楽器音減衰の分析手法に関する検討†

久保和良*・青島伸治**

Study of Analyzing Methods of Musical Instrument Tone Decay

Kazuyoshi KUBO* and Nobuharu AOSHIMA**

Study of analyzing methods of musical instrument tone decay is made. One of the method is spectrogram which is often used to analyze decay rate of musical instrument tone. And the other is reverberation decay curves which are often used to analyze decay characteristics of room reverberation. In this paper, the reverberation decay curves are considered to apply to musical instrument tone. The reverberation decay curves characterize energy held in the musical instrument while the spectrogram characterizes sound power of the instrument. If the sound output is given as analytic signal, the spectrogram indicates same gradient as the reverberation decay curve. But in general, same figure can't be indicated.

Three ideal systems are examined, including system containing single or multiple resonance, and system with resonance vibration which is started or stopped in the midst of time scope. It is shown that reverberation decay curves calculated using Wigner distributions are the most resemblant to expected figure among three known methods of reverberation calculation, because uneven component of overall curve and interference component of narrow band curve can be eliminated by the Wigner method. Still more, reverberation decay curves by the Wigner method are less influenced by window length than the spectrogram.

Reverberation decay curves, as well as spectrogram, are applied to musical instrument tones. Reverberation decay curves by the Wigner method can characterize the tone decay rate while the spectrogram is afflicted with interference. It is shown that piano tone decay can be characterized as two or four step decay figure in higher partial tone by the reverberation decay curves.

Key Words : musical instrument tone decay, reverberation decay curves, Wigner method, spectrogram, piano tone decay

1. はじめに

残響曲線¹⁾は室内に放射された音の音圧減衰を解析する手段である。注目すべき周波数帯域に対する残響曲線が得られれば、曲線の勾配から室の残響時間が求められる。残響曲線は雑音に対する応答として定義されるが、室のインパルス応答が得られれば残響曲線を計算して得ることができる。この計算方式には Schroeder 法²⁾、

Fourier 法³⁾、Wigner 分布をもとにした方法⁴⁾が提案されている。

一方楽器音の減衰特性の解析は、旧来はアナログフィルタによる分析方式によってなされていたが、今日ではスペクトログラム⁵⁾(短時間スペクトル法^{11),12)}を用いることが一般的である。ピアノの音には、速い初期減衰とゆっくりした次期減衰が現れること⁸⁾⁻¹⁰⁾(2段減衰)が知られており、この現象を分析することにより発音のメカニズムを解析することができるので、性質のよい分析手法の開発は重要な課題である。

著者らは残響曲線を楽器音に適用してきたが^{13),14)}、前回提案した Wigner 分布をもとにした方式を含めて、新たに減衰時間分析手法の各方式の性質を吟味する必要性を感じた。そこで本論文では楽器音減衰の分析を目的とする減衰曲線として残響曲線とスペクトログラムに注目

† 第 32 回計測自動制御学会学術講演会で発表(1993・8)

* 小山工業高等専門学校 小山市中久喜 771

** 筑波大学物理工学系 つくば市天王台 1-1

* Oyama National College of Technology, Oyama

** Institute of Applied Physics, University of Tsukuba, Tsukuba

(Received February 2, 1993)

(Revised July 12, 1993)

し、各方式を比較し検討する。本論文で扱う減衰曲線とは、楽器音出力のある周波数帯域に含まれる共振成分の減衰包絡を時間の関数として表わしたものとして考える。具体的には(a)周波数帯域に共振成分が含まれるなら、減衰曲線は共振成分の減衰包絡を表わすこと、(b)周波数帯域に共振成分が含まれないなら、減衰曲線はきわめて低いレベルの曲線になること、を直観的に期待される減衰曲線の性質として評価する。

第2章では、単純な減衰振動を例にとり、残響曲線とスペクトログラムの共通点、差異を考える。第3章では楽器音響系を簡略化したモデルに対し、各方式による計算結果を示し比較を行う。第4章では楽器音に残響曲線とスペクトログラムを適用した結果を示す。

2. 残響曲線とスペクトログラム

残響曲線¹⁾は、帯域制限された定常雑音を系に放射して、系が定常状態に達した後雑音を停止し、その後の音圧の変化を時間の関数として計測し、複数回の計測結果のアンサンブル平均をとった曲線である。残響曲線の計測には雑音を用いることの煩雑さを回避するために、系のインパルス応答 $x(\tau)$ から直接残響曲線を計算する方式が提案されている。

Schroeder 法²⁾では残響曲線は

$$R(t) = N \int_t^\infty |x(\tau)|^2 d\tau \quad (1)$$

のように計算できる。ただし N は単位帯域当りの雑音電力である。実際にはインパルス応答をフィルタによって帯域制限し、(1)を計算することが多い。この方式では本来の定義とは異なった結果が得られる³⁾が、以下ではこの方式をS法と略記する。

Fourier 法³⁾では残響曲線は

$$R(t) = \int_{-\infty}^\infty \left| \int_t^\infty x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \right|^2 \Phi(f) df \quad (2)$$

のように計算できる。ただし $\Phi(f)$ は帯域雑音のパワースペクトルである。この方式をF法と略記する。

Wigner 分布を用いる方式⁴⁾で残響曲線は

$$R(t) = C \int_{-\infty}^\infty \int_t^\infty \Phi(f) W(\tau, f) d\tau df \quad (3)$$

のように計算できる。ただし C は白色雑音の単位帯域当りの雑音電力に比例した定数、 $W(t, f)$ はインパルス応答の Wigner 分布

$$W(t, f) = \int_{-\infty}^\infty x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \cdot x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (4)$$

であり、 $\Phi(f)$ は時間周波数分布での雑音スペクトルである。以下ではこの方式をW法と略記する。なお実際には(4)の代わりに疑似 Wigner 分布⁷⁾を計算する。窓関数を $w(t)$ として

$$x_\tau(t) = \sqrt{w(t-\tau)} \cdot x(t) \quad (5)$$

の $\tau=t$ における Wigner 分布が疑似 Wigner 分布である。これは本来の Wigner 分布を

$$W_w(0, f) = \int_{-\infty}^\infty w\left(\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (6)$$

のフィルタに通したものになるから、適切な窓関数を選べば疑似 Wigner 分布は(4)をよく近似する。

残響曲線 $R(t)$ は時刻 t において系が保有している全エネルギーのうち、指定された周波数帯域に含まれる部分エネルギーと解釈できる⁸⁾。系が制動不足の2次系であるなら、そのインパルス応答は減衰振動波形となり、その応答の解析信号

$$x(\tau) = A e^{-\lambda\tau} e^{-j2\pi f_0\tau} \quad (\lambda > 0) \quad (7)$$

を考えると、残響曲線は(1)より

$$R(t) = (NA^2/2\lambda) e^{-2\lambda t} \quad (8)$$

であり、対数表示された音圧レベル(Sound Pressure Level)は、常用対数を用いて

$$\begin{aligned} \text{SPL}(t) = & \{20 \log(A) - 10 \log(2\lambda/N)\} \\ & - \{20 \log(e)\} \lambda t \end{aligned} \quad (9)$$

のような右下がりの直線になる。慣例により 60 dB 減衰に要する時間

$$t_{60} = 3 / \{\lambda \log(e)\} \quad (10)$$

を残響時間と呼ぶ。

信号 $x(t)$ のスペクトログラム⁹⁾は、窓関数 $w(t)$ によって切り出した信号

$$x_\tau(t) = w(t-\tau) x(t) \quad (11)$$

の τ におけるパワースペクトル

$$S_\tau(f) = \left| \int_{-\infty}^\infty x_\tau(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 \quad (12)$$

である。窓関数を比較的狭くとする短時間スペクトル分析法^{10)~12)}は信号の $t=\tau$ 近傍での瞬時的なパワースペクトルを表わす。以下では、このようなスペクトログラムを、残響曲線と対比させながら検討するために帯域 $\Phi(f)$ に含まれるスペクトログラム

$$S(\tau) = \int_{-\infty}^\infty S_\tau(f) \Phi(f) df \quad (13)$$

を新たにスペクトログラムと呼ぶことにする。

さて、(7)のスペクトログラムを $\Phi(f)=1$ の場合について考えると、 $\tau=t$ 近傍では

$$S_t(f) \simeq A^2 e^{-2\lambda t} \delta(f_0 - f) \quad (14)$$

であるから

$$S(t) \simeq A^2 e^{-2\lambda t} \quad (15)$$

である。ゆえに対数表示された音圧レベルは

$$\text{SPL}(t) = \{20 \log(A)\} - \{20 \log(e)\} \lambda t \quad (16)$$

のような右下がりの直線になる。楽器音の減衰に関する研究^{8),9)}で習慣として用いる SPL 60 dB 減衰時間

$$t_{60} = 3 / \{\lambda \log(e)\} \quad (17)$$

は残響時間(10)と全く同じ値となる。

しかるに、残響曲線とスペクトログラムを楽器音の減衰解析に用いる上で注意しなくてはならない2点は、第1に様な減衰振動応答がある場合には(9)、(16)の第1項が異なるので、 $t=0$ におけるSPLの値は異なることである。残響曲線では減衰が速い場合ほど $t=0$ での音圧レベルは低くなる。第2に、 $t=0$ 近傍で未だ振動が開始していない場合には、スペクトログラムでは $t=0$ におけるSPLの値は0になるが、残響曲線では全時間範囲に存在するパワーに等しくなる。以上の2点は、残響曲線が系の保有しているエネルギーを表現し、スペクトログラムは瞬時的なパワーを表現することを念頭におけば容易に理解できる。

3. 計算機で作成した信号の解析

計算機により作成した1~3点の共振点をもつ系のインパルス応答から、S法、F法、W法による残響曲線とスペクトログラムを計算した結果を示す。1024点のインパルス応答は次式で作成した。

$$x(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{-\lambda_i t} \sin(2\pi f_i t / 1024) \quad (18)$$

S法の残響曲線の計算では、まずインパルス応答に0を追加し、4096点のデータ列にFFTを実行する。つぎに指定された帯域成分のみを切り出し、逆FFTを実行する。得られた帯域制限されたインパルス応答の前半1024点に対し(1)の自乗積分を実施し、1024点の残響曲線を得る。

F法の残響曲線では、矩形窓をインパルス応答に掛け、窓の開始点を1点ずつ移動させながら1024点のFFTを1024回実行する。各FFTで得られたパワースペクトルの中の指定された帯域に含まれる成分を求めて、矩形窓の開始点における(2)の $R(t)$ とする。

W法の残響曲線では疑似Wigner分布を用いる。(5)の窓関数 $w(t)$ には特に指定のない限り512点のハニング窓を用いている。(4)は512点FFTにより計算し、繰り返し1024点のWigner分布の計算を行って、指定された帯域の周波数方向の積算と時間方向の積算により(3)の $R(t)$ を得る。この方法によればF法の約半分の処理時間でF法と同じ周波数分解能の残響曲線が得られる⁴⁾。

スペクトログラムの計算では、特に指定のない限り512点のハニング窓を用いてインパルス応答を切り出し、512点FFTを利用してパワースペクトルを求め、指定された帯域に含まれる成分を積算して(13)を計算する。ハニング窓の切り出し位置を1点ずつ移動させながらFFTを1024回繰り返し、 $S(t)$ を得ている。

Macintosh上のC言語プログラムによる上記4方式の処理時間をTable 1に示した。

3.1 計算例1: 単一共振点を有する系

被測定系が単一の共振点を有する場合の計算結果を示す。作成した信号のパラメータをTable 2に、周波数領域の共振周波数位置、Wigner分布で生ずるクロス項の位置と、解析する周波数帯域の関係をFig. 1に示す。Fig. 2に信号波形、直観的に期待される減衰曲線の形状、S法、F法、W法による残響曲線とスペクトログラムの計算結果を示す。図中OA(Over All)で示しているのは周波数全体を含む帯域、1~4で示しているのは帯域幅 $\Delta f=4$ の狭帯域の減衰曲線である。

S法(c)では、狭帯域の曲線に理想的なバンドパスフィルタの長いインパルス応答が重畳されたためと考えられる大きな変動が見られる。

F法(d)によれば、共振点を含む帯域の曲線2には信号の切り出し開始点の値に関係した振動が見られる。共振点を含まない帯域の曲線1, 3, 4は共振点に近いほど高いレベルの振動を有する形状となる。F法では矩形窓を用いるために、周波数方向の分離能力が低い。

W法(e)によれば共振点を含む帯域で様な減衰形状が得られ、OAで見られる細かい振動は消えている。一方クロス項を含む帯域では無視できない高いレベルの振動が現れている。曲線3, 4では初期部分に高いレベルが

Table 1 Processing time of five band 1024 pnts. decay curves from 1024 pnts. time series, using C language program on Macintosh SE/30(15.6 MHz 68030+68882)

Category	Name	N of FFT	Iteration	Processing time
Reverberation decay curve	Schroeder	4096	6	1'18"1
	Fourier	1024	1024	12'18"8
	Wigner	512	1024	7'48"2
Spectrogram	Short-time	512	1024	7'41"3

Table 2 Parameters of example 1

N	i	A_i	λ_i	f_i	Duration
1	1	30000.0	0.003	20.0	$0 \leq t < 1024$

Fig. 1 Location of resonance (A), cross term (X) and analyzed band (1-4) of sample 1

Fig. 2 Computer generated signal waveform (a), expected (b) and calculated (c-f) decay curves of example 1

現れる。信号の開始部分では瞬間的に白色に近いスペクトルを有するから、共振点を含まない帯域では初期部分では高いレベルになり、その分共振点を含む帯域で勾配がやや緩やかになる。

スペクトログラム(f)によれば、OA 曲線の開始部に勾配変化があり、曲線 2 では勾配変化はさらに大きい、曲線 3 は高いレベルになり、曲線 1, 4 の開始部、終了部は不自然な形状となる。信号の開始部、終了部では窓で切り出した信号には 0 の部分を含み、これが著しくなると切り出した信号はインパルスに近づくから広い周波数の範囲に成分が漏れることになる。したがって共振点から遠い狭帯域の曲線は、開始点・終了点から前後に窓関数の半分の範囲で不自然に大きくなる。この部分に漏れたパワーが共振点を含む帯域から減少したから、曲線 2 の開始部、終了部の勾配が変化していると考えられる。

つぎに W 法の OA で現れた細かな振動が、共振点を含む帯域で消えるメカニズムを説明する。いま信号が

$$x(t) = e^{-\lambda t} \sin(2\pi f_0 t) \quad (\lambda > 0) \quad (19)$$

であるとする。その Wigner 分布は

$$W(t, f) = \frac{1}{4} e^{-2\lambda t} \delta(f + f_0) + \frac{1}{4} e^{-2\lambda t} \delta(f - f_0) - \frac{1}{2} e^{-2\lambda t} \cos(4\pi f_0 t) \delta(f) \quad (20)$$

である。(3)で $\Phi(f)$ を $f = f_0$ を含む狭帯域と考えると(20)の第 2 項のみが切り出されるので

$$R(t) = \frac{C}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\lambda \tau} \delta(f - f_0) df d\tau = \frac{C}{8\lambda} e^{-2\lambda t} \quad (21)$$

となり、対数表示をすると右下がりの直線となる。

一方(3)で $\Phi(f)$ を $f=0$ を含む狭帯域と考えると(20)の第 3 項のみが切り出されるので

$$R(t) = -\frac{C}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\lambda \tau} \cos(4\pi f_0 \tau) \delta(f) df d\tau = \frac{C e^{-2\lambda t} \{ (2\lambda) \cos(4\pi f_0 t) - (4\pi f_0) \sin(4\pi f_0 t) \}}{2 \{ (4\pi f_0)^2 + (2\lambda)^2 \}} \quad (22)$$

となる。したがってこの曲線は(19)の信号の 2 倍の周波数で振動しながら減衰し、絶対値の対数表示をすれば信号の 4 倍の周波数で振動しながら直線的に減衰する。また $\Phi(f)$ に(20)の第 2, 3 項を含む広帯域を考えると(21), (22)が加え合わされた残響曲線となり、Fig. 2(c~e)の OA にみられるように信号の 2 倍の周波数で振動する残響曲線となる。

信号が(7)のような解析信号であれば、その Wigner 分布は(20)の第 2 項のみとなるから、残響曲線は OA でも振動せず直線形状となる。しかし計測して得られる実信号ではクロス項は必ず現われ、W 法では $\Phi(f)$ の帯域をクロス項の発生する周波数を含まないように選ぶことでクロス成分の分離が可能である。このようにして得られる残響曲線は Fig. 2(e)の曲線 2 に示したような右下がりの直線となる。しかし S 法, F 法ではクロス成分が特定の周波数に集中するとは思われないので、この項を $\Phi(f)$ の選択により分離するのは難しいと考える。

ところで残響曲線に現れるクロス項の成分(22)は正負に変動する量であるが、この振幅値と真の信号成分(21)との比を計算することができる。これによるとクロス項成分は真の成分に対して最悪でも -13.1 dB の影響しか与えないという結果が得られる。

一般の楽器音では高調波が生じ、隣合った高調波による複数のクロス項は基本波の周波数に現れるので、 $\phi(f)$ の選択によってもクロス項分離は困難と考えられる。しかし複数のクロス項は同じ周波数で正負に振動するので、高調波同志の位相がふぞろいなら、複数のクロス項同志の相殺によりクロス項の影響はさらに軽減が期待できる。特にピアノ音では非調和性により高調波は基本波の厳密な整数倍の周波数にはならないので、クロス項の影響が軽減されると考えられ、さらに $\phi(f)$ によるクロス項分離の可能性も期待できる。これらの問題はより複雑な議論を要するので、稿を改めて報告する予定である。

3.2 計算例 2: 共振の開始・停止を有する時変系

ピアノなどの実際の演奏では、音に表情をつけるために単に鍵を叩くだけでなく複雑な操作を組み合わせることが一般的である。複数弦の相互干渉による振動エネルギーの増減、ダンパーによる振動エネルギーの減少、時間的に前後する打鍵の影響などの物理現象が減衰曲線に忠実に現われることが望ましい。そこで簡略化された系として、二つの共振の一方が途中から振動を開始し、もう一方は途中で振動を停止したような系の計算結果を示す。作成した信号のパラメータを Table 3 に、共振周波数位置、クロス項の位置、解析する帯域の関係を Fig. 3 に、信号波形、直観的に期待される減衰曲線の形状、S 法、F 法、W 法による残響曲線とスペクトログラムの計算結果を Fig. 4 に示す。図中 1~4 で示しているのは帯域幅 $\Delta f = 4$ の狭数帯域の減衰曲線である。

S 法(c)では減衰傾度も、振動の開始・停止も推定が困難である。

F 法(d)では減衰傾度、振動の開始・停止を推定するこ

とができる。2 共振振動が両存する区間では、曲線 2, 4 で干渉による振動がみられる。

W 法(e)では減衰傾度、振動の開始・停止を良好に表わしている。

スペクトログラム(f)では減衰傾度については中心部で良好であるが、曲線 2 の振動開始点付近の形状は良好でない。曲線 4 は振動の停止後窓関数の半分の幅の時間が経過してからレベルが小となる。窓関数の幅の、時間方向へのあいまいさを有する。

つぎに W 法の減衰曲線に関する検討を行う。二つの共振成分を有する場合に、非負の周波数領域で発生する Wigner 分布のクロス項は、Fig. 3 に示された A_1 の正負周波数成分のクロス項 X_{11} , A_2 のそれ X_{22} , A_1 の負周波数成分と A_2 の正周波数成分のクロス項 X_{21} , A_1 と A_2 の各正周波数成分のクロス項 X_{12} の計 4 成分である。こ

Table 3 Parameters of example 2

N	i	A_i	λ_i	f_i	Duration
2	1	30000.0	0.004	80.0	$128 \leq t < 1024$
	2	30000.0	0.004	120.0	$0 \leq t \leq 512$

Fig. 3 Location of resonance (A), cross term (X) and analyzed band (1-4) of sample 2

Fig. 4 Computer generated signal waveform (a), expected (b) and calculated (c-f) decay curves of example 2

のうち X_{11} , X_{22} については、前節で説明した。 X_{12} , X_{21} は A_1 , A_2 の干渉を表す成分であり、Fig. 4(e) の曲線 3 に示されるように 2 共振が両存する区間で大きく現れる。しかしこの項を分離した曲線 2, 4 は干渉の影響を受けない。F 法(d)ではこれらの分離が行われないので、曲線 2, 4 で干渉に影響された振動が現れる。

Fig. 4(e) の曲線 4 で、振動が停止する時刻直前で減衰傾度が大きくなるのは、有限時間長の信号に起因するものであり、W 法の一つの問題点である。一方曲線 2 は振動が開始する時刻以前で一定値をとるのは、この区間で共振成分が存在しないことを表わしている。

3.3 計算例 3：近接した複数共振点を有する系

非常に近接した三つの共振を有する系の計算結果を示す。作成した信号のパラメータを Table 4 に、共振周波数位置、クロス項位置、解析する帯域の関係を Fig. 5 に、信号波形、期待される減衰曲線の形状、S 法、F 法、W 法による残響曲線とスペクトログラムの計算結果を Fig. 6 に示す。図中 1~4 は帯域幅 $\Delta f=2$ の狭帯域の曲線を示した。

S 法(c)では、共振を含む狭帯域の残響曲線では減衰傾度が不明瞭であり、共振を含まない狭帯域の残響曲線のレベルも大きい。

F 法(d)では、共振成分の減衰形状と干渉による形状が判読できない。

W 法(e)では、共振周波数を含む狭帯域の残響曲線は良好な減衰形状を有する。この中で、曲線 4 の帯域にはクロス項 X_{12} を含むが、残響曲線形状に見られないのは、(3)の時間積分による効果と思われる。共振の隣接帯域の曲線 1 は曲線 2, 4 よりも 20 dB ほど低いレベル

であるから、F 法に比較して良好である。クロス項 X_{13} , X_{23} を含む帯域の曲線 3 には干渉による大きな振動が見られるが、この成分を分離することにより曲線 2, 4 が良好な形状となった。

スペクトログラム(f)では、期待された曲線形状とはならない。

3.4 計算例 4：窓長が小さい場合の計算結果の比較

計算例 2 と同じ信号に対して、窓長を変えて計算した W 法残響曲線とスペクトログラムを Fig. 7 に示す。計算例 2 では 512 点のハニング窓を用いたが、ここでは 32 点のハニング窓を用いて信号を切り出し、480 点の 0 を付加した 512 点系列に繰り返し FFT を実行して曲線を計算した。この結果をもとに、窓長の減衰曲線に及ぼす

Table 4 Parameters of example 3

N	i	A_i	λ_i	f_i	Duration
3	1	100000.0	0.07	108.0	$0 \leq t < 1024$
	2	3000.0	0.00005	108.2468	$0 \leq t < 1024$
	3	20000.0	0.0007	101.7530	$0 \leq t < 1024$

Fig. 5 Location of resonance (A), cross term (X) and analyzed band (1-4) of sample 3

Fig. 6 Computer generated signal waveform (a), expected (b) and calculated (c-f) decay curves of example 3

Fig. 7 Same as Fig. 4(e-f), but with different window length (32 pnts.)

影響を調べる。

W 法では、OA の形状の窓長による変化は見られない。狭帯域の場合には、窓長が短くなると共振周波数を含む残響曲線のレベルが低くなる傾向がある。これは窓長が短くなれば、その Wigner 分布の周波数特性はより白色に近づくと考えられ、相対的に共振を含まない帯域の成分が増加したためと考えられる。振動が途中から開始する成分を含む狭帯域の残響曲線には形状の差は認められない。振動が途中で停止する成分を含む狭帯域の残響曲線には、振動が存在する領域での減衰傾度の差は小さく、停止する時刻で急にレベルの下がることに差は認められないが、信号が存在しない領域でのレベルが比較的大きいのは、相対的に共振を含まない帯域の成分が増加したためと考えられる。窓長を小さくしたことにより曲線 1 のレベルはむしろ低下しているが、曲線 3 はレベルが増加し、二つの共振成分の干渉振動も認められる。これらクロス項を分離することにより、窓長が短くなったにもかかわらず、共振を含む曲線 2, 4 が期待される曲線形状を保っている。

スペクトログラムでは、窓長が小さくなると信号の開始点・停止点はより正確に推定できる。しかし両共振成分が両存する領域で OA、狭帯域曲線ともに干渉による増減が極端に大きくなることが認められる。狭帯域の曲線において、帯域に共振成分を含む場合の曲線のレベルが相対的に低くなるのは W 法と同じ効果によるものと考えられるが、振動の有無に対応するレベル差は W 法より小さく、窓長による影響が大である。

スペクトログラムでは窓長が短い場合にはビートが生じ、このトレードオフがスペクトログラムの欠点である。スペクトログラムを楽器音へ適用する場合には、基本周期に応じて窓長を吟味し、ピッチと窓の同期を考慮して決定しなければならない^{11), 12)}が、これはスペクトログラムの限界を示すものと考えられる。一方 W 法残響曲線では、疑似 Wigner 分布を Wigner 分布に近似させる点で窓関数が重要なのであり、さらに残響曲線は分布を時間方向に積分して得られるから、窓長の曲線に及ぼす影

響はスペクトログラムに比べてきわめて小さい。

4. 楽器音への適用

ピアノ音と複数弦の振動を W 法残響曲線、スペクトログラムにより解析した結果を示す。楽器音を 1.12 kHz で帯域制限し、スペクトログラムの計算には 2.5 kHz のサンプリングを行って得た 16 k 点のデータ列を用いた。W 法残響曲線には 5 kHz の 2 倍オーバーサンプリングを行って得た 32 k 点のデータ列を用いた。いずれも観測時間は約 6.55 秒である。

2 倍オーバーサンプリングを行う理由は以下のとおりである。サンプリング周期を Δt とし、時刻 $n\Delta t$ における信号 $x(t)$ を $x(n)$ と書き、(4)で

$$t = n\Delta t, \quad \tau = m\Delta t, \quad 2\pi f\Delta t = \Omega \quad (23)$$

とおくと

$$W\left(n, \frac{\Omega}{2}\right) = 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n+m)x^*(n-m)e^{-j\Omega m} \quad (24)$$

が得られる。周波数が $\Omega/2$ になっているのは(4)での $\tau/2$ による。その結果 Wigner 分布の周波数 f における値は、(24)の離散フーリエ変換の周波数 $2f$ における値によって求められる。ゆえに信号が標本化定理を満足するようにサンプリングされていても、エリアシングが生じる。

エリアシングを回避するためには、サンプリング周期を $\Delta T = \Delta t/2$ とし、時刻 $n\Delta t = 2n\Delta T$ における信号 $x(t)$ を $x(2n)$ と書き、(4)で

$$t = n\Delta T, \quad \tau = m\Delta T, \quad 2\pi f\Delta T = \Omega \quad (25)$$

とおいて

$$W(2n, \Omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(2n+m)x^*(2n-m)e^{-j\Omega m} \quad (26)$$

を得る。これによれば Wigner 分布の周波数 f における値は、(26)の離散フーリエ変換の周波数 f における値によって求められる。また信号に含まれる最高周波数の 4 倍のサンプリング周波数で標本化しているのでエリアシングは生じない。

W 法の残響曲線をオーバーサンプリングによって得

たデータに N 点 FFT を適用して求める方法と、標準化定理を満足するサンプリングによって得たデータに N 点 FFT を適用してスペクトログラムを計算する方法を比較すると、計算時間はほぼ同程度であり、周波数分解能も同じである。しかし 1 回の FFT に供するデータの時間幅は前者が後者の $1/2$ であるから、W 法ではより短時間のスペクトルを反映した結果が得られる。

4.1 ピアノ音の解析

Fig. 8 は、ペダルを使用しない状態のグランドピアノ (ヤマハ C3) 音 A (第 25 音: 110 Hz) の W 法残響曲線とスペクトログラムによる分析結果である。いずれも左に波形, 中央に $1/12$ オクターブバンド, 右に OA の減衰曲線を示した。

W 法(a)によれば, 基本波, 2~4, 7 次高調波で 2 段減衰, 5, 6 次高調波で急激な 1 段減衰, 10 次高調波で 4 段減衰が見られ, おおのこの減衰時間を読解することができる。

スペクトログラム(b)によれば各部分音について, 第 1 の減衰時間を読むことはできるが, それ以降の減衰時間については干渉によるゆっくりとした振動が大きく読解はできない。特に 10 次高調波からは減衰段数を推定するのは困難である。

4.2 複数弦の振動の解析

Fig. 9 に, 電気ギター (グレコ GO II) に 5 A 弦 (ヤマ

ハ FS 515 コンパウンドゲージ/直径 0.036 インチ) を 3 本張り, 中央弦を A (110 Hz) に, 両端 2 弦を約 10 セント上 (約 110.8 Hz) と約 5 セント下 (約 109.6 Hz) に調律した場合の W 法残響曲線とスペクトログラムによる分析結果を示した。

W 法(a)によれば各部分音がほぼ一様に減衰し, 高次部分音ほど小さな減衰時間を有することが読解できる。

スペクトログラム(b)では各部分音に干渉に対応した複雑な増減が認められ, 特に高次音ほど複雑さは大きく減衰時間の推定は難しい。

5. ま と め

楽器音の減衰分析を念頭において, 残響曲線とスペクトログラムの性質の検討を行った。前者は系のもつエネルギー, 後者は信号パワーの指標である。減衰系の出力が簡単な解析信号であるならば, 前後者とも同じ傾度の直線になる。しかし一般には同じ結果は得られない。

単一共振系, 振動の開始・停止のある系, 多共振系の計算結果を検討したところ, 残響曲線の中では Wigner 分布を用いた方式が良好であることが判明した。この方式では, OA に現れる振動と, 干渉の影響を分離できることを示した。スペクトログラムは, Wigner 分布を用いた残響曲線よりも窓関数の幅の影響が大きいことが判明した。

Fig. 8 Piano A tone waveform and its decay curves

Fig. 9 Three strings vibration waveform and its decay curves

楽器音の減衰を解析したところ、スペクトログラムでは干渉による影響が大きく減衰傾度を分析することが困難な場合でも、Wigner 分布を用いた残響曲線では良好に減衰を解析できることを示した。ピアノ音の高次音減衰には、2 段減衰、4 段減衰があることを示した。

参 考 文 献

- 1) 五十嵐寿一：音響と振動，共立出版，81/109(1968)
- 2) M. R. Schroeder：New Method of Measuring Reverberation Time, J. Acoust. Soc. Am., **37**, 409/412(1965)
- 3) N. Aoshima：New Method of Measuring Reverberation Time by Fourier Transforms, J. Acoust. Soc. Am., **67-5**, 1816/1817(1980)
- 4) 久保，青島：Wigner 分布をもとにした新しい残響曲線，計測自動制御学会論文集，**29-11**, 1261/1268(1993)
- 5) 久保，青島：時間周波数分布を用いた残響曲線関数の再定義と一般化，計測自動制御学会論文集，**30-2**, 127/135(1994)
- 6) L. Cohen：Time-Frequency Distributions—a Review, Proc. IEEE, **77-7**, 941/981(1989)
- 7) C. P. Janse and A. J. M. Kaizer：Time-Frequency Distributions of Loudspeakers, J. Audio Eng. Soc., **31-4**, 198/223(1983)
- 8) D. W. Martin：Decay Rates of Piano Tones, J. Acoust. Soc. Am., **19-4**, 535/541(1947)
- 9) T. C. Hundley, et al.：Factors Contributing to the Multiple Rate of Piano Tone Decay, J. Acoust. Soc.

Am., **64-5**, 1303/1309(1978)

- 10) 中村，岩岡，野中：スペクトル的に見たピアノ音の特性，日本音響学会講演論文集，391/392(1987.10)
- 11) 山口，安藤：デジタル信号処理による自然楽器音の分析，日本音響学会誌，**33-5**, 233/241(1977)
- 12) 山口，安藤：短時間スペクトル分析法の自然楽器音への適用，日本音響学会誌，**33-6**, 291/300(1977)
- 13) N. Aoshima：Frequency and Reverberation Response of a Pipe Resonator, J. Acoust. Soc. Jpn. (E), **3-4**, 225/230(1982)
- 14) 久保，青島：16 ビットマイクロプロセッサによる信号圧縮処理装置の製作と弦の残響応答，日本音響学会誌，**41-11**, 799/805(1985)

[著 者 紹 介]

久 保 和 良 (正会員)
(Vol. 30, No. 2 参照)

青 島 伸 治 (正会員)
(Vol. 30, No. 2 参照)