鉄道車両用アクティブサスペンションへの H^∞ 制御理論の応用[†]

平 田 都史彰*・高 橋 亮 一*

Application of H^∞ Control Theory for Railroad Vehicle Active Suspension

Toshiaki HIRATA* and Ryoichi TAKAHASHI*

Recently, railroad vehicle active suspension have been developed in order to reduce low frequency vibrations caused by the resonance of suspensions equipped between a car body and a truck, and to improve passengers' ride comfort. We consider the above purpose as loop shaping problem in control design, and apply H^∞ control theory to solve this problem. Main point is to introduce the weight function which has the maximum gain near the resonance frequency. The proposed H^∞ control is robust against the perturbation of the plant model, and has superior performance than LQG control in high frequencies. Also we discuss about the performances of the proposed H^∞ control with running test by the experimental vehicle.

Key Words: active suspension, loop shaping, H^∞ control theory, weight function, resonance frequency.

1. はじめに

走行中の鉄道車両に発生する振動のうち、車体と台車の間に設置されているサスペンションの共振により増幅される比較的低周波の振動は、乗客の乗り心地に大きな影響を与える。最近、車両の振動に応じてサスペンションの減衰特性を積極的に変化させ、高周波振動に対する絶縁性を保ちつつ低周波振動を大幅に低減することで、乗客の乗り心地を向上させることを目的としたアクティブサスペンションの開発が盛んに行われている。鉄道車両用のアクティブサスペンションの多くは、従来のサスペンションにアクチュエータを付加し、車両に設置したセンサから得られる振動の情報(加速度や変位)を用いてアクチュエータを制御する^{1),2)}。

アクティブサスペンションの制御則はサスペンションの共振により増幅される低周波振動のみを効果的に低減する、すなわちサスペンションの共振周波数付近で大き

な制御効果が得られ、かつそのほかの周波数領域ではなるべく制御の影響が現れないように設計しなければならない。このように、周波数領域で与えられる制約を満たすような制御則を設計する問題は、一般に「周波数整形問題」と呼ばれているが、この周波数整形問題を解くのに適した制御理論として H^∞ 制御理論が最近注目を集めている^{3),4)}。

以上の背景から、本稿ではアクティブサスペンションの制御則の設計に H^∞ 制御理論を適用し、その制御効果を実験車両による走行試験で検証する。

2. アクティブサスペンションの構成

本稿では、Fig. 1 に示すヨーおよび左右動+ロール(左右動とロールの連成振動)を制御対象としたアクティブサスペンションを実験車両に構成する。

Fig. 2 にアクティブサスペンションの構成を示す。このアクティブサスペンションは、空気ばねと左右動ダン

Fig. 1 Yaw (left) and lateral motion with roll (right)

[†] 第 15 回 Dynamical System Theory シンポジウムで発表(1992・12)

* 住友金属工業(株)システムエンジニアリング事業本部
尼崎市扶桑町 1-8

* System Engineering Division, Sumitomo Metal
Industries Co. Ltd., Amagasaki
(Received September 1, 1993)

(Revised January 7, 1994)

を仮定すると、シリンダ内圧差 Δp_i に関する以下の微分方程式が得られる⁵⁾。

$$\Delta \dot{p}_i = -\frac{\gamma R T_0 \beta S_0}{V_0} \Delta p_i + \frac{\gamma R T_0 \beta (P_s + P_0)}{V_0} S_i - \frac{2\gamma A_s P_0}{V_0} \dot{y}_i \quad (i=1, 2). \quad (4)$$

また、比例流量制御弁の動特性は以下の 1 次遅れで近似できるとする。

$$\dot{s}_i = -a_0 s_i + b_0 a_0 (u_i - \Delta p_i) \quad (i=1, 2). \quad (5)$$

ただし、式中の記号の意味は以下のとおりである。

γ : 空気の比熱比,

R : 気体定数,

T_0 : 室温,

β : 空気の体積圧縮率,

V_0 : 空気圧シリンダ全容積/2,

P_0 : 空気圧シリンダ初期内圧,

P_s : 空気タンクからの供給圧力,

S_0 : 比例流量制御弁の初期開度,

b_0 : 比例流量制御弁のアンゲイン,

a_0 : 比例流量制御弁の 1 次遅れ定数,

$y_{1(2)}$: 空気圧シリンダのピストン変位,

$s_{1(2)}$: 比例流量制御弁の開度,

$u_{1(2)}$: 制御入力(圧力指令)。

Table 1 には、実験車両における上記パラメータの諸元値を示す。

上記の方程式をもとに、制御対象を状態方程式の形で

モデリングする。まずヨーに関して、ヨー角度 θ_Y を台車中心上でのヨー変位 $y_Y = l\theta_Y$ で置き換え、以下の変数

$$y_{Y0} := \frac{y_{10} - y_{20}}{2}, \Delta y_Y := y_Y - y_{Y0},$$

$$\Delta p_Y := \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{2},$$

$$s_Y := \frac{s_1 - s_2}{2}, u_Y := \frac{u_1 - u_2}{2}.$$

を導入して整理すると、状態変数ベクトル $\mathbf{x}_Y = [\dot{y}_Y, \Delta y_Y, \Delta p_Y, s_Y]^T$ に関する以下の状態方程式が得られる。

$$\dot{\mathbf{x}}_Y = \mathbf{A}_Y \mathbf{x}_Y + \mathbf{B}_{Y1} \dot{y}_{Y0} + \mathbf{B}_{Y2} u_Y, \quad (6)$$

また左右動+ロールに関して、ロール角度 θ_R を空気ばね中心上でのロール変位 $z_R = b\theta_R$ で置き換え、以下の変数

$$y_{L0} := \frac{y_{10} + y_{20}}{2}, \Delta y_L := y_L - y_{L0},$$

$$\Delta p_L := \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{2}, s_L := \frac{s_1 + s_2}{2}, u_L := \frac{u_1 + u_2}{2},$$

を導入して整理すると、状態変数ベクトル $\mathbf{x}_L = [\dot{y}_L, \Delta y_L, \dot{z}_R, z_R, \Delta p_L, s_L]^T$ に関する以下の状態方程式が得られる。

$$\dot{\mathbf{x}}_L = \mathbf{A}_L \mathbf{x}_L + \mathbf{B}_{L1} \dot{y}_{L0} + \mathbf{B}_{L2} u_L, \quad (7)$$

各制御対象の制御量は、乗り心地の指標として振動加速度がよく用いられることや、空気圧シリンダのストロークおよび制御入力に制約があることを考慮して決定した。これをベクトルで表わすと以下となる。

$$\mathbf{v}_Y = [\dot{y}_Y, \Delta y_Y, u_Y]^T, \mathbf{v}_L = [\dot{y}_L, \Delta y_L, \dot{z}_R, u_L]^T.$$

またこれらのベクトルは以下の出力方程式で記述される。

Table 1 Model parameters of experimental vehicle

Parameter	Numerical value
M	13589 kg
I_Y	$4.26 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^2$
I_R	$3.06 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^2$
K_L	$1.23 \times 10^5 \text{ N/m}$
C_L	$9.80 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{sec/m}$
K_Z	$3.14 \times 10^5 \text{ N/m}$
C_Z	$8.82 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{sec/m}$
l	6.9 m
b	1.0 m
h_1	1.606 m
h_2	1.749 m
h_3	1.749 m
A_s	$7.85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
V_0	$3.93 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
P_0	0.294 MPa
P_s	0.686 MPa
S_0	0.0 m ²
b_0	$4.59 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{MPa}$
a_0	26.0 rad/sec

(a) Yaw acceleration/input

(b) Lateral motion acceleration/input

Fig. 4 Model identification result

$$\mathbf{v}_Y = \mathbf{C}_{Y1}\mathbf{x}_Y + \mathbf{D}_{Y11}\dot{y}_{Y0} + \mathbf{D}_{Y12}u_Y, \quad (8)$$

$$\mathbf{v}_L = \mathbf{C}_{L1}\mathbf{x}_L + \mathbf{D}_{L11}\dot{y}_{L0} + \mathbf{D}_{L12}u_L, \quad (9)$$

各制御対象の観測量は、加速度および相対変位とした。これをベクトルで表わすと以下となる。

$$\mathbf{w}_Y = [\dot{y}_Y \ \Delta y_Y]^T, \quad \mathbf{w}_L = [\dot{y}_L \ \Delta z_R]^T.$$

またこれらのベクトルは以下の出力方程式で記述される。

$$\mathbf{w}_Y = \mathbf{C}_{Y2}\mathbf{x}_Y + \mathbf{D}_{Y21}\dot{y}_{Y0}, \quad (10)$$

$$\mathbf{w}_L = \mathbf{C}_{L2}\mathbf{x}_L + \mathbf{D}_{L21}\dot{y}_{L0}, \quad (11)$$

このようにして得られた制御対象モデルの検証結果を Fig. 4 に示す。図中の白丸は、実験車両を直接空気圧アクチュエータで正弦波加振して測定したヨー加速度および左右動加速度の加振入力に対するゲインを求めたものであり、実線はモデルを用いての計算結果である。両者はよく一致しており、ここで求めた制御対象モデルの妥当性が確認できた。

4. H^∞ コントローラ的设计

上記で得られた制御対象モデルに対して Fig. 5 に示す閉ループ制御系を構成し、外乱 $\dot{y}_{Y0}$ から制御量 $\mathbf{v}_Y$ への閉ループ伝達関数 $\mathbf{P}_Y(s)$ 、および外乱 $\dot{y}_{L0}$ から制御量 $\mathbf{v}_L$ への閉ループ伝達関数 $\mathbf{P}_L(s)$ を安定とし、さらに以下の評価を満たすようなコントローラを求める。

$$\|\mathbf{W}_Y(s)\mathbf{P}_Y(s)\|_\infty < 1, \quad \|\mathbf{W}_L(s)\mathbf{P}_L(s)\|_\infty < 1. \quad (12)$$

このようなコントローラが存在すれば、閉ループ伝達関数 $\mathbf{P}_Y(s)$ および $\mathbf{P}_L(s)$ を重み関数 $\mathbf{W}_Y(s)$ および $\mathbf{W}_L(s)$ で整形できることがわかる。

上記の設計において、閉ループを安定とし、かつ (12) 式を満たすコントローラ $\mathbf{K}_Y(s)$ および $\mathbf{K}_L(s)$ が存在す

るには、制御対象モデルは一般に以下の条件を満たさなければならない⁶⁾。

- (1) $(\mathbf{A}_Y, \mathbf{B}_{Y2})$ および $(\mathbf{A}_L, \mathbf{B}_{L2})$ が可安定ペアである。
 - (2) 行列 $\mathbf{D}_{Y12}$ および行列 $\mathbf{D}_{L12}$ が列フルランクである。
 - (3) 以下の行列 $\mathbf{G}_Y$ および $\mathbf{G}_L$ が任意の角周波数 ω に対して列フルランクである。
- $$\mathbf{G}_Y = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_Y - j\omega\mathbf{I} & \mathbf{B}_{Y2} \\ \mathbf{C}_{Y1} & \mathbf{D}_{Y12} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_L - j\omega\mathbf{I} & \mathbf{B}_{L2} \\ \mathbf{C}_{L1} & \mathbf{D}_{L12} \end{bmatrix}.$$
- (4) $(\mathbf{C}_{Y2}, \mathbf{A}_Y)$ および $(\mathbf{C}_{L2}, \mathbf{A}_L)$ が可検出ペアである。
 - (5) 行列 $\mathbf{D}_{Y21}$ および行列 $\mathbf{D}_{L21}$ が行フルランクである。
 - (6) 以下の行列 $\mathbf{H}_Y$ および $\mathbf{H}_L$ が任意の角周波数 ω に対して行フルランクである。

$$\mathbf{H}_Y = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_Y - j\omega\mathbf{I} & \mathbf{B}_{Y1} \\ \mathbf{C}_{Y2} & \mathbf{D}_{Y21} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_L - j\omega\mathbf{I} & \mathbf{B}_{L1} \\ \mathbf{C}_{L2} & \mathbf{D}_{L21} \end{bmatrix}.$$

ところが、観測量の出力方程式 (10) および (11) から条件 (5) が満たされず、また状態方程式 (6) と (10) 式の第 1 行および状態方程式 (7) と (11) 式の第 1 行が一致するため、条件 (6) の行列が $\omega=0$ で行フルランクにならない。すなわち制御対象が原点にゼロをもつため、コントローラが原点極をもち閉ループが不安定となることが判明した。

そこで、観測量に仮想外乱 $\delta_{Y1}, \delta_{Y2}, \delta_{L1}, \delta_{L2}$ を付加し、(10) 式および (11) 式を以下のように変更した。

$$\mathbf{w}_Y = \mathbf{C}_{Y2}\mathbf{x}_Y + \hat{\mathbf{D}}_{Y21}[\dot{y}_{Y0} \ \delta_{Y1} \ \delta_{Y2}]^T, \quad (13)$$

$$\mathbf{w}_L = \mathbf{C}_{L2}\mathbf{x}_L + \hat{\mathbf{D}}_{L21}[\dot{y}_{L0} \ \delta_{L1} \ \delta_{L2}]^T. \quad (14)$$

ただし、

$$\hat{\mathbf{D}}_{Y21} = [\mathbf{D}_{Y21} \ \text{diag}(\varepsilon_{Y1}, \varepsilon_{Y2})],$$

$$\hat{\mathbf{D}}_{L21} = [\mathbf{D}_{L21} \ \text{diag}(\varepsilon_{L1}, \varepsilon_{L2})].$$

これで条件 (5) および条件 (6) が満たされる。なお、仮想外乱の各係数は、上記原点極が安定側に移動し、かつほかの閉ループ極に影響しない範囲で試行錯誤的に以下のように設定した。

$$\varepsilon_{Y1}=0.1, \ \varepsilon_{Y2}=0.01, \ \varepsilon_{L1}=0.1, \ \varepsilon_{L2}=0.1$$

つぎに、制御量に対する重み関数行列を以下のように設定した⁷⁾。

$$\mathbf{W}_Y(s) = \text{diag}\{W_A(s), 1.0, W_C(s)\}, \quad (15)$$

$$\mathbf{W}_L(s) = \text{diag}\{W_B(s), 1.0, 0.3, W_C(s)\}, \quad (16)$$

ただし、

$$W_A(s) = \frac{s^2 + (2 \times 4.0 \times 2\pi)s + (2\pi)^2}{s^2 + (2 \times 0.6 \times 2\pi)s + (2\pi)^2} \times 0.03,$$

$$W_B(s) = \frac{s^2 + (2 \times 4.0 \times \pi)s + \pi^2}{s^2 + (2 \times 0.6 \times \pi)s + \pi^2} \times 0.03,$$

(a) Yaw control system

(b) Lateral motion with roll control system

Fig. 5 Block diagrams of closed-loop control systems

$$W_c(s) = \frac{s+2\pi}{s+2 \times 10^{-4}\pi} \times 0.002.$$

すなわち、ヨー加速度に対する重み関数 $W_A(s)$ および左右動加速度に対する重み関数 $W_B(s)$ は各振動の共振周波数付近で最大となるように設定し、また制御入力に対する重み関数 $W_c(s)$ は観測量のドリフトが制御に影響しないように低周波で大きくなるように設定した。

以上の設定のもとで、ヨー制御および左右動+ロール制御用の H^∞ コントローラを MATLAB を用いて設計した。Fig. 6 に、ヨー方向の速度外乱 $\dot{y}_{r0}$ からヨー加速度 $\ddot{y}_r$ への伝達関数 $(\ddot{y}_r/\dot{y}_{r0})$ 、左右動方向の速度外乱 $\dot{y}_{L0}$ から左右動加速度 $\ddot{y}_L$ への伝達関数 $(\ddot{y}_L/\dot{y}_{L0})$ のゲイン線図を制御の有無で比較したものを示す。図から、 $(\ddot{y}_r/\dot{y}_{r0})$ および $(\ddot{y}_L/\dot{y}_{L0})$ のゲインは、ヨー加速度に対する重み関数 $W_A(s)$ 、および左右動加速度に対する重み関数 $W_B(s)$ により周波数整形され、共振周波数付近では 10 dB 以上振動が低減されることがわかる。

つぎに、制御対象の変動に対するロバスト性を調べた。制御に影響を及ぼす変動として左右動ダンパの非線形性や空気圧アクチュエータの動特性の劣化などが考えられる。そこで、ヨー制御対象において以下のパラメータ変動が発生した場合を考えた。

- (1) 左右動ダンパの減衰係数 C_L が 50% 増加
- (2) 比例流量制御弁の遅れパラメータ a_0 が 30% 減少

なお、変動の大きさは、(1) は非線形性による変動幅、(2) は弁によるばらつきを考慮して設定した。

Fig. 7 には上記の変動に対する伝達関数 $(\ddot{y}_r/\dot{y}_{r0})$ の

(a) Transfer function $\ddot{y}_r/\dot{y}_{r0}$

(b) Transfer function $\ddot{y}_L/\dot{y}_{L0}$

Fig. 6 Gain plots of closed-loop transfer functions

ゲイン線図の変化を示す。図より、共振周波数付近では上記の変動に対して制御は十分ロバストである。これは、共振周波数付近で H^∞ コントローラが十分ハイゲインであるためと考えられる。

さらに、LQG コントローラとの比較を行った。LQG コントローラの設計は、ヨー制御対象に対しヨー加速度 $\ddot{y}_r$ 、ヨー速度 $\dot{y}_r$ およびヨー相対変位 Δy_r を制御量に、またヨー加速度 $\ddot{y}_r$ およびヨー相対変位 Δy_r を観測量

(a) 50% increase of C_L

(b) 30% decrease of a_0

Fig. 7 Closed-loop robustness of H^∞ control

(a) Closed-loop of $\ddot{y}_r/\dot{y}_{r0}$

(b) Controller gain $u_r/\ddot{y}_r$

Fig. 8 Comparison between H^∞ control and LQG control

に選び、共振周波数付近で H^∞ コントローラとほぼ同等の制御効果が得られるように設計した。Fig. 8(a)に閉ループ伝達関数 ($\ddot{y}_r/\ddot{y}_{r0}$) のゲイン線図を比較したものを示す。

一方、Fig. 8(b)にはヨー加速度からヨー制御入力への伝達関数 ($u_y/\ddot{y}_r$) のゲインを比較した。図より、LQG コントローラの高周波ゲインが H^∞ コントローラのそれに比べて非常に大きく、ノイズなどの高周波外乱に対して非常に敏感な構造となっていることがわかる。それに比べて H^∞ コントローラの場合は、周波数整形により必要な周波数領域でのみ大きな制御ゲインをもち、高周波外乱に対しては鈍感な構造となっている。

5. 実験車両による走行試験

実験車両に Fig. 2 に示したアクティブサスペンションを構成し、制御用コンピュータにヨー制御用および左右動+ロール制御用の H^∞ コントローラを制御周期 10 msec で離散化したものを実装して走行試験を行った。

まず走行試験で測定した、ヨーおよび左右動加速度の時間波形を制御の有無で比較したものを Fig. 9 に示す。

(a) Yaw acceleration

(b) Lateral motion acceleration

Fig. 9 Waveforms of accelerations in running test

ただし、測定した加速度には車体の弾性振動による約 12 Hz の高周波振動がかなり含まれていたため、遮断周波数 10 Hz のローパスフィルタを用いてこれを除去した。各加速度ともに制御により低減しており、特に頻繁に発生するヨー加速度は、平均して無制御時の 30% 程度まで低減されている。

つぎに、走行試験で測定した左右動加速度から、パワースペクトル密度を計算し、制御の有無で比較したものを Fig. 10 に示す。図より、左右動の共振周波数 (0.5 Hz) 付近で大きな制御効果が得られ、一方約 12 Hz の高周波振動の制御への影響はほとんど現れていない。

6. ま と め

本稿では、鉄道車両に発生するヨー、左右動およびロールの低減を目的としたアクティブサスペンションの制御に H^∞ 制御理論を適用し、その制御効果をモデルによるシミュレーション、および実験車両による走行試験で検討した。以下にその結果をまとめる。

- (1) 重み関数を適当に設定することにより、振動の共振周波数付近で大きな制御効果が得られるように閉ループ特性を設計できた。
- (2) 本稿で設計した H^∞ コントローラは、共振周波数付近ではある程度の制御対象の変動に対して十分ロバストであった。
- (3) 本稿で設計した H^∞ コントローラは、LQG コントローラに比べノイズなどの高周波外乱の影響を

(a) No control

(b) H^∞ control

Fig. 10 Power spectrum density of lateral motion acceleration in running test

受けにくい構造となっていた。

- (4) 走行試験では、制御による振動低減効果が見られ、特にヨーに対しては効果が大きかった。
- (5) 走行試験で測定した振動加速度を周波数解析した結果、制御により共振周波数付近で振動が大きく低減されており、逆に車体の弾性振動による約 12 Hz の高周波振動の影響はほとんど制御に影響しなかった。

以上の結果から、アクティブサスペンションの制御に H^∞ 制御理論を適用することにより、サスペンションの共振により増幅される低周波振動を効果的に制御するアクティブサスペンションが実現できることが明らかとなった。

最後に、本稿におけるモデリングや H^∞ 制御理論の適用に関して貴重な御意見を頂いた、大阪大学の木村英紀教授に深く感謝します。

参 考 文 献

- 1) 岡本, ほか: 鉄道車両のアクティブサスペンション, 日本機械学会論文集 C, 53-494, 2103/2109 (1987)
- 2) 永井, ほか: 高速車両支持系の最適アクティブ制御(空気圧アクチュエータを有する 2 自由度系の解析), 日本機械学会論文集 C, 53-487, 750/756 (1987)
- 3) G. Zames: Feedback and Optimal Sensitivity: Model Reference Transformations, Multiplicative Seminorms and Approximate Inverses, IEEE Trans., AC-26-2, 301/320 (1981)
- 4) J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar and B. A. Francis: State Space Solutions to Standard H_2 and

H_∞ Control Problems, IEEE Trans., AC-34, 831/847 (1989)

- 5) 則次, ほか: 電空制御弁の動作遅れを考慮した空気圧サーボ系の最適制御, 計測自動制御学会論文集, 24-5, 490/497 (1989)
- 6) 小出, ほか: 虚軸上に零点を有する H^∞ 制御問題の解法, 第 13 回 DST シンポジウム資料 (1981)
- 7) 川谷, ほか: H^∞ 制御理論に基づくアクティブサスペンションの制御, ロボティクス・メカトロニクス講演会 '90 講演論文集 B, 311/316 (1990)

・ [著 者 紹 介]

平 田 都史彰 (正会員)

1989 年, 京都大学大学院工学研究科修士課程修了。同年住友金属工業(株)に入社, 計測・制御研究開発部圧延制御技術室にて鉄道車両の振動制御技術, および車体傾斜制御技術の開発に従事。

高 橋 亮 一 (正会員)

1972 年, 大阪大学大学院基礎工学研究科修士課程修了。同年住友金属工業(株)に入社, 鉄鋼圧延プロセスの制御技術の開発に従事。現在, 計測・制御研究開発部次長。89 年計測自動制御学会技術賞受賞。システム制御情報学会, IEEE などの会員(工学博士)。