自動車操舵系のロバスト制御

——非線形 H^∞ 状態フィードバックによるロバスト安定化——

小 野 英 一*・細 江 繁 幸*

Robust Control for Automotive Steering System

——Robust Stabilization via Nonlinear H^∞ State Feedback——

Eiichi ONO* and Shigeyuki HOSOE*

The dynamics of an automotive vehicle are designed to be stable in the usual situation. However, when the driving condition changes from moderate cornering on a dry road to hard cornering on a low friction road, the dynamics sometimes indicate unstable characteristics and in the worst case the vehicle will fall into a spin.

The purpose of this study is to design front steering control system which protects from vehicle spin. By, numerical analysis, it is shown that the unstabilization is raised by a bifurcation depending on a rear tire force saturation. Depending this observation, the tire force perturbation, caused by changes of road environments, is modeled by feedback plant perturbations. Then, a controller which compensates the instability against the perturbations is designed by nonlinear H^∞ control theory. Lastly, by computer simulations, the designed controller is shown to achieve robust stability and protect from vehicle spin.

Key Words: automotive vehicle, steering control, nonlinear system, robust stabilization, H^∞ control

1. はじめに

自動車の運動は通常は安定系であるため、ドライバはハンドル操舵によってその舵角に応じた旋回運動を容易に得ることができる。しかし、圧雪路など滑りやすい路面の走行では、操舵によって車両運動が不安定化し、スピン状態に陥ることがある。このような場合、雪路に慣れたドライバはカウンタステアとよばれるテクニックによって舵角を切り戻し、安定した走行を実現することができる。しかしながら、このようなテクニックをもたない通常のドライバではスピン状態に陥り、事故につながる可能性もある。このため、スピンを防止することは、安全面から考えて重要な課題となっている。

本研究は、このような実際的な問題に対して、非線形の H^∞ 制御理論を適用し、カウンタステアと同様の操作

を制御によって実現しようとするものである。

このため本稿では、まず、2自由度非線形車両モデルを用いて、路面状態の変化が位相構造にどのような影響を及ぼすかについて数値的に解析する。この結果、車両運動の不安定化はフォールドによるものであり、またカウンタステアは不安定な平衡点上に状態をおくテクニックであることを明らかにする。

ところで、上述の分岐は路面の状態に依存したものであるが、走行中に路面状態の変化を逐次観測することは容易ではない。本研究では、このような位相構造にまで影響を及ぼす路面状態の変化を、プラントの非線形的な変動として扱う。このとき、スピンを回避する制御系設計問題は、ロバスト安定化問題として定式化される。さらに、この変動を後輪の舵角入力へのフィードバック的な変動として記述し、非線形の H^∞ 制御理論に基づいた制御則の導出を図る。こうして設計された制御系は、路面状態の変化に伴う車両運動の不安定化を抑制するものである。この非線形制御によって、圧雪路においてカウンタステアと同様の操舵が行われ、安定な旋回が実現されることをシミュレーションによって示す。

* 名古屋大学工学部 名古屋市千種区不老町

* Faculty of Engineering, Nagoya University, Nagoya
(Received May 13, 1993)

(Revised August 19, 1993)

2. 自動車の旋回運動

スピン、ドリフトといった旋回限界領域における自動車の挙動は、タイヤで発生できる力の飽和特性に起因したものである¹⁾。このため、限界時の運動特性を解析するためには、タイヤの非線形特性の考慮が不可欠となる。本章では、このようなタイヤの非線形特性を含む 2 自由度の旋回運動モデルによって、タイヤ特性の変化(走行する路面状態の変化)が車両運動の位相構造にどのような影響を及ぼすかについて考察する。

車両の進行方向速度、すなわち、車速は常に一定に保たれていると仮定すると、車両の旋回運動は、次式の 2 自由度モデルによって記述することができる。

$$mv \cdot \left(\frac{d}{dt} \beta + \gamma \right) = F_f + F_r \quad (1)$$

$$I_z \cdot \frac{d}{dt} \gamma = (a_f F_f - a_r F_r) \cdot \cos \beta \quad (2)$$

ただし、

a_f, a_r : 前後軸、重心間距離

F_f, F_r : 前後輪のコーナリングフォース

I_z : ヨー慣性モーメント

m : 車両質量

v : 車速

β : 横すべり角

γ : ヨー角速度

である (Fig. 1 参照)。ところで、各輪のスリップ角と発生する横力の関係は、Fig. 2 に示すような飽和特性をもつ。このようなタイヤ特性を表現するモデルは、実験データの補間式から理論解析的なものまで数多く提案されている²⁾。ここでは、制御系設計の複雑化を避けるため、次式のような単純な数式によって近似されたモデルを用いることとする。

$$F_{yf} = -c_f \cdot \frac{\tan^{-1}(k_f \alpha_f)}{k_f} \quad (3)$$

$$F_{yr} = -c_r \cdot \frac{\tan^{-1}(k_r \alpha_r)}{k_r} \quad (4)$$

ただし、

Fig. 1 Vehicle model

Fig. 2 Tire characteristics (Packed snow road)

$$\alpha_f = \tan^{-1} \left(\frac{a_f}{v} \cdot \gamma \cdot \cos \beta \right) + \beta - \delta_f \quad (5)$$

$$\alpha_r = \tan^{-1} \left(-\frac{a_r}{v} \cdot \gamma \cdot \cos \beta \right) + \beta \quad (6)$$

であり、ここで、

c_f, c_r : 前後輪のコーナリングスティッフネス

k_f, k_r : 走行する路面の摩擦係数に対応した係数

F_{yf}, F_{yr} : 前後輪の横力

α_f, α_r : 前後輪のスリップ角

δ_f : 前輪舵角

である。(3),(4)式は、横力がスリップ角の $\tan^{-1}$ の関数で記述されることを示している。これは、タイヤの力学的なメカニズムから導かれた結果ではなく、実際の特性を単純な数式で記述するため人為的に導入した関数である。Fig. 3 に単輪タイヤ特性の実験データの一例³⁾と、パラメータをチューニングした後のモデルとの比較を示す。この図より、ここで用いた関数は、単純な構造にも関わらず、かなりの精度で実験値と一致しており、タイヤ特性を記述するモデルとして妥当なものであることがわかる。さらに、各輪のコーナリングフォースは、各輪の横力の車速に対する垂直方向成分であることから

Fig. 3 Tire characteristics of the experimental data and the model (Dry road)

(Fig. 4 参照),

$$F_f = F_{yf} \cdot \cos(\beta - \delta_f) \quad (7)$$

$$F_r = F_{yr} \cdot \cos \beta \quad (8)$$

となる。

以上の関係式から、前輪舵角と対応する平衡点の関係を(1), (2)式において $d\beta/dt, d\gamma/dt = 0$ とすることによって調べることができる。数値計算で求めた、前輪舵角と平衡点におけるヨー角速度の関係を Fig. 5 に示す。ヨー角速度の大きさは、旋回の速さを表わしており、乾いたアスファルト路面を走行する場合前輪舵角を大きく切ることによって急旋回が可能であることがわかる。これに対し、圧雪路を走行する場合、前輪舵角をある程度以上操舵するとフォールド(カタストロフ分岐)を起こ

Fig. 4 Tire model

(a) Dry road

(b) Packed snow road

Fig. 5 Equilibrium points

し、平衡点が消滅してしまう。これは、駆動輪である後輪のコーナリングフォースが、前輪に比べスリップ角の小さな領域から飽和することによって引き起こされる現象であり、このような大きな操舵を行うとスピン状態に陥ることとなる。このため、通常のドライバでは、分岐を起こす前輪舵角に対応した旋回以上の急旋回を実現することは困難となる。これに対し、カウンタステアと呼ばれるテクニックを用いる場合、旋回と逆の方向にハンドルを操舵して、準方向の操舵では得られない急旋回が得られるということが知られている。また、プロのドライバではこのようなカウンタステアによって定常的な円旋回が実現できることも知られており、こうして実現される旋回状態は一つの平衡点近傍の運動であることがわかる。このため、カウンタステアも Fig. 5(b)によって解釈することができる。すなわち、これは、破線で示される不安定な平衡点上に状態を移動させ、ドライバの視覚や体感のフィードバックによってこの平衡点を安定化させるテクニックであると考えられる。また、このような不安定な平衡点は、実線で示される通常の操縦によって実現される安定平衡点より高いところにあり、通常の操縦では得られない急旋回の状態が実現できることもわかる。

3. 制御対象および変動のモデリング

本章では、基本的な性質を保存する範囲内でモデルの単純化を行い、単純化されたモデルに対する制御系設計問題を定式化する。

3.1 操舵系簡易モデル

自動車が発振を起こす原因は、後輪タイヤの飽和特性にある¹⁾。また、このタイヤ特性は、走行する路面によって大きく変化し、圧雪路や湿った路面などでは、乾いたアスファルト路と比較してより小さなスリップ角の領域から横力が飽和するという特性をもつ^{4),5)}。このため、任意の路面上における車両運動の安定化を図るためには、走行する路面に依存したタイヤ特性の変化を変動とみなし、この変動を許容するような制御系設計が必要となる。ここでは、特に車両運動の安定性に影響を及ぼす後輪タイヤ特性の変動が、Fig. 6 に示されるような領域内で発生するものと仮定し、後輪のタイヤ特性を

$$F_r = -c_r \cdot \alpha_r + \frac{1}{2} c_r \cdot \left(\alpha_r - \frac{1}{k_r} \tan^{-1}(k_r \alpha_r) \right) + \frac{1}{2} c_r \cdot \left(\alpha_r - \frac{1}{k_r} \tan^{-1}(k_r \alpha_r) \right) \cdot \Delta \quad (-1 \leq \Delta \leq 1) \quad (9)$$

と表現する。ここで、

ただし,

$$w = C \cdot x_0 + d \quad (19)$$

$$\alpha_r = -y + C \cdot x_0 \quad (20)$$

と表わされる。また,

$$d = \Delta \cdot \alpha_r \quad (21)$$

であることを考慮すると, 制御系は, Fig. 9 に示すブロック線図で記述される。ここで, H は変動部分を含まない制御系を表わし, 制御によって大域的に漸近安定化される。このとき, $\delta_{sw} \in L_2$ と仮定すると, Δ を含む閉ループ系が大域的漸近安定となるための十分条件は, Small Gain 定理⁶⁾より, “ H の L_2 ゲインが 1 未満となることである” として与えられる。

4. 非線形 H^∞ 制御理論に基づく制御系設計

本稿で扱う制御対象および考慮すべき変動は, 非線形のものであるため, 制御系設計にも非線形特性を考慮することが望まれる。そこで, 本章では, 設計に必要なとなる基本的な非線形 H^∞ 制御に関する考察を行い, これに基づいた制御系設計を試みる。

4.1 非線形 H^∞ 制御

非線形システムの H^∞ 制御に関する理論的な研究が, 最近いくつか報告されている^{7), 8)}。本研究で必要な状態フィードバック H^∞ 制御問題に関するものとしては, van der Shaft⁷⁾ によるものがある。しかし, 文献 7) で考察された問題は, 被制御量に制御入力の変項が含まれる形のものであり, 本稿の問題に直接適用することはできない。そこで, ここでは, 文献 7) の結果を直達項のない場合にも適用できるよう拡張し, 制御系設計を試みる。

本章では, 次式に示すような一般的な非線形制御対象の制御問題を考えることとする。

$$\frac{d}{dt}x = f(x) + g(x) \cdot u + k(x) \cdot d \quad (22)$$

$$y = h(x)$$

$$f(x_0) = 0, h(x_0) = 0, u \in R^m, d \in R^q, y \in R^p,$$

$$x \in M$$

ただし,

u : 制御入力

d : 外乱

である。このとき, 非線形 H^∞ 制御に関するつぎの定理

Fig. 9 Equivalent block diagram to Fig. 8

が成立する。

《定理 4.1》 (22) 式の非線形システムにおいて閉ループ系を大域的漸近安定化し, d から y までの L_2 ゲインを r 以下とする状態フィードバック制御則が存在するための十分条件は, 次式の Hamilton Jacobi 方程式,

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x)}{\partial x} \cdot f(x) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial V(x)}{\partial x} \cdot \left[\frac{1}{r^2} k(x) \cdot k(x)^T \right. \\ \left. - 2g(x) \cdot g(x)^T \right] \cdot \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T + \frac{1}{2} h(x)^T \cdot h(x) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$V(x_0) = 0$$

または不等式,

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(x)}{\partial x} \cdot f(x) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial V(x)}{\partial x} \cdot \left[\frac{1}{r^2} k(x) \cdot k(x)^T \right. \\ \left. - 2g(x) \cdot g(x)^T \right] \cdot \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T + \frac{1}{2} h(x)^T \cdot h(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$V(x_0) = 0$$

を満足し, かつ

$$f(x) - g(x) \cdot g(x)^T \cdot \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T \quad (25)$$

を大域的漸近安定化する $V(x) \geq 0$ が存在することである。また, このときの制御則の一つは,

$$u = -g(x)^T \cdot \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T \quad (26)$$

によって与えられる。

(証明) (26) 式を用いた閉ループ系が大域的漸近安定でかつ, d から y までの L_2 ゲインが r 以下であることを示す。まず, 大域的漸近安定性については, (25) 式より明らかとなる。また, ノルム条件については, Schaft の証明と同様に証明することができる。すなわち, (26) 式の制御則と (24) 式の関係から,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V(x) &= \frac{\partial V(x)}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \\ &\leq -\frac{r^2}{2} \left\| \frac{1}{r^2} k(x)^T \cdot \left(\frac{\partial V(x)}{\partial x} \right)^T - d \right\|^2 \\ &\quad + \frac{r^2}{2} \|d\|^2 - \frac{1}{2} \|y\|^2 \end{aligned} \quad (27)$$

となる。ここで, (27) 式の両辺を積分すると,

$$\int_0^T \|y\|^2 dt \leq r^2 \cdot \int_0^T \|d\|^2 dt + V(x(0)) - V(x(T))$$

という関係が得られる。さらに, $x(0) = x_0$ とし, $V(x) \geq 0$ を考慮すると,

$$\int_0^T \|y\|^2 dt \leq r^2 \cdot \int_0^T \|d\|^2 dt$$

となる。したがって, $d \in L_2$ であれば, $T \rightarrow \infty$ として,

$$\int_0^\infty \|y\|^2 dt \leq r^2 \cdot \int_0^\infty \|d\|^2 dt$$

を得る。□

つぎに, (22) 式における $f(x), g(x), k(x)$ をそれぞれ $A \cdot z$

$+\phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C \cdot z$, $-B_f$, $-\phi(\alpha_r) \cdot B_r$ と置き換え, 上述の定理を (18) 式に適用した場合を系として示す。ただし, 上述の定理は, 時不変系に対して議論されたものであるが, (18) 式は, $x_0(t)$ を含む時変系となっている。しかしながら, ここでは簡単のため, 目標特性 $x_0(t)$ が一定値で与えられていると仮定し, システムを時不変系とみなして定理の適用を図る。 $x_0(t)$ の変化, すなわちハンドルの操舵による影響に関しては, 5 章のシミュレーション検討に留める。

《系 4.1》 (18) 式 of の非線形システムにおいて, 閉ループ系を大域的漸近安定化しかつ, w から y までの L_2 ゲインを r 以下とする状態フィードバック制御則が存在するための十分条件は, 次式の Hamilton Jacobi 方程式,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V(z)}{\partial z} \cdot (A + \phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C) \cdot z + \frac{1}{2} \frac{\partial V(z)}{\partial z} \\ & \times \left[\frac{1}{r^2} \phi(\alpha_r)^2 \cdot B_r \cdot B_r^T - 2B_f \cdot B_f^T \right] \cdot \left(\frac{\partial V(z)}{\partial z} \right)^T \\ & + \frac{1}{2} z^T \cdot C^T \cdot C \cdot z = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$V(0) = 0$$

または不等式,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V(z)}{\partial z} \cdot (A + \phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C) \cdot z + \frac{1}{2} \frac{\partial V(z)}{\partial z} \\ & \times \left[\frac{1}{r^2} \phi(\alpha_r)^2 \cdot B_r \cdot B_r^T - 2B_f \cdot B_f^T \right] \cdot \left(\frac{\partial V(z)}{\partial z} \right)^T \\ & + \frac{1}{2} z^T \cdot C^T \cdot C \cdot z \leq 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$V(0) = 0$$

を満足し, かつ

$$A \cdot z + \phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C \cdot z - B_f \cdot B_f^T \cdot \left(\frac{\partial V(z)}{\partial z} \right)^T \quad (30)$$

を大域的漸近安定化する $V(z) \geq 0$ が存在することである。また, このときの制御則の一つは,

$$u = B_f^T \cdot \left(\frac{\partial V(z)}{\partial z} \right)^T \quad (31)$$

によって与えられる。

4.2 近似解の導出

(28) 式または (29) 式を満足する $V(z)$ を求めることは容易ではない。そこで, ここでは $V(z)$ が,

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} = z^T \cdot \{2\phi(\alpha_r) \cdot P_H + (1 - 2\phi(\alpha_r)) \cdot P_L\} \quad (32)$$

$$P_H, P_L \geq 0$$

を満たす場合を考え, (32) 式のクラスのなかで (29) 式を満たす解を求めることとする。ここで, P_H は, 後輪のタイヤ特性が完全に飽和してしまう領域 ($\phi(\alpha_r) \equiv 0.5$) において安定性を確保するための要素であり, P_L は, 変動の影響を受け難い線形領域 ($\phi(\alpha_r) \equiv 0$) において制御性能を補償するための要素である。ただし, このような制限を設けても解析解の導出は困難である。以下では数値

的に解を導出する。

まず, (32) 式を (29) 式に代入し, 整理すると,

$$\begin{aligned} & \{2\phi(\alpha_r) \cdot P_H + (1 - 2\phi(\alpha_r)) \cdot P_L\} \\ & \times (A + \phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C) + (A + \phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C)^T \\ & \times \{2\phi(\alpha_r) \cdot P_H + (1 - 2\phi(\alpha_r)) \cdot P_L\} \\ & + \{2\phi(\alpha_r) \cdot P_H + (1 - 2\phi(\alpha_r)) \cdot P_L\} \\ & \times \left(\frac{1}{r^2} \phi(\alpha_r)^2 \cdot B_r \cdot B_r^T - 2B_f \cdot B_f^T \right) \\ & \times \{2\phi(\alpha_r) \cdot P_H + (1 - 2\phi(\alpha_r)) \cdot P_L\} + C^T \cdot C \leq 0 \end{aligned} \quad (33)$$

を得る。ここで, P_H を $\phi(\alpha_r) = 0.5$ としたときの (33) 式の解, すなわち, Riccati 方程式

$$\begin{aligned} & P_H \cdot \left(A + \frac{1}{2} B_r \cdot C \right) + \left(A + \frac{1}{2} B_r \cdot C \right)^T \cdot P_H \\ & + P_H \cdot \left(\frac{1}{4r^2} B_r \cdot B_r^T - 2B_f \cdot B_f^T \right) \cdot P_H + C^T \cdot C = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

の準正定解とする。ただし, r はロバスト安定性を補償するため 1 未満の正数に設定する必要がある。また, r をあまり小さくすると解が存在しなくなる可能性もあり, 数値例では, $r = 0.99$ として P_H を導出する。

$$P_H = \begin{bmatrix} 0.3391 & -0.0917 \\ -0.0917 & 0.0293 \end{bmatrix} \quad (35)$$

つぎに, P_H が (34) 式の解であることと,

$$1 - 2\phi(\alpha_r) > 0 \quad \text{for all } \alpha_r$$

を考慮すると, (33) 式は,

$$\begin{aligned} & P_L \cdot \left(A + \phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C + 2\phi(\alpha_r)^3 \frac{1}{r^2} B_r \cdot B_r^T \right. \\ & \left. - 4\phi(\alpha_r) \cdot B_f \cdot B_f^T \cdot P_H \right) \\ & + \left(A + \phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C + 2\phi(\alpha_r)^3 \frac{1}{r^2} B_r \cdot B_r^T \right. \\ & \left. - 4\phi(\alpha_r) \cdot B_f \cdot B_f^T \cdot P_H \right)^T \cdot P_L \\ & + P_L \cdot \left(\frac{1}{r^2} \phi(\alpha_r)^2 \cdot B_r \cdot B_r^T - 2B_f \cdot B_f^T \right) \cdot P_L \\ & - \phi(\alpha_r) \cdot (P_H \cdot B_r \cdot C + C^T \cdot B_r^T \cdot P_H) - \phi(\alpha_r) \cdot P_H \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} (1 + 2\phi(\alpha_r) + 4\phi(\alpha_r)^2) \cdot \frac{1}{r^2} B_r \cdot B_r^T \right. \\ & \left. - 4B_f \cdot B_f^T \right\} \cdot P_H + C^T \cdot C \leq 0 \end{aligned} \quad (36)$$

と変形される。ここでは, (36) 式を満足する P_L を求めるため, さらに,

$$P_L \cdot A + A^T \cdot P_L - P_L \cdot B_f \cdot B_f^T \cdot P_L + Q + Z = 0 \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & Z = P_L \cdot \left(\phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C + 2\phi(\alpha_r)^3 \frac{1}{r^2} B_r \cdot B_r^T \right. \\ & \left. - 4\phi(\alpha_r) \cdot B_f \cdot B_f^T \cdot P_H \right) \\ & + \left(\phi(\alpha_r) \cdot B_r \cdot C + 2\phi(\alpha_r)^3 \frac{1}{r^2} B_r \cdot B_r^T \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -4\phi(\alpha_r) \cdot B_f \cdot B_f^T \cdot P_H)^T \cdot P_L \\
& + P_L \cdot \left(\frac{1}{r^2} \phi(\alpha_r)^2 \cdot B_r \cdot B_r^T - B_f \cdot B_f^T \right) \cdot P_L \\
& - \phi(\alpha_r) \cdot (P_H \cdot B_r \cdot C + C^T \cdot B_r^T \cdot P_H) - \phi(\alpha_r) \cdot P_H \\
& \times \left\{ \frac{1}{2} (1 + 2\phi(\alpha_r) + 4\phi(\alpha_r)^2) \cdot \frac{1}{r^2} B_r \cdot B_r^T \right. \\
& \left. - 4B_f \cdot B_f^T \right\} \cdot P_H + C^T \cdot C - Q \quad (38)
\end{aligned}$$

とおき、

$$P_L \cdot A + A^T \cdot P_L - P_L \cdot B_f \cdot B_f^T \cdot P_L + Q = 0 \quad (39)$$

$$Z \leq 0 \quad \text{for all } 0 \leq \phi(\alpha_r) \leq 0.5 \quad (40)$$

を満たす $P_L > 0$, $Q \geq 0$ を求めることを試みる。ここで扱う数値例では、

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (41)$$

として (39) 式の Riccati 方程式を解くと、

$$P_L = \begin{bmatrix} 0.5396 & -0.0263 \\ -0.0263 & 0.1067 \end{bmatrix} \quad (42)$$

と求められる。さらに、この場合、(40) 式が成立していることは数値的に確かめることができる。

ところで、 $V(z)$ の準正定性については、 $P_L > 0$, $P_H \geq 0$ および $0 \leq \phi(\alpha_r) < 0.5$ より、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V(z)}{\partial z} \cdot z &= 2\phi(\alpha_r) \cdot z^T \cdot P_H \cdot z \\
&+ (1 - 2\phi(\alpha_r)) \cdot z^T \cdot P_L \cdot z \geq 0 \quad (43)
\end{aligned}$$

となり、ベクトル場の単調性から、

$$V(z) > 0 \quad (44)$$

となることが容易にわかる。また、 $V(z)$ は具体的には、

$$\begin{aligned}
V(z) &= \frac{1}{2} z^T \cdot P_H \cdot z - \frac{1}{(k_r C \cdot z)^2} z^T \cdot (P_H - P_L) \cdot z \\
&\times \left\{ \left[\xi \cdot \tan^{-1}(\xi) - \frac{1}{2} \log(1 + \xi^2) \right]_{-k_r C \cdot x_0}^{k_r C \cdot (z - x_0)} \right. \\
&\left. + k_r C \cdot x_0 \cdot \int_{-k_r C \cdot x_0}^{k_r C \cdot (z - x_0)} \frac{\tan^{-1}(\xi)}{\xi} d\xi \right\} \quad (45)
\end{aligned}$$

となる。なお、Fig. 10 に $V(z)$ の演算結果の一例を示す。

Fig. 10 Contour plot of $V(z)$ ($x_0=0$)

つぎに、大域的漸近安定性について考察する。 $V(z)$ を Lyapunov 関数と考えると、(29) 式より、

$$\begin{aligned}
\frac{dV(z)}{dt} &\leq -\frac{1}{2r^2} \phi(\alpha_r)^2 \cdot \frac{\partial V(z)}{\partial z} \cdot B_r \cdot B_r^T \cdot \left(\frac{\partial V(z)}{\partial z} \right)^T \\
&- \frac{1}{2} z^T \cdot C^T \cdot C \cdot z \quad (46)
\end{aligned}$$

となるが、今回の数値例では、 $\phi(\alpha_r)=0$ となる状態を除き右辺の負定性を確認することができる。さらに、 $\phi(\alpha_r)=0$ となる状態では、

$$J = \int_0^\infty (z^T \cdot Q \cdot z + u^T \cdot u) dt \quad (47)$$

を最小とする最適レギュレータが構成されていることから、明らかに安定性が補償されており、大域的な漸近安定性が確認できる。

以上により、(35)、(42) 式の P_H, P_L を用いたときの (32) 式は、系 4.1 の条件を満たすことが示された。したがって、(31) 式より、

$$u = B_f^T \cdot P_L \cdot z + 2\phi(\alpha_r) \cdot B_f^T \cdot (P_H - P_L) \cdot z \quad (48)$$

がロバスト安定性を補償する制御則となっていることがわかる。

5. シミュレーション

前章で設計したコントローラの制御効果を確認するため、2 章に示した車両運動モデルを用いた計算機シミュレーションを行う。なお、ここでは、前章で設計した制御則のほか、比較のために

$$u = B_f^T \cdot P_L \cdot z \quad (49)$$

という最適レギュレータを用いたときのシミュレーションも行う。

5.1 横風外乱に対する制御性能

ここでは、変動の加わらないときの制御の基本性能を示すため、乾いたアスファルト路面を 20 m/s で直進走行中に前輪位置に 1000 N の横風外乱が 0.5 s 間印加したときのシミュレーション結果を Fig. 11 に示す。

この図から制御なしの車両と比較して、今回設計した非線形制御、最適レギュレータとともに優れた外乱抑制効果があることがわかる。また、非線形制御と最適レギュレータはほとんど同じ応答を示しているが、これは、直進状態では、 $\phi(\alpha_r) \approx 0$ となり (48) 式の制御則が (49) 式にほとんど一致するためである。

5.2 旋回時のスピン防止性能

ここでは、乾いたアスファルト路と、圧雪路というタイヤ特性が大きく異なる走行中に、ステップ操舵を行ったときの車両挙動を示す。なお、このシミュレーションでは、乾いたアスファルト路、圧雪路ともに車速は 20 m/s、ステップ操舵の操舵角は 0.03 rad としている。

Fig. 12, 13 はそれぞれ、乾いたアスファルト路、圧雪路

Fig. 11 Disturbance responses on a dry road; Nonlinear control (solid), linear LQ control (dashed) and without control (dashdot)

Fig. 13 Step steer responses on a packed snow road; Nonlinear control (solid), linear LQ control (dashed) and without control (dashdot)

Fig. 12 Step steer responses on a dry road; Nonlinear control (solid), linear LQ control (dashed) and without control (dashdot)

におけるステップ操舵応答を示したものである。乾いたアスファルト路の走行では、この程度の操舵角であればタイヤ特性に余裕があり、車両運動は規範モデルにほぼ追従する。このため、制御はほとんど働かず、三者の応答はほとんど一致している。また、圧雪路の走行では、後輪がグリップを失うため車両運動は不安定化する。この結果、制御なしの車両と最適レギュレータによって制御した車両はスピン状態に陥っている。これに対し、非線形制御を行った車両では、制御によって舵角が切り戻され、安定した旋回が実現されている。すなわち、このような位相構造の変化を伴うような変動にも関わらず、ロバスト安定性が補償されている。なお、このときの舵角は旋回方向と逆に操舵されており、プロドライバーが行うカウンタステアのように不安定な平衡点上に状態が制御されていることがわかる。

6. ま と め

本稿では、自動車の走行する路面環境の変化を変動とみなし、非線形の H^∞ 制御理論を適用することにより、広範囲な路面環境に対してロバスト安定性を補償する操舵系制御を実現した。そして、通常スピンを起こすような限界を越えるハンドル操舵をドライバーが行う場合においても、物理的に実現できる範囲内で安定した旋回が行われることをシミュレーションによって示した。また、

本稿の効果を実車実験によって検証する際には、センサノイズやアクチュエータの動作おくれなどさまざまな問題を考慮する必要がある。しかし、ロバスト安定化に関する定性的な基本特性に関しては、シミュレーション結果から十分その効果が期待できる。

なお、本稿で用いた非線形の H^∞ 制御に関する定理、および制御系設計の考え方は、自動車への適用に限られたものではなく、非線形特性が問題となっている様々な対象にも適用できるのではないかと考えられる。

参 考 文 献

- 1) 安部正人：自動車の運動と制御，山海堂(1992)
- 2) H. B. Pacejka: Tyre Factors and Vehicle Handling, Int. J. of Vehicle Design, 1-1, 1/23 (1979)
- 3) E. Bakker, H. B. Pacejka and L. Lidner: A New Tire Model with an Application in Vehicle Dynamics Studies, SAE paper No. 890087 (1989)
- 4) J. R. Ellis: Vehicle Dynamics, 11, London Business Books Limited (1969)
- 5) S. K. Clark (editor): Mechanics of Pneumatic Tires, 677, U. S. Government Printing Office (1981)
- 6) C. A. Desoer and M. Vidyasagar: Feedback Systems, Input-Output Properties, Academic Press (1975)
- 7) A. J. van der Schaft: L_2 -Gain Analysis of Nonlinear Systems and Nonlinear State Feedback H_∞ Control, IEEE Trans., AC-37-6, 770/784 (1992)
- 8) 井村, 前田, 杉江: H_∞ 状態フィードバックによる非線形システムのロバスト安定化, 第 15 回 Dynamical System Theory シンポジウム, 57/60(1992)

《付録 シミュレーションに用いた車両諸元》

(基本諸元)

$$a_f = 1.2 \text{ [m]}$$

$$a_r = 1.3 \text{ [m]}$$

$$c_f = 50\,000 \text{ [N/rad]}$$

$$c_r = 70\,000 \text{ [N/rad]}$$

$$I_x = 3\,000 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

$$m = 1\,500 \text{ [kg]}$$

(乾いたアスファルト路)

$$k_f = 9$$

$$k_r = 15$$

(圧雪路)

$$k_f = 25$$

$$k_r = 60$$

[著 者 紹 介]

小 野 英 一 (正会員)

1985 年, 名古屋工業大学工学部計測工学科卒業, 87 年名古屋大学大学院工学研究科修了(情報工学専攻)。同年(株)豊田中央研究所入社, 現在に至る。92 年名古屋大学大学院博士課程入学, 自動車への制御理論応用研究に従事。自動車技術会の会員。

細 江 繁 幸 (正会員)

1967 年, 名古屋大学大学院修士課程修了(金属工学専攻)。同年名古屋大学工学部助手。同講師, 助教授を経て 88 年名古屋大学工学部教授(電子機械工学科), 現在に至る。制御理論, システム理論などに関する研究に従事(工学博士)。