2 自由度制御系設計手法によるモデル規範型適応制御系の一般的構成法[†]

井 上 昭*・クルモフ バレリ*・増 田 士 朗*

A General Design Method of Model Reference Adaptive Control Systems
Using Two-Parameter Compensation Scheme

Akira INOUE*, Valeri T. KROUMOV* and Shiro MASUDA*

A general design scheme for model reference adaptive control system (MRACS) is proposed. The scheme is obtained by using the most general exact model matching (EMM) control law, which is based on two-parameter compensation scheme using factorization approach in the algebraic ring of proper stable rational functions. The scheme includes several exiting MRACS design methods which have been proposed by other authors. Also the general scheme gives a new design method, by which the poles of the closed loop system of MRACS can be placed arbitrarily.

Key Words: model reference adaptive control, two-parameter compensation scheme, coprime factorization, general design method, classification

1. はじめに

モデル規範型適応制御系(MRACS)には設計手法が数多く提案されており, 設計手法間の関連を整理し, 統一的な説明をすることが強く求められている。

そこで本論文では, MRACS の制御則を与える EMM 系において, 一般的な制御則を与える安定プロパーな有理関数の既約分解表現を用いて, 統一的な MRACS を導出する。そして, すでに提案されている設計法を設計パラメータの選び方によって分類し, 各手法の特徴を明らかにし, 統一的設計法に含まれることを示す。

2. 問題の記述

制御されるプラントとして, つぎの連続時間 1 入出力線形時不変系を考える。

$$y(t) = T(s)u(t), \quad T(s) = g_p \frac{r(s)}{p(s)} \quad (1)$$

ここで, $T(s)$ はプラントの伝達関数で, $p(s)$, $r(s)$ は既約な n 次, m 次モニック多項式で, $r(s)$ は安定とし, プラントは真にプロパーであるとする。プラントの次数 n , 相対次数 $n-m$, g_p の符号は既知で正と仮定する。 $u(t)$ は入力, $y(t)$ は出力とする。

規範モデル $T_M(s)$ は, 安定プロパーとし, 相対次数 n_M^* について, $n_M^* \geq n-m$ が成り立っているとする。また,

$v(t)$ は任意の区分的に連続な規範モデル入力, $y_M(t)$ は規範モデル出力とする。

制御目的は, 系内の全ての信号を有界に保ちながら入出力信号のみを用いて, 次式を達成することである。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_M(t)) = 0 \quad (2)$$

3. MRACS の一般的設計

まず, 安定有理関数環(以後, RH_∞ と記す)上での既約分解表現による 2 自由度制御系設計手法を用いた一般的な EMM(Exact Model Matching)制御則を示す。

[命題 1]⁶⁾ 伝達関数 $T(s)$ の RH_∞ 上の既約分解を

$$T(s) = N(s)D(s)^{-1} \quad (3)$$

とすると, $T_M(s)$ が EMM 可能である必要十分条件は

$$T_M(s) = N(s)K(s) \quad (4)$$

である。ここで, $K(s) \in RH_\infty$ である。また, 規範モデル $T_M(s)$ に対し EMM を実現する全ての制御則は(4)式を満たす $K(s)$ を用いて

$$u(t) = Y(s)^{-1}K(s)v(t) - Y(s)^{-1}X(s)y(t) \quad (5)$$

で表わされる。ここで $C(s) = Y(s)^{-1}X(s)$ は, 閉ループ系を安定とする補償器で, 次の Bezout 等式を満たす。

$$X(s)N(s) + Y(s)D(s) = 1 \quad (6)$$

(5)式より, MRACS に拡張可能な EMM 制御則は次式となる(文献 6) p. 149)。

$$u(t) = (1 - Y(s))u(t) - X(s)y(t) + K(s)v(t) \quad (7)$$

制御則(7)を構成するため, プラント伝達関数(1)の RH_∞ 上での既約分解表現を与える。1 入出力系の場合, n 次モニック安定多項式 $\xi_1(s)$ を用い, 次式で与えられる。

[†] 第 14 回 Dynamical System Theory シンポジウムで発表 (1991-12)

* 岡山大学工学部 岡山市津島中 3-1-1

* Faculty of Engineering, Okayama University, Okayama (Received October 19, 1993)

(Revised December 28, 1993)

$$N(s)=g_p \frac{r(s)}{\xi_1(s)}, D(s)=\frac{p(s)}{\xi_1(s)} \quad (8)$$

つぎに、Bezout等式を満たす $X(s)$ 、 $Y(s)$ は次式となる。

【命題2】 (8)式のように $N(s)$ 、 $D(s)$ が与えられているとき、 $p \geq 0$ を設計者が与える次数として、 $n-1+p(p \geq 0)$ 次モニック安定多項式 $\xi_2(s)$ に対して、(6)式を満足する $X(s)$ 、 $Y(s)$ は、つぎのように一意に定まる。

$$X(s)=\frac{n_x(s)}{\xi_2(s)}, Y(s)=\frac{n_y(s)}{\xi_2(s)} \quad (9)$$

ただし、 $n_x(s)$ は $n-1$ 次多項式、 $n_y(s)$ は $n-1+p$ 次モニック多項式である。

(証明) $r(s)$ 、 $p(s)$ の既約性より、Diophantine方程式

$$n_x(s)g_p r(s) + n_y(s)p(s) = \xi_1(s)\xi_2(s) \quad (10)$$

に対して、高々 $n-1$ 次の多項式 $n_x(s)$ と高々 $n-1+p$ 次 $n_y(s)$ が一意に存在する⁴⁾。よって、両辺を $\xi_1(s)\xi_2(s)$ で割ると命題が示される。□

ここで、ユニモジュラ U を用いると、 $(N(s)U(s))^{-1}$ 、 $D(s)U(s)^{-1}$ も $T(s)$ の $\mathbf{RH}_\infty$ 上の既約分解表現となり、対応するBezout等式解は $U(s)X(s)$ 、 $U(s)Y(s)$ となる。よって、 $U(s)$ を q 次のモニック安定多項式 $m(s)$ 、 $n(s)$ の比で表わすと、(7)式の一般的なEMM制御則は次式となる。

$$u(t) = \left(1 - \frac{n(s)n_y(s)}{m(s)\xi_2(s)}\right)u(t) - \frac{n(s)n_x(s)}{m(s)\xi_2(s)}y(t) + \frac{1}{g_p} \frac{n(s)\xi_1(s)}{m(s)r(s)}y_M(t) \quad (11)$$

つぎに、MRACSの構成のために(11)式を未知パラメータに関する線形な表現式を求める。まず、第3項の分母に含まれる未知多項式 $r(s)$ を分子の $n(s)\xi_1(s)$ で消去し、既知の $n+q-m$ 次、 q 次モニック安定多項式 $h(s)$ 、 $g(s)$ により

$$\frac{n(s)}{m(s)} \frac{\xi_1(s)}{r(s)} = \frac{h(s)}{g(s)} \quad (12)$$

と表わされるように、 $n(s)\xi_1(s)$ を定める。また、

$$1 - \frac{n(s)n_y(s)}{m(s)\xi_2(s)} = \frac{d(s)}{f(s)}, \quad \frac{n(s)n_x(s)}{m(s)\xi_2(s)} = \frac{e(s)}{f(s)} \quad (13)$$

とおき、分母、分子に同じ多項式が現れて消去される次数を ν とおくと、 $f(s)$ は、 $n+q+p-\nu-1$ 、 $d(s)$ 、 $e(s)$ は $k=n+p-q-\nu-2$ 、 $l=n-1+q-\nu$ 次多項式となり、 $u(t)$ のパラメータ表現は次式のようになる。

$$u(t) = -\theta_1^T \omega_1(t) - \theta_2^T \omega_2(t) + \theta_3 \omega_3(t) \quad (14)$$

ここで、 θ_1 は(11)式の第1項の、 θ_2 は第2項の分子の係数であり、 θ_3 は g_p^{-1} で、それぞれ未知パラメータである。また、 $\omega_1(t)^T$ 、 $\omega_2(t)^T$ 、 $\omega_3(t)$ は、フィルタ変数で

$$\omega_1(t)^T = -\frac{1}{f(s)}[s^k \cdots 1]u(t),$$

$$\omega_2(t)^T = \frac{1}{f(s)}[s^l \cdots 1]y(t), \quad \omega_3(t) = \frac{h(s)}{g(s)}y_M(t) \quad (15)$$

最後に、この未知パラメータ θ を同定するための線形モデルを導出する。Bezout等式(6)式の両辺に $y(t)$ をかけて(1)、(8)、(9)、(12)、(13)式を用いると、

$$y(t) = g_p \frac{g(s)}{h(s)} \left\{ u(t) - \frac{d(s)}{f(s)}u(t) + \frac{e(s)}{f(s)}y(t) \right\} \quad (16)$$

となる。ここで、

$$\eta_i(t) = \frac{g(s)}{h(s)}\omega_i(t), \quad \nu(t) = \frac{g(s)}{h(s)}u(t), \quad i=1, 2 \quad (17)$$

とおくと、制御誤差は

$$e(t) = g_p \{ \theta_1^T \eta_1(t) + \theta_2^T \eta_2(t) + \nu(t) - \theta_3 y_M(t) \} \quad (18)$$

となる。パラメータ θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 g_p は未知なので、つぎの推定モデルを作り、

$$\hat{e}(t) = \hat{g}_p(t) \{ \hat{\theta}_1(t)^T \eta_1(t) + \hat{\theta}_2(t)^T \eta_2(t) + \nu(t) - \hat{\theta}_3(t) y_M(t) \} \quad (19)$$

推定誤差 $\epsilon(t)$ を $\epsilon(t) = \hat{e}(t) - e(t)$ と定める。適応調整則としては、最小2乗法⁷⁾に基づくものが利用できる。

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma \frac{P(t)\eta(t)\epsilon(t)}{1 + \sigma\eta(t)^T P(t)\eta(t)} \quad \gamma, \sigma > 0 \quad (20)$$

$$\dot{P}(t) = -\gamma \frac{P(t)\eta(t)\eta(t)^T P(t)}{1 + \sigma\eta(t)^T P(t)\eta(t)} \quad P(0) > 0 \quad (21)$$

$$\eta(t)^T = [\eta_0(t), \eta_1(t)^T, \eta_2(t)^T, y_M(t)],$$

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{g}_p(t), \hat{\theta}_1(t)^T, \hat{\theta}_2(t)^T, \hat{\theta}_3(t)]$$

$$\eta_0(t) = \hat{\theta}_1(t)^T \eta_1(t) + \hat{\theta}_2(t)^T \eta_2(t) + \nu(t) - \hat{\theta}_3(t) y_M(t)$$

《定理1》 (1)式で与えられるプラントに対して、制御則(14)、適応調整則(20)、(21)とすると、制御系の全信号の有界性が成立し、制御目的(2)が成立する。

(証明) (20)、(21)式の適応調整則に対して、文献7)の定理2.4.4より、 $\epsilon(t)/\sqrt{1 + \gamma\eta(t)^T P(t)\eta(t)} \in L_2 \cap L_\infty$ 、 $\hat{\theta}(t) \in L_\infty$ 、 $\dot{\hat{\theta}}(t) \in L_2 \cap L_\infty$ が成立する。よって、フィルタ信号について $\|y(t)\| \sim \|\omega_2(t)\| \sim \|\eta(t)\|$ が成立し、文献8)と同様にして、制御系の安定性と(2)が示される。□

また勾配法に基づく適応調整則⁸⁾

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = -\frac{\epsilon(t)\Gamma\eta(t)}{\sigma + \eta(t)^T \Gamma \eta(t)}, \quad \sigma > 0, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0 \quad (22)$$

を用いた場合も同様に制御系の安定性と(2)が成立する。

4. 従来法の分類

本構成法の設計パラメータの決定において、 $n(s)\xi_1(s)$ に $r(s)$ を因子として含ませるという条件があったが、従来提案されている設計法は、 $r(s)$ を $n(s)$ に含ませる(分類1)か、 $r(s)$ を $\xi_1(s)$ に含ませる(分類2)かによって分

類ができる。ハンドブックの手法¹⁾(手法(a)), 市川の手法²⁾(手法(b)) 山本の手法³⁾(手法(c))が分類 1 の手法であり, プラントの零点を前置補償器により消去している特徴をもつ。金井の手法⁴⁾(手法(d)), 新の逆系に基づく手法⁵⁾(手法(e))が分類 2 であり, 閉ループ極によって零点を消去している特徴をもつ。Table 1 のように設計パラメータを選ぶことにより, これらの各手法は, 全て本構成法の特別な場合として表わされる。

以下では, 手法(e)について説明する。

手法(e): 新の手法は, Silverman の逆系表現と全状態オブザーバをもとに MRACS の構成を行っているが, それは, 一般的設計法における RH_∞ 上の既約分解表現を Nett の方法によって状態方程式実現することによって, 一般的設計法との対応が示される。まず, (1)式で与えられたプラントの正準実現を次式とする。

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t) \\ y(t) &= c^T x(t)\end{aligned}\quad (23)$$

ただし, 仮定より, この系の逆系は安定である。このとき, 新の手法による制御入力, フィードバックゲインを $g_p^{-1}f^T$, オブザーバゲインを h とすると,

$$\begin{aligned}u(t) &= -g_p^{-1}f^T(sI - A_0)^{-1}bu(t) \\ &\quad - g_p^{-1}f^T(sI - A_0)^{-1}hy(t) + g_p^{-1}q(s)y_m(t)\end{aligned}\quad (24)$$

となる。ただし, $q(s)$ は $n-m$ 次のモニック安定多項式であり, $A_0 = A - hc^T$, $\bar{A}_0 = A - bg_p^{-1}f^T$ である。つぎに, Nett⁹⁾の既約分解表現によれば, (8), (9)式の $N(s)$, $D(s)$, $X(s)$, $Y(s)$ はそれぞれ次式となる。

$$\begin{aligned}D(s) &= 1 - g_p^{-1}f^T(sI - \bar{A}_0)^{-1}b = \frac{p(s)}{\xi_1(s)} \\ N(s) &= c^T(sI - \bar{A}_0)^{-1}b = g_p \frac{r(s)}{\xi_1(s)} \\ X(s) &= g_p^{-1}f^T(sI - A_0)^{-1}h = \frac{n_x(s)}{\xi_2(s)} \\ Y(s) &= 1 + g_p^{-1}f^T(sI - A_0)^{-1}b = \frac{n_y(s)}{\xi_2(s)}\end{aligned}\quad (25)$$

さらに, $\frac{r(s)}{\xi_1(s)} = \frac{1}{g_p} \frac{c^T \text{adj}(sI - \bar{A}_0)b}{\det(sI - \bar{A}_0)} = \frac{r(s)}{r(s)q(s)}$ であるから, $q(s) = \frac{\xi_1(s)}{r(s)}$ となる。

以上より, (25)式の $\xi_1(s)$, $\xi_2(s)$, $n_x(s)$, $n_y(s)$ を用い, $n(s) = m(s) = 1$ とおくと, 一般形式の(11)式から, 新の制御則(24)式が得られる。

本章の議論より, 従来法では, $\xi_1(s)$ もしくは $\xi_2(s)$ にプラントの分子 $r(s)$ が必ず含まれるので, 閉ループ極は完全には自由に設定できないことがわかる。しかし, m 次, $n-m$ 次モニック安定多項式 $\gamma(s)$, $\eta(s)$ を用いて,

Table 1 Design polynomials in other MRACS design methods

method	ξ_1	ξ_2	n	m	n_x	n_y
(a) Handbook's	d_a	$h_a r$	$h_a r$	f_a	s	$r l$
(b) Ichikawa's	p_M	$\gamma_b r$	r	r_M	$-h_b$	$r_M \gamma_b - k_b$
(c) Yamamoto's	p_M	$t_c r$	$t_c r$	g_c	s	$q_c r$
(d) Kanai's	$f_a r$	$-c$	1	1	b	$a-c$
(e) Shin's	eq.(25)	eq.(25)	1	1	eq.(25)	eq.(25)

手法(a): d_a, h_a, f_a は, 任意の n 次, $n-m$ 次, $n-1$ 次モニック安定多項式 l, s は $h_a d_a = p l + s$ を満たす $n-m-1$ 次, $n-1$ 次多項式

手法(b): γ_b は任意の $n-m-1$ 次モニック安定多項式 k_b, h_b は $k_b p + h_b r = r_M \gamma_b p - r \gamma_b p_M$ を満たす $n-2$ 次, $n-1$ 次多項式

手法(c): g_c, t_c は任意の $n-1$ 次, $n-m-1$ 次モニック安定多項式 q_c, s は $t_c p_M = q_c p + s$ を満たす $n-m-1$ 次, $n-1$ 次多項式

手法(d): c, f_a は任意の $n-1$ 次, $n-m$ 次モニック安定多項式 a, b は $ap + br = cp - f_a cr$ を満たす $n-1$ 次, $n-1$ 次多項式

手法(e): 本文参照

$n(s) = r(s)\eta(s)/g_p$, $m(s) = \xi_1(s) = \gamma(s)\eta(s)$ と設定し, $\xi_1(s)$ は, $n-1$ 次安定多項式とすることで, $\xi_1(s)$, $\xi_2(s)$ が任意, すなわち, 閉ループ極が任意に設定できる構成法も, 本論文の一般的手法に含まれる一つの手法となる。

5. おわりに

本論文では, 2 自由度制御系設計手法を用いて, 一般的な MRACS の構成を行い従来様々に提案されていた MRACS 構成法を統一し, 分類した。

最後に有益なる示唆, 討論をいただいた岡山大学助教 授杉本謙二氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 計測自動制御学会編: 自動制御ハンドブック基礎編, 701/733, 計測自動制御学会(1983)
- 2) 市川邦彦: Exact Model Matching 手法に基づく適応制御系の構成, 計測自動制御学会論文集, 20-10, 926/931 (1984)
- 3) 山本祥弘: モデルマッチングと適応制御—2 自由度制御系に関して—, 第 7 回適応制御シンポジウム, 97/100 (1987)
- 4) 金井喜美雄: ロバスト適応制御入門, オーム社(1989)
- 5) 新 誠一: 適応制御の基礎理論, 計測と制御, 29-8, 695/700 (1990)
- 6) M. Vidyasagar: Control System Synthesis—A Factorization Approach, The MIT Press (1985)
- 7) S. Sastry, M. Bodson: Adaptive Control—Stability, Convergence, and Robustness, Prentice-Hall (1989)
- 8) K. S. Narendra: Stable Adaptive Systems, Prentice Hall (1989)
- 9) C. N. Nett et al.: A Connection Between State-Space and Doubly Coprime Fractional Representations, IEEE Trans. AC-29-9, 831/832 (1984)