)\gamma(s) + \rho(s) \quad (12)$$

この式を使うと制御対象は以下のように表わされる。

$$\frac{D_p(s)}{N_p(s)}y(t) = \gamma(s)y(t) + \frac{\rho(s)}{N_p(s)}y(t) + \varepsilon(t)$$

$$= b_0 u(t) + \frac{N_\rho(s)}{N_p(s)}f(y(t), t) + \varepsilon(t) \quad (13)$$

ここで $N_p(s)$ が Hurwitz 多項式であることに注意する
と (4) ~ (8) 式が得られる。 (証明終)

4. 非線形適応制御

相対次数 n^* が 1 または 2 のいずれの場合でも, 同一
の制御則と適応則を採用する。

[出力誤差]

$$e(t) \equiv y_M(t) - y(t) \quad (14)$$

$$E(t) \equiv \frac{d}{dt}e(t) + \lambda_2 e(t) \quad (15)$$

[制御則]

$$u(t) = \sum_{i=1}^m k_{i1}(t)e(t)^{2i-1} - k_{m+1}(t)u_f(t) \quad (16)$$

(注意) 後述の証明から明らかのように, (3) 式にお
いて $m=0$ であっても線形部分の安定化のためにフィード
バック項 $k_{i1}(t)e(t)$ は必要となる。したがって以後は
表記の簡単のために $m \geq 1$ と仮定する。

[適応則 1]

$$k_{i1}(t) = \sum_{j=1}^3 k_{ij}(t) \quad (1 \leq i \leq m) \quad (17)$$

$$k_{i1}(t) = \frac{g_i}{2^i} e(t)^{2i} \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt}k_{i2}(t) = \lambda_2 g_i e(t)^{2i} \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt}k_{i3}(t) = -\sigma(t)g_i k_{i1}(t) \quad (20)$$

$$(g_i > 0)$$

$$k_{m+1}(t) = \sum_{j=1}^4 k_{m+1,j}(t) \quad (21)$$

$$k_{m+1,1}(t) = -g_{m+1}u_f(t)e(t) \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt}k_{m+1,2}(t) = -(\lambda_1 + \lambda_2)g_{m+1}u_f(t)e(t) \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt}k_{m+1,3}(t) = g_{m+1}u(t)e(t) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} k_{m+1,4}(t) &= -\sigma(t) g_{m+1} k_{m+1}(t) \\ (g_{m+1} > 0) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_0(>0) & \text{if } \|k(t)\| \geq k_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (26)$$

$$\|k(t)\| \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^{m+1} k_i(t)^2} \quad (27)$$

ここに k_0 は 0 以上の定数である。適応則 1 は以下のようにも表わされる。

[適応則 2]

$$\frac{d}{dt} k_i(t) = -g_i e(t)^{2i-1} E(t) - \sigma(t) g_i k_i(t) \quad (28)$$

$$\frac{d}{dt} k_{m+1}(t) = -g_{m+1} u_f(t) E(t) - \sigma(t) g_{m+1} k_{m+1}(t) \quad (29)$$

ただし適応則 2 は $e(t)$ の微分 $E(t)$ を含むため実現不可能である。これを実現可能なように再定式化したのが適応則 1 である。以上の設定で本稿の主要結果であるつぎの定理が成立する。

《定理》 (1), (2) 式の非線形系に対し, 制御則(16)式と適応則(17)~(29)式から構成される適応制御系の全ての信号は一様有界である。さらに k_0 を

$$k_0 \geq k^* > 0 \quad (30)$$

(k^* は後述)に従って定めると次式が成立する。

$$\limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e(t)^2 dt \leq \varepsilon^* \quad (31)$$

ただし ε^* は k^* によって決定される定数で, 任意に小さく設定できる。

5. 安定性の解析

5.1 準備

最初に定理の証明に使う補題を用意する。

[補題 2] つぎの等式が成立する。

$$\begin{aligned} \int_0^t E(\tau) e(\tau)^{2i-1} d\tau &= \frac{1}{2i} \{e(t)^{2i} - e(0)^{2i}\} \\ &+ \lambda_2 \int_0^t e(\tau)^{2i} d\tau \quad (1 \leq i \leq m) \end{aligned} \quad (32)$$

証明は部分積分より自明なので省略する。

[補題 3] 以下の不等式が成立する。

$$\begin{aligned} \int_0^t E(\tau) \{\mathcal{L}(y(\tau)) + \mathcal{L}(f(y(\tau), \tau)) + \varepsilon(\tau)\} d\tau \\ \leq \frac{1}{2C} \int_0^t E(\tau)^2 d\tau + CL_0 \cdot t \\ + \sum_{i=1}^m CL_i \int_0^t e(\tau)^{2i} d\tau + CL_{m+1} \int_0^t \varepsilon(\tau)^2 d\tau \end{aligned} \quad (33)$$

ただし $L_0, \dots, L_{m+1} > 0$ は未知のシステムパラメータであり, $C > 0$ は任意の定数である。

(証明) つぎの関係が得られる。

$$\begin{aligned} \int_0^t E(\tau) \{\mathcal{L}(y(\tau)) + \mathcal{L}(f(y(\tau), \tau)) + \varepsilon(\tau)\} d\tau \\ \leq \frac{1}{2C} \int_0^t E(\tau)^2 d\tau \\ + \frac{C}{2} \int_0^t \{\mathcal{L}(y(\tau)) + \mathcal{L}(f(y(\tau), \tau)) + \varepsilon(\tau)\}^2 d\tau \\ \leq \frac{1}{2C} \int_0^t E(\tau)^2 d\tau \\ + \frac{3C}{2} \int_0^t [\{\mathcal{L}(y(\tau))\}^2 + \{\mathcal{L}(f(y(\tau), \tau))\}^2 \\ + \varepsilon(\tau)^2] d\tau \end{aligned} \quad (34)$$

ただし C は任意の正の定数である。ここで $\mathcal{L}(v(t))$ の定義より

$$\int_0^t \{\mathcal{L}(v(\tau))\}^2 d\tau \leq L \int_0^t v(\tau)^2 d\tau + \int_0^t \varepsilon(\tau)^2 d\tau \quad (35)$$

(ただし $L > 0$ はシステムパラメータ)となることに着目し仮定 5)を用いると(33)式が得られる。(証明終)

$k_i^* (1 \leq i \leq m+1)$ を後で定める定数として

$$k^* \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^{m+1} k_i^{*2}} \quad (36)$$

のように定義する。このときつぎの補題が成立する。

[補題 4]⁸⁾ 以下の不等式が成立する。

$$\begin{aligned} -b_0 \sigma(t) \sum_{i=1}^{m+1} \{k_i(t) - k_i^*\} k_i(t) \\ \leq -\frac{b_0 \sigma_0}{2} \sum_{i=1}^{m+1} \{k_i(t) - k_i^*\}^2 + \frac{b_0 \sigma_0}{2} (k_0 + k^*)^2 \end{aligned} \quad (37)$$

$$-b_0 \sigma(t) \sum_{i=1}^{m+1} \{k_i(t) - k_i^*\} k_i(t) \leq 0 \quad (38)$$

ただし(38)式は(30)式のもとで成立し, (37)式は(30)式を前提とせずに成立する。

証明は文献 8) などから明らかなので省略する。

5.2 定理の証明 ($n^*=2$)

以上の準備をもとに, まず $n^*=2$ の場合の証明を行う。つぎの正定関数を考える。

$$V(t) = \frac{1}{2} E(t)^2 + \frac{b_0}{2} \sum_{i=1}^{m+1} \{k_i(t) - k_i^*\}^2 / g_i \quad (39)$$

補題 1, 制御則, 適応則に着目して $\frac{d}{dt} V(t)$ を計算する。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(t) &= -\lambda_1 E(t)^2 + E(t) \left\{ \frac{d}{dt} Y_M(t) + \lambda_1 Y_M(t) \right\} \\ &- \theta_1 E(t) y(t) - \theta_2 E(t) u_f(t) \\ &+ E(t) \{\mathcal{L}(y(t)) + \mathcal{L}(f(y, t)) + \varepsilon(t)\} \\ &- b_0 \sum_{i=1}^m k_i^* e(t)^{2i-1} E(t) + b_0 k_{m+1}^* E(t) u_f(t) \\ &- b_0 \sigma(t) \sum_{i=1}^{m+1} \{k_i(t) - k_i^*\} k_i(t) \\ &= \left(-\lambda_1 + \frac{\theta_2}{b_0} \right) E(t)^2 + \left(\theta_1 - \frac{\theta_2 \theta_3}{b_0} \right) E(t) e(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +E(t)\left\{\frac{d}{dt}Y_M(t)+\left(\lambda_1-\frac{\theta_2}{b_0}\right)Y_M(t)\right. \\
& \left.-\left(\theta_1-\frac{\theta_2\theta_3}{b_0}\right)y_M(t)\right\} \\
& +E(t)\{\mathcal{L}(y(t))+\mathcal{L}(f(y,t))+\varepsilon(t)\} \\
& -b_0\sum_{i=1}^mk_i^*e(t)^{2i-1}E(t)-k_{m+1}^*E(t)^2 \\
& +k_{m+1}^*E(t)\{\theta_3e(t)+\mathcal{L}(y(t))+\mathcal{L}(f(y,t)) \\
& +\varepsilon(t)\}-b_0\sigma(t)\sum_{i=1}^{m+1}\{k_i(t)-k_i^*\}k_i(t) \quad (40)
\end{aligned}$$

補題4の(37)式の評価を使い、補題2と3の結果を利用し、 $[t_0, t]$ にわたって両辺を積分すると次式を得る。

$$\begin{aligned}
V(t)-V(t_0) & \leq \left\{-\lambda_1+\frac{\theta_2}{b_0}+\frac{1}{C}-\left(1-\frac{1}{C}\right)k_{m+1}^*\right\}\int_{t_0}^tE(\tau)^2d\tau \\
& +\left(\theta_1-\frac{\theta_2\theta_3}{b_0}+k_{m+1}^*\theta_3-b_0k_1^*\right)\left\{\frac{1}{2}e(t)^2-\frac{1}{2}e(t_0)^2\right\} \\
& +\left\{\left(\theta_1-\frac{\theta_2\theta_3}{b_0}\right)\lambda_2+CL_1+k_{m+1}^*\theta_3\lambda_2\right. \\
& \left.+k_{m+1}^*CL_1-b_0k_1^*\lambda_2\right\}\int_{t_0}^te(\tau)^2d\tau \\
& +\sum_{i=2}^m(CL_i+k_{m+1}^*CL_i'-b_0k_i^*\lambda_2)\int_{t_0}^te(\tau)^{2i}d\tau \\
& -b_0\sum_{i=2}^mk_i^*\left\{\frac{1}{2i}e(t)^{2i}-\frac{1}{2i}e(t_0)^{2i}\right\} \\
& +(CL_{m+1}+k_{m+1}^*CL_{m+1}')\int_{t_0}^t\varepsilon(\tau)^2d\tau \\
& +\left\{CR_1+k_{m+1}^*CR_2+\frac{b_0\sigma_0}{2}(k_0+k^*)^2\right\}(t-t_0) \\
& -\frac{b_0\sigma_0}{2}\sum_{i=1}^{m+1}\int_{t_0}^t\{k_i(t)-k_i^*\}^2d\tau \quad (41)
\end{aligned}$$

ただし $R_i(>0)$ ($1 \leq i \leq 2$) は $f_0, L_0, y_M(t), \frac{d}{dt}y_M(t), \frac{d^2}{dt^2}y_M(t)$ (それぞれ有界)を含む項を評価する定数である。ここで定数 $k_1^*, k_2^*, \dots, k_{m+1}^*, C$ を以下のように定める。

$$C > 1 \quad (42)$$

$$k_{m+1}^* > \left(-\lambda_1 + \frac{\theta_2}{b_0} + \frac{1}{C}\right) / \left(1 - \frac{1}{C}\right) \quad (43)$$

$$\begin{aligned}
k_1^* & > \left(\theta_1 - \frac{\theta_2\theta_3}{b_0} + k_{m+1}^*\theta_3\right) / b_0 \\
& + (CL_1 + k_{m+1}^*CL_1') / (b_0\lambda_2) \quad (44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_i^* & > (CL_i + k_{m+1}^*CL_i') / (b_0\lambda_2) \quad (45) \\
(2 \leq i \leq m)
\end{aligned}$$

すると $V(t)$ が以下のように評価される。

$$\begin{aligned}
V(t) & + N_1 \int_{t_0}^t E(\tau)^2 d\tau + N_2 e(t)^2 + N_3 \int_{t_0}^t e(\tau)^2 d\tau \\
& + \sum_{i=2}^m N_{i+2} \int_{t_0}^t e(\tau)^{2i} d\tau + \sum_{i=2}^m N_{m+1+i} e(t)^{2i} \\
& \leq V(t_0) + N_2 e(t_0)^2 + \sum_{i=2}^m N_{m+1+i} e(t_0)^{2i}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (CL_{m+1} + k_{m+1}^*CL_{m+1}') \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau)^2 d\tau \\
& + \left\{CR_1 + k_{m+1}^*CR_2 + \frac{b_0\sigma_0}{2}(k_0 + k^*)^2\right\}(t - t_0) \\
& - \frac{b_0\sigma_0}{2} \sum_{i=1}^{m+1} \int_{t_0}^t \{k_i(t) - k_i^*\}^2 d\tau \quad (46) \\
& (N_i > 0; 1 \leq i \leq 2m+1)
\end{aligned}$$

$\varepsilon(t)$ は指数的に減衰するので $\varepsilon(t) \in \mathcal{L}^2$ となることに着目し、

$$\tilde{V}(t) \equiv V(t) + N_2 e(t)^2 + \sum_{i=2}^m N_{m+1+i} e(t)^{2i} \quad (47)$$

とおくと次式が得られる。

$$\begin{aligned}
\tilde{V}(t) & \leq \tilde{V}(t_0) - \delta \int_{t_0}^t \tilde{V}(\tau) d\tau \\
& + \tilde{R}(k_{m+1}^*, k^*) \cdot (t - t_0) + \tilde{D}(k_{m+1}^*) \quad (48) \\
\delta & > 0 \quad (49)
\end{aligned}$$

ただし $\tilde{R}(k_{m+1}^*, k^*), \tilde{D}(k_{m+1}^*)$ は

$$\tilde{R}(k_{m+1}^*, k^*) \equiv CR_1 + k_{m+1}^*CR_2 + \frac{b_0\sigma_0}{2}(k_0 + k^*)^2 \quad (50)$$

$$\tilde{D}(k_{m+1}^*) \equiv (CL_{m+1} + k_{m+1}^*CL_{m+1}') \int_0^\infty \varepsilon(\tau)^2 d\tau \quad (51)$$

であり、 k_i^* ($1 \leq i \leq m+1$) の有界性から有界である。ここで

$$\tilde{V}_0 \equiv \frac{\tilde{R}(k_{m+1}^*, k^*)}{\delta} \quad (52)$$

と定めたときに

$$\tilde{V}(0) \leq \tilde{V}_0 \quad (53)$$

が成立するように $\delta(>0)$ を十分小さく選ぶものとする。背理法により $\tilde{V}(t)$ の有界性を示す。もし $\tilde{V}(t)$ が有界でないとすると、次式を満足する有界な $t_0(>0)$ と必ずしも有界とは限らない $T > t_0$ が存在する。

$$\tilde{V}(t_0) = \tilde{V}_0 \quad (54)$$

$$\tilde{V}(t) \geq \tilde{V}_0 \quad (t_0 \leq t \leq T)$$

このとき $\tilde{V}(t)$ ($t_0 \leq t \leq T$) は以下のように評価される。

$$\begin{aligned}
\tilde{V}(t) & \leq \tilde{V}(t_0) - \delta \int_{t_0}^t \tilde{V}(\tau) d\tau \\
& + \tilde{R}(k_{m+1}^*, k^*) \cdot (t - t_0) + \tilde{D}(k_{m+1}^*) \\
& \leq \tilde{V}_0 - \delta \tilde{V}_0 \cdot (t - t_0) \\
& + \tilde{R}(k_{m+1}^*, k^*) \cdot (t - t_0) + \tilde{D}(k_{m+1}^*) \\
& = \tilde{V}_0 + \tilde{D}(k_{m+1}^*) < \infty \quad (55)
\end{aligned}$$

これは $\tilde{V}(t)$ が $\tilde{V}_0$ 以上のときには $\tilde{V}_0 + \tilde{D}(k_{m+1}^*)$ を越えることがないことを示していて、 $\tilde{V}(t)$ が非有界とした最初の仮定に矛盾する。したがって $\tilde{V}(t)$ は有界となり、 $E(t), e(t), k_i(t)$ ($1 \leq i \leq m+1$) の有界性も導かれる。これより(8)式から $u_f(t)$ の有界性、さらに(16)式より $u(t)$ の有界性も示される。以上で適応制御系の全ての信号の有界性が示された。つぎに(31)式を示す。今度は補

題 4 の (38) 式を使って (40) 式の両辺を $[0, T]$ にわたって積分する.

$$\begin{aligned} V(T) &+ N_1 \int_0^T E(t)^2 dt + N_2 e(T)^2 + N_3 \int_0^T e(t)^2 dt \\ &+ \sum_{i=2}^m N_{i+2} \int_0^T e(t)^{2i} dt + \sum_{i=2}^m N_{m+1+i} e(T)^{2i} \\ &\leq V(0) + N_2 e(0)^2 + \sum_{i=2}^m N_{m+1+i} e(0)^{2i} \\ &+ (CL_{m+1} + k_{m+1}^* CL'_{m+1}) \int_0^T \varepsilon(t)^2 dt \\ &+ (CR_1 + k_{m+1}^* CR_2) \cdot T \end{aligned} \quad (56)$$

ただし

$$\begin{aligned} N_3 &= N_3(k_1^*, k_{m+1}^*) \\ &\equiv b_0 \lambda_2 k_1^* - \left(\theta_1 - \frac{\theta_2 \theta_3}{b_0} \right) \lambda_2 \\ &\quad - CL_1 - k_{m+1}^* \theta_3 \lambda_2 - k_{m+1}^* CL'_1 \end{aligned} \quad (57)$$

である. $V(t)$ の有界性に着目すると, つぎの評価式が求められる.

$$\begin{aligned} N_3 \int_0^T e(t)^2 dt &\leq V(0) - V(T) + N_2 e(0)^2 \\ &+ \sum_{i=2}^m N_{m+1+i} e(0)^{2i} + \tilde{D}(k_{m+1}^*) + \tilde{R}'(k_{m+1}^*) \cdot T \end{aligned} \quad (58)$$

$\tilde{D}(k_{m+1}^*)$ は (51) 式と同じだが, 目標信号に関する項の $\tilde{R}'(k_{m+1}^*)$ は

$$\tilde{R}'(k_{m+1}^*) \equiv CR_1 + k_{m+1}^* CR_2 \quad (59)$$

(50) 式と異なり k^* に関する項が含まれない. これより

$$N_3 = N_3(k_1^*, k_{m+1}^*) > \frac{\tilde{R}'(k_{m+1}^*)}{\varepsilon^*} \quad (60)$$

となるように k_1^* を選ぶと (31) 式が成立する.

(証明終)

5.3 定理の証明 ($n^*=1$)

つぎに $n^*=1$ の場合の証明を行う. 以下の正定関数を考える.

$$V(t) = \frac{1}{2} \lambda_2 e(t)^2 + \frac{1}{2} b_0 \sum_{i=1}^{m+1} \{k_i(t) - k_i^*\}^2 / g_i \quad (61)$$

補題 1, 制御則, 適応則に着目して $\frac{d}{dt} V(t)$ を計算する.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(t) &= \theta_1 E(t) e(t) + E(t) \left\{ \frac{d}{dt} y_M(t) - \theta_1 y_M(t) \right\} \\ &\quad - \left\{ \frac{d}{dt} e(t) \right\}^2 + E(t) \{ \mathcal{L}(y(t)) + \mathcal{L}(f(y, t)) + \varepsilon(t) \} \\ &\quad - b_0 \sum_{i=1}^m k_i^* e(t)^{2i-1} E(t) - b_0 k_{m+1}^* Y(t) u_f(t) \\ &\quad - b_0 \sigma(t) \sum_{i=1}^{m+1} \{k_i(t) - k_i^*\} k_i(t) \\ &= \theta_1 E(t) e(t) + E(t) \left\{ \frac{d}{dt} y_M(t) - \theta_1 y_M(t) \right\} \\ &\quad - \left\{ \frac{d}{dt} e(t) \right\}^2 \\ &\quad + E(t) \{ \mathcal{L}(y(t)) + \mathcal{L}(f(y, t)) + \varepsilon(t) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- b_0 \sum_{i=1}^m k_i^* e(t)^{2i-1} E(t) - k_{m+1}^* E(t) e(t) \\ &+ k_{m+1}^* E(t) y_M(t) \\ &- k_{m+1}^* E(t) \{ \mathcal{L}(y(t)) + \mathcal{L}(f(y, t)) + \varepsilon(t) \} \\ &- b_0 \sigma(t) \sum_{i=1}^{m+1} \{k_i(t) - k_i^*\} k_i(t) \end{aligned} \quad (62)$$

両辺を $[t_0, t]$ にわたって積分して, 補題 2 と補題 3, 補題 4 の (37) 式, および

$$E(t)^2 \leq 2 \left[\left\{ \frac{d}{dt} e(t) \right\}^2 + \lambda_2^2 e(t)^2 \right] \quad (63)$$

の関係を利用する.

$$\begin{aligned} V(t) - V(t_0) &\leq \left(\frac{2+2k_{m+1}^*}{C} - 1 \right) \int_{t_0}^t \left\{ \frac{d}{d\tau} e(\tau) \right\}^2 d\tau \\ &+ \{ \theta_1 - (b_0 k_1^* + k_{m+1}^*) \} \left\{ \frac{1}{2} e(t)^2 - \frac{1}{2} e(t_0)^2 \right\} \\ &+ \left\{ \theta_1 \lambda_2 + \left(\frac{2+2k_{m+1}^*}{C} \right) \lambda_2^2 + CL_1 + k_{m+1}^* CL'_1 \right. \\ &\quad \left. - (b_0 k_1^* + k_{m+1}^*) \lambda_2 \right\} \int_{t_0}^t e(\tau)^2 d\tau \\ &+ \sum_{i=2}^m (CL_i + k_{m+1}^* CL'_i - b_0 k_i^* \lambda_2) \int_{t_0}^t e(\tau)^{2i} d\tau \\ &- b_0 \sum_{i=2}^m k_i^* \left\{ \frac{1}{2i} e(t)^{2i} - \frac{1}{2i} e(t_0)^{2i} \right\} \\ &+ (CL_{m+1} + k_{m+1}^* CL'_{m+1}) \int_{t_0}^t \varepsilon(\tau)^2 d\tau \\ &+ \left\{ CR_1 + k_{m+1}^* CR_2 + \frac{b_0 \sigma_0}{2} (k_0 + k^*)^2 \right\} \cdot (t - t_0) \\ &- \frac{b_0 \sigma_0}{2} \sum_{i=1}^{m+1} \int_{t_0}^t \{k_i(\tau) - k_i^*\}^2 d\tau \end{aligned} \quad (64)$$

ただし $R_i (>0)$ ($1 \leq i \leq 2$) は $f_0, L_0, y_M(t), \frac{d}{dt} y_M(t)$ に関する項である. ここで定数 $k_1^*, k_2^*, \dots, k_m^*, C$ をつぎのように定める (ただし k_{m+1}^* は任意).

$$C > 2 + 2k_{m+1}^* \quad (65)$$

$$\begin{aligned} b_0 k_1^* + k_{m+1}^* &> \theta_1 + \left(\frac{2+2k_{m+1}^*}{C} \right) \lambda_2 \\ &\quad + \frac{CL_1 + k_{m+1}^* CL'_1}{\lambda_2} \end{aligned} \quad (66)$$

$$k_i^* > (CL_i + k_{m+1}^* CL'_i) / (b_0 \lambda_2) \quad (67)$$

$$(2 \leq i \leq m)$$

すると $n^*=2$ のときと同様にして $V(t)$ の有界性が示される. さらに補題 4 の (38) 式を用いて (62) 式を再評価し,

$$\begin{aligned} b_0 k_1^* + k_{m+1}^* - \theta_1 - \left(\frac{2+2k_{m+1}^*}{C} \right) \lambda_2 \\ - \frac{CL_1 + k_{m+1}^* CL'_1}{\lambda_1} > \frac{\tilde{R}'(k_{m+1}^*)}{\varepsilon^*} \end{aligned} \quad (68)$$

$$\tilde{R}'(k_{m+1}^*) \equiv CR_1 + k_{m+1}^* CR_2 \quad (69)$$

のように k_1^* を定めることにより (31) 式が導かれる.

(証明終)

5.4 考察

1) 安定解析においては正実関数の相対次数の自由度を利用している. つまり $n^*=2$ の場合は伝達関数

$$\frac{s+\lambda_2}{(s+\lambda_1)(s+\lambda_2)} = \frac{1}{s+\lambda_1} \quad (70)$$

の正実性を利用し、 $n^*=1$ の場合は

$$\frac{s+\lambda_2}{s+\lambda_2} = 1 \quad (71)$$

の正実性を利用している。

- 2) $n^*=2$ の場合に必要となる $y(t)$ の微分は $u_f(t)$ を使って間接的に実行している。しかし $u_f(t)$ の中含まれる微分項以外の影響を相殺するために、パラメータ k_i^* の相互関係は普通のハイゲインフィードバック¹⁾⁻⁵⁾ のときよりも複雑になっている。また特に $n^*=1$ の場合は $u_f(t)$ の全てが実際には不必要な項となる。
- 3) 提案する手法における設計パラメータは $\lambda_1(>0)$, $\lambda_2(>0)$, $g_i(>0)$ ($1 \leq i \leq m+1$), $\alpha_0(>0)$, および $k_0(>0)$ である。出力誤差の大きさを決める $\varepsilon^*(>0)$ は $k_i^*(>0)$ ($1 \leq i \leq m+1$) および $k^*(>0)$ が未知であることから、直接に指定できない。しかし十分大きな k_0 を設定することで対応する k^* を大きくすることができて、 ε^* を十分小さく設定できる。

6. 数値実験

提案する手法の有効性を確認するために、以下の非線形系に対して数値実験を行った。

- 1) システム I ($n^*=1$, $n=50$)

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + bu(t) + gf(y(t), t)$$

$$y(t) = c^T x(t)$$

$$A = \text{diag}(-a_1, -a_2, \dots, -a_{50})$$

$$b = [1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 0]^T$$

$$c = [c_1, c_2, \dots, c_{50}]^T$$

$$g = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T$$

$$f(y(t), t) = 0.5 \cdot \sin(y(t))$$

$$a_i = 0.1 \cdot (i-2), \quad c_i = 1/i \quad (1 \leq i \leq 50)$$

- 2) システム II ($n^*=2$, $n=51$)

$$\frac{d}{dt}x^{(1)}(t) = Ax^{(1)}(t) + bu(t) + gf(y(t), t)$$

$$y^{(1)}(t) = c^T x^{(1)}(t)$$

$$\frac{d}{dt}x^{(2)}(t) = -a_{51}x^{(2)}(t) + y^{(1)}(t)$$

$$y(t) = c_{51}x^{(2)}(t)$$

$$a_{51} = -1, \quad c_{51} = 1$$

設計パラメータと目標信号は以下のように設定した。

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 100$$

$$\alpha_0 = 0.1$$

$$g_i = 50000 \quad (i=1, 2), \quad k_0 = 10000$$

$$y_M(t) = \sin(\pi t) \quad (72)$$

Fig. 1 Simulation result (System I)

Fig. 2 Simulation result (System II)

この場合、 $m=1$ となる。非線形項についてはその関数形が既知である必要はなく、以下のように評価されることが事前にわかっていればよい。

$$|f(y(t), t)| \leq f_0 \quad \text{or} \quad |f(y(t), t)| \leq f_0 + f_1|y(t)|$$

ただし f_0, f_1 は未知の定数である。

Fig. 1 と Fig. 2 にそれぞれシステム I, システム II の場合を示す。また Fig. 3 に $t=2$ においてシステム I からシステム II に変化した場合 (次数と相対次数の変化) を示す。

Fig. 3 Simulation result (System I → II)

7. 結 言

非線形項の大きさが出力の多項式で評価されるような非線形系に対し、次数にも相対次数にも依存しない(ただし相対次数は 1 次か 2 次)モデル規範形適応制御系の構成法を示した。制御則において間接的に出力微分を発生させる項を加え、適応則において正実関数の相対次数の自由度を利用したことが、これまでのハイゲインフィードバックによる適応制御^{1)~5)}との相違である。

参 考 文 献

- 1) 宮里, 大島: ロボットマニピュレータの非線形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **24**-1, 63/68(1988)
- 2) Y. Miyasato and Y. Oshima: Non-Linear Adaptive Control for Robotic Manipulators with Continuous Control Inputs, Int. J. Control, **49**-2, 545/559(1989)
- 3) 宮里義彦: 放物型分布定数系の有限次元モデル規範形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **26**-6, 662/668(1990)
- 4) 宮里, 大島: 次数に依存しない非線形適応制御系の構成法, 計測自動制御学会論文集, **26**-10, 1215/1217(1990)
- 5) 宮里義彦: 双曲型分布定数系の有限次元モデル規範形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **27**-6, 686/692(1991)
- 6) A. S. Morse: A Three-Dimensional Universal Controller for the Adaptive Stabilization of Any Strictly Proper Minimum-Phase System with Relative Degree Not Exceeding Two, IEEE Trans., **AC-30**-12, 1188/1191(1985)
- 7) A. S. Morse: A $4(n+1)$ -Dimensional Model Reference Adaptive Stabilizer for Any Relative Degree One or Two, Minimum Phase System of Dimension n or Less, Automatica, **23**-1, 123/125(1987)
- 8) P. Ioannou: Robust Adaptive Controller with Zero Residual Tracking Error, IEEE Trans., **AC-31**-8, 773/776(1986)

[著 者 紹 介]

宮 里 義 彦 (正会員)

1984 年, 東京大学大学院博士課程修了(計数工学専攻)。同大学工学部助手, 千葉工業大学機械工学科助手を経て, 87 年 7 月より文部省統計数理研究所予測制御研究系助教授(工学博士)。91 年度本学会論文賞受賞。制御理論, 特に適応制御の研究に従事。IEEE, システム制御情報学会などの会員。