外乱補償制御型マニピュレータシステムの μ シンセシス

吉田 耕一*・藪田 哲郎*

 μ -Synthesis of Disturbance Compensation Control System
for Robot Manipulators

Koichi YOSHIDA* and Tetsuro YABUTA*

Disturbance compensation control is one of the useful methods for dynamic control of robot manipulators, in which the disturbance observer estimates interference torques such as friction and modelling error as the disturbance. This disturbance torque can be compensated to match the system dynamics with the model. The disturbance consists of external disturbances and that caused by perturbation such as system parameter change and unknown dynamics in the manipulator. The former can be suppressed by using the conventional disturbance compensation control, however, because the latter forms an inner feedback loop, its effects to the system stability and control performance should be considered. In addition, when a dynamic control method is used with the disturbance compensation control, interference between those two controls should also be taken into account.

In this paper, we consider the disturbance compensation control in joint-space. Especially the filter employed in the feedback loop of the estimated disturbance torque is designed by using μ -synthesis to make the system robust stable. Further, from the viewpoint of μ -analysis, we discuss the total system stability and control performance when the dynamic hybrid control method is used with the disturbance compensation control. We show that the combination of these two control methods can achieve high performance hybrid control even though the exact information about the manipulator dynamics is not obtained. Some numerical simulation results are provided to confirm the theoretical development.

Key Words : multi-axis manipulator, hybrid control, disturbance observer, robust control, structured singular value

1. ま え が き

一般に、マニピュレータの高精度な動的制御の実現にはその正確な動特性の情報が得られているほうが有利となる。実際、位置や力の目標値からの誤差をPID制御則のような適当なサーボ補償器により直接入力トルクとしてフィードバックすれば、安定性や制御性能が十分でない場合が生じうる¹⁾。しかしながら、マニピュレータの動特性を精密に求めることは容易ではなく、仮に試行錯誤により推定できたとしてもマニピュレータの自由度が増すにつれその逆動力学は複雑化しリアルタイム制御を困

難にする。

近年、マニピュレータの各関節軸ごとに外乱オブザーバを構成して、ほかの関節軸との相互慣性トルク、遠心力、コリオリ力、重力、摩擦力などによる干渉トルクを動的に推定・補償する制御手法が提案されている^{2),3)}。外乱オブザーバはモデルダイナミクスに対する自己慣性の変動をも外乱として推定し、関節軸まわりのダイナミクスがモデルシステムとマッチングするよう補償される。ここで定義される外乱は外部発生的な外乱とシステムパラメータの変動や未知のダイナミクスの存在などのような摂動に起因する外乱とに大別できると考えられる。従来の外乱補償制御においては両方の外乱を一括して外部発生的外乱として処理し、この外乱から出力までの伝達特性を耐ノイズ特性を加味しながら実用上の周波数帯域で抑圧するものであった。しかしながら、後者の摂動に起因する外乱はシステム内部にフィードバックループを形

* NTT フィールドシステム R&D センタ 茨城県那珂郡
東海村白方白根 162

* NTT Telecommunication Field Systems R&D Center,
Naka-Gun, Ibaraki
(Received June 11, 1993)
(Revised October 22, 1993)

成するためにこれによる安定性や制御性能への影響について考慮した外乱補償制御系の解析・設計の例はあまり見受けられない。

一方、外乱補償によりモデルマッチングをとった制御システムはいわゆる加速度コントローラとして機能するため、適当なサーボ補償器と組み合わせて動的な位置制御系が構成されたり、力信号を加速度信号に変換して力制御あるいはハイブリッド制御系が構成されている^{6),7)}。ただし、この場合サーボ補償器が位置または力に関するフィードバックを伴うこととなるため、外乱補償制御系との干渉がシステムの安定性や制御性能に与える影響が考慮されねばならない。これに対し、外乱オブザーバをより一般的な形で包含する 2 自由度サーボ系に基づきロバストな位置サーボ系を構成し、外部環境との接触力も位置情報に変換してハイブリッド制御を達成する設計手法が提案されている^{6),7)}。この制御方法は位置と力の制御を位置制御系により統一的に取り扱う手法であるが、対象環境の剛性が高くなるほどより精密な位置制御が要求されることになる。

本論文では、モデルマッチングした制御システムに対して従来より提案されているマニピュレータの動的制御法を組み合わせ高精度な位置/力制御を可能にする外乱補償制御系の構築を目指す。マニピュレータが接触している対象環境やモデル化誤差による摂動を含むシステムを取り扱うために LFT (Linear Fractional Transformation)⁸⁾ を用いて外乱補償制御系を表現し、その構造化特異値(μ)⁹⁾に着目して安定性と制御性能を検討する。

最初に対象環境と接触している多関節マニピュレータの外乱補償制御を定式化した後、1 自由度アームに関する外乱補償制御系の安定性と制御性能について考察する。特に推定外乱をフィードバックする際のフィルタを設計するために一般化プラント表現を求めて μ シンセシスを行いシステムのロバスト化を図る。つぎに多関節マニピュレータへの拡張を考え、関節座標系上において 1 自由度アームで設計した外乱補償制御系を用いたときのロバスト性を μ 解析する。また、これに動的ハイブリッド制御を組み合わせた場合の全システムの安定性と制御性能を μ 解析の立場から考察し、安定性と制御性能のロバスト性のレベルが保存されるためのハイブリッド制御のサーボ補償器が満たすべき条件を導く。さらに、両制御系の組合せ効果により、マニピュレータの動特性に関する情報が完全でない場合でも適当なモデルダイナミクスを選んで高精度なハイブリッド制御が実現できることをシミュレーションにより検証する。

2. マニピュレータの外乱補償制御と μ 解析

Fig. 1 は本論文で考える外乱補償制御によりモデルマッチングされたマニピュレータシステムの動的制御系を示す。本章ではいったん動的制御系を切り離し外乱補償制御系のモデルマッチング機能について検討する。特にシステムの安定性や制御性能をロバスト化する立場から外乱オブザーバにより推定された外乱をフィードバックする際のフィルタを設計する。すなわち、一般に外乱オブザーバはすでにフィルタを含んでいるが、これがシステムの安定性や外乱抑圧性能に影響を与えることに着目して、フィルタ特性を含む外乱オブザーバの伝達関数を一般化モデルに組み込み μ -シンセシスによってフィルタを再合成するという設計手法を提案する。動的ハイブリッド制御と組み合わせた場合の全システムの安定性と制御性能は μ 解析の立場からつぎの章で考察される。

2.1 多関節マニピュレータの外乱補償制御

ある対象環境にその先端が接触している n 自由度の多関節マニピュレータのダイナミクスが次式で与えられるものとする。

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + J(q)^T F = \tau \quad (1)$$

ただし、 q は多関節マニピュレータの関節角ベクトル、 τ は関節駆動力ベクトル、 M は慣性行列、 h はコリオリ力、求心力、摩擦力および重力項を表わす。 F はマニピュレータ先端が対象環境に与える力を示す。また、作業座標中のマニピュレータ先端の位置ベクトルを r 、マニピュレータ先端に関するヤコビ行列を J とし、冗長性はないものとする。一方、対象環境の機械的インピーダンス行列を $Z_e(s)$ とおくと s 領域でつぎの関係式が成り立つものとする。

$$F = Z_e \dot{r} = Z_e J \dot{q} \quad (2)$$

ここで、指令関節駆動力ベクトルを τ_c 、これに対する理想応答を $\tilde{q}$ としてつぎのようなモデルダイナミクスを考える。

$$\hat{M}(\tilde{q})\ddot{\tilde{q}} + J(\tilde{q})^T \tilde{F} = \tau_c \quad (3)$$

Fig. 1 Dynamic controller with disturbance compensator for manipulator systems

このとき、(1)式に対する誤差ダイナミクスが次式のよ
うに定義できる。

$$\tau_d = \bar{M}\ddot{q} - (\tau - J^T F) = (\bar{M} - M)\ddot{q} - h \quad (4)$$

したがって、適当な外乱オブザーバを構成して τ_d を推定
できれば(1)式で $\tau = \tau_c - \tau_d$ と補償することにより(3)
式が実現できることは明らかである。しかしながら、一
般的に外乱の推定には時間遅れなどの推定誤差を伴うた
め、モデルダイナミクスの設定によってはシステムの制
御性能が劣化したり安定性が損われる場合がある⁹⁾。

いま、外乱オブザーバにより推定された誤差ダイナミ
クス τ_d^* が次式で表わされるものとする。

$$\tau_d^* = \Phi(s)(\tau_d + W_n) \quad (5)$$

ただし、 W_n は外乱推定に伴う観測ノイズベクトル、 Φ は
外乱オブザーバによって決まる外乱から推定外乱までの伝
達関数行列を表わす。この誤差ダイナミクスを外乱とし
て補償し、指令関節駆動力ベクトルに対する関節角ベク
トルの応答をモデルダイナミクス(3)式の応答にマッチ
ングさせるため、関節駆動力ベクトルがつぎのように与
えられるものとする。

$$\tau = \tau_c - K(s)\tau_d^* \quad (6)$$

K は推定外乱に対してフィルタリングを行う伝達関数
行列である。

ここで、慣性行列 M やヤコビ行列 J は関節角度ベク
トルの関数となっているが局所的には定数行列であると
みなすものとする。(2)、(6)式を(1)式へ代入し、更に
(4)、(5)式を代入して整理すればつぎの結果を得る。

$$Z_{a+e}\ddot{q} = \tau_c + (I - K\Phi)\{(\bar{M} - M)s\dot{q} - h + W_n\} - W_n \quad (7)$$

ただし、

$$Z_{a+e} = s\bar{M} + J^T Z_e J$$

これは(1)式を(3)式のモデルシステムとみなしたと
き、これに誤差ダイナミクスが作用している状態を表わ
している。一方、モデルダイナミクスに対応して各関節
軸に発生すべきトルク以外の誤差トルクを補償するという
外乱補償制御の性質を考慮すれば、 K は対角成分にの
みフィルタ $k(s)$ をもてば十分と考えられる。 Φ に関し
ても対角成分のみに $\phi(s)$ をもつような外乱オブザーバ
の構成にすれば、(7)式は結局つぎのように表わされる。

$$\ddot{q} = Z_{a+e}^{-1}\tau_c + (1 - k\phi)\{\Delta\dot{q} - Z_{a+e}^{-1}h(s - W_n)\} - Z_{a+e}^{-1}W_n \quad (8)$$

ただし、

$$\Delta = Z_{a+e}^{-1}\{(\bar{M} - M)s + h_D\}$$

この場合摂動 Δ は各関節軸の自己慣性の変動だけでな
く関節軸間の相互干渉をも含んでいる。また、 h をマニ
ピュレータの運動によって動的に変化するものと、マニ
ピュレータの運動に直接相関のないものとに分けられる

ものとして、便宜上つぎのように表わしている。

$$h(s) = h_D(s)\dot{q} + h_s(s) \quad (9)$$

(8)式が示すようにフィルタ $k(s)$ は外乱抑圧性能を
左右する。一方近年において、フィルタがもつ自由度を
積極的に利用する立場から、各関節軸で外乱抑圧性能と
対ノイズ特性を考慮した H_∞ 制御の混合感度問題を解い
て $k(s)$ を設計する試みがなされている⁹⁾。ここでは、シ
ステムの構造化特異値(μ)に着目して、モデルとの誤差
ダイナミクスに対するロバスト安定性と外乱抑圧性能を
改善するいわゆるロバストパフォーマンスの向上を目指す。

つぎの節では1自由度アームの外乱補償制御について
考え、制御系のロバスト安定性に対するフィルタの役割
について考察するとともに μ シンセシスによる $k(s)$ の
設計を試みる。その後、設計したフィルタを多関節マニ
ピュレータの外乱補償制御に用いた場合のロバストパ
フォーマンスについて検討する。

2.2 μ シンセシスによるフィルタの解析と設計

2.2.1 1自由度系の外乱補償制御

ある対象環境と接触している1自由度アームのダイナ
ミクスが次式で与えられているものとする。

$$m\ddot{x} + h = \tau - f \quad (10)$$

ここに、アームの位置を x 、質量を m 、アームから対象
環境に作用する力を f 、アームの駆動力を τ 、アームに作
用する摩擦などの干渉力を h で表わす。また、アームと
接触する対象環境の機械的インピーダンスを次式で表わ
す。

$$f/\dot{x} = z_e(s) \quad (11)$$

また、指令駆動力を τ_c として1自由度系のモデルダイ
ナミクスをつぎのように与える。

$$\ddot{m}\ddot{x} = \tau_c - f \quad (12)$$

このとき外乱オブザーバの伝達関数を ϕ 、フィルタを k
とおけば(8)式に対応してつぎの表現が得られる。

$$\dot{x} = \tau_c/z_{a+e} + (1 - k\phi)\{\Delta\dot{x} - (h_s - w_n)/z_{a+e}\} - w_n/z_{a+e} \quad (13)$$

ただし、

$$z_{a+e}(s) = \bar{m}s + z_e(s), \quad \Delta = \frac{(\bar{m} - m)s - h_D}{\bar{m}s + z_e}$$

これより(13)式右辺第2項以下を小さくできれば(12)式
のモデルダイナミクスが実現できることがわかる。しか
し、 $(1 - k\phi)$ を全周波数領域で零にすることは困難であ
り、耐ノイズ特性の観点からも k は高周波領域で遮断特
性をもつことが望ましい。また、このことがシステムの
ロバスト安定化へ寄与する場合もありうる。いま、伝達
関数 $k\phi$ が低域通過特性をもち、そのゲイン余裕が $1/a_R$
で与えられるものとする。一方、 $h_s = 0, w_n = 0$ とおけば

(13)式はつぎのようにかける.

$$\dot{x} = \frac{\tau_c}{ms + z_e} \frac{1}{1 + k\phi\bar{J}} \quad (14)$$

ただし $\bar{J}$ は、対象環境がつぎのような 2 次の機械的インピーダンス

$$z_e = m_e s + k_{ev} + k_{ep}/s \quad (15)$$

で表わされるとしたときつぎのように表わされる.

$$\bar{J} = \frac{(\bar{m} - m)s^2}{(m + m_e)s^2 + k_{ev}s + k_{ep}} \quad (16)$$

アームが対象環境に接触していない場合 ($z_e = 0$)

$$\bar{J} = \frac{\bar{m} - m}{m} \quad (16.a)$$

となるので、安定条件は(14), (16.a)式よりつぎのように与えられる.

$$-1 < \frac{\bar{m} - m}{m} < \frac{1}{\alpha_R} \quad (17)$$

あるいは

$$0 < \bar{m} < m + \frac{m}{\alpha_R} \quad (17.a)$$

したがって、 α_R が十分に小さければ、 $\bar{m}$ は広い範囲で任意に設定できることになる。また、逆に z_e が十分に大きい場合は任意の $\bar{m}$ に対して

$$\bar{J} = 0 \quad (16.b)$$

となるため制御系は安定である.

$z_e \neq 0, \infty$ の場合、 $\bar{J}$ は共振周波数 $\omega_1 = \{k_{ep}/(m + m_e)\}^{1/2}$ で

$$\bar{J} = -\frac{m - \bar{m}}{k_{ev}} \omega_1 j \quad (16.c)$$

となるので、伝達関数 $k\phi e^{-j\pi/2}$ のゲイン余裕が $1/\alpha_1$ で与えられるとすれば、 $m > \bar{m}$ のとき安定性を保つためには少なくとも次式が成立する必要がある.

$$\frac{m - \bar{m}}{k_{ev}} \omega_1 < \frac{1}{\alpha_1} \quad (18)$$

このことは対象環境との接触による $\bar{J}$ の位相特性まで考慮すれば安定性のマージンが減少することもありえることを示している。一方、外乱補償制御の立場から少なくとも低周波領域で $k\phi \approx 1$ であることが望ましい。したがって、(14)式において $k\phi\bar{J}|_{s=j\omega}$ が $(-1, 0)$ を回り込んではならないことを考慮すれば、外乱補償制御系におけるロバスト安定性と外乱抑圧性能とはトレードオフさせねばならないことがわかる.

2.2.2 外乱補償制御系の μ 解析

Fig. 2 は(13)式に対応した、重み行列を含む拡大システムの一般化プラント表現を示す。このとき、 $\tau_c = 0$ とした場合の一般化プラント P はつぎのように表わせる.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ e \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} w_p \\ h_s/z_{a+e} \\ w_n/z_{a+e} \\ u \end{bmatrix} \quad (19)$$

ただし、

$$P := \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ w_1 & -w_1 & -w_1 & -w_1 \\ \phi & -\phi & \phi w_2 & 0 \end{bmatrix}$$

y は外乱オブザーバからの出力、 u はフィルタからシステムへの入力、 w_p は摂動 Δ からシステムへの入力を表わす。 w_1 は出力誤差 e に関する重み関数で低周波領域で大きくとる。 w_2 はノイズに関する重み関数であり、外乱推定に微分動作が含まれる場合には高周波領域で大きくとればよい.

一般化プラント P とフィルタ k とから構成されるシステム G は P と k の LFT 表現としてつぎのように与えられる.

$$G = F_l(P, k) = \begin{bmatrix} 1 - k\phi & -1 + k\phi & -k\phi w_2 \\ w_1(1 - k\phi) & -w_1(1 - k\phi) & -w_1 w_2 k\phi \end{bmatrix} \quad (20)$$

ここで、 $w_p = \Delta \dot{x}$ なる摂動が生じたときの $[h_s/z_{a+e}, w_n/z_{a+e}]^T$ から e までの伝達関数を $F_u(G, \Delta)$ とおくと、任意の安定な $\Delta(s) \in \{\Delta | \Delta(s_0) \in C \text{ for } \forall s_0 \in \bar{C}_+, \|\Delta\|_\infty < 1/\beta (\beta > 0)\}$ ($\bar{C}_+ = \{z | z \in C, \text{Real}(z) \geq 0\}$) に対して $F_u(G, \Delta)$ が安定で、かつ $\|F_u(G, \Delta)\|_\infty < \beta$ であるための必要十分条件はロバストパフォーマンス定理⁸⁾よりつぎのように与えられる.

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta P}(G(j\omega)) < \beta \quad (21)$$

ここで、 μ は構造化特異値⁹⁾を表わしており次式で定義される.

$$\mu_{\Delta P}(G) := \frac{1}{\min \{ \bar{\sigma}(\bar{J}): \bar{J} \in \Delta_P, \det(I - G\bar{J}) = 0 \}}$$

ただし、

Fig. 2 Generalized plant for 1 DOF disturbance compensation system

$$\Delta_P = \left\{ \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_f \end{bmatrix} : \Delta \in C, \Delta_f \in C^{2 \times 1} \right\}$$

ここで、数値例として k に Butterworth フィルタを用いた場合について検討する。Fig. 3 はカットオフ周波数 $f_c=20$ [Hz] に設定した 3 次の Butterworth フィルタと出力誤差およびノイズに関する重み関数をそれぞれつぎのように選んだときの k, w_1, w_2 のゲイン特性を示す。

$$k = \frac{1984400}{s^3 + 251.3s^2 + 31583s + 1984400} \quad (22.a)$$

$$w_1 = \frac{100}{(s+1)^2} \quad (22.b)$$

$$w_2 = \frac{s+1}{s+100} \quad (22.c)$$

外乱オブザーバには 10 [msec] の推定時間遅れがあるものとして $\phi(s)$ は $\phi = e^{-s/100}$ に対するつぎのような近似式を用いることにする。

$$\phi(s) = \frac{-0.01s+2}{0.01s+2} \quad (22.d)$$

Fig. 4 は f_c をそれぞれ 10, 20, 30 [Hz] と選んだときの μ をプロットしたものである。これより k に 3 次の Butterworth フィルタを用いた場合には $\|\Delta\|_\infty < 1/1.8 \approx 0.55$ 程度の摂動に対してはロバスト安定で、 $\|F_u(G, \Delta)\|_\infty < 1.8$ 程度の外乱抑圧性能をもつことになる。

2.2.3 μ シンセシスによるフィルタの設計

μ の性質を考慮すれば、(21) 式の摂動 Δ_P の構造に対してつぎの関係式が成り立つ⁸⁾。

Fig. 3 Weight function w_1, w_2 and butterworth filter k

Fig. 4 μ plot of closed loop system $G=F_1(P, k)$

$$\mu_{\Delta_P}(G(j\omega)) \leq \inf_{\substack{\text{stable } k \\ \text{stable, minimum phase } d}} \bar{\sigma} \left(\begin{bmatrix} d(s) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} d(s)^{-1} & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \right)_{s=j\omega} \quad (23)$$

$d(s)$ は安定かつ最小位相特性をもつ適当な伝達関数である。したがって、(21) 式の左辺を極小化する $k(s)$ を設計することはつぎの最小化問題を解くことと等価である。

$$\min_{\substack{\text{stable } k \\ \text{stable, minimum phase } d}} \left\| \begin{bmatrix} d(s) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} d(s)^{-1} & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (23.a)$$

上記の最適化問題を解く一般的な方法は知られていないが、近似的な最適化法としていわゆる D-K iteration と呼ばれる手法が Doyle によって提案されている。これは、スケーリングマトリクス $\text{diag}(d, 1)$ および $\text{diag}(d, 1, 1)$ とフィルタ k を交互に固定して (23.a) 式の最適解を繰り返し求めていく手法である。

ここで、2.2.2 項で定義した ϕ と重み関数 w_1, w_2 から構成される一般化プラント P の状態空間表現を求め、MATLAB を用いて μ シンセシスを行い (23) 式の最適化問題の近似解を D-K iteration により求める。最初に $d=1$ とおいて $\|G\|_\infty$ を最適化する k を H_∞ 制御問題を解いて求め、つぎに k を固定して $\bar{\sigma}(\text{diag}(d, 1)G \text{diag}(d^{-1}, 1, 1))_{s=j\omega}$ を最小化する $d(s)$ を求め、これを適当な 1 次の伝達関数で近似する。さらに、 $d(s)$ を固定して $\|\text{diag}(d, 1)G \text{diag}(d^{-1}, 1, 1)\|_\infty$ を最適化する k を求めれば 6 次の伝達関数で表わされる近似解を得る。これは適当な低次元化手法により 3 次の伝達関数で近似表現できて結果的に D-K iteration を 1 回行った後の近似解がつぎのように求められる。

$$k = \frac{-s^3 + 1336s^2 + 315384s + 1630860}{s^3 + 16087s^2 + 324846s + 1639570} \quad (24)$$

このときの $G=F_1(P, k)$ の μ 解析の結果、 $\mu_{\Delta_P}(G(j\omega)) \approx 1.1$ であった。 k に 3 次の Butterworth フィルタを用いた場合に比べ μ のピーク値が減少し、 $\|\Delta\|_\infty < 1/1.1 \approx 0.9$ 程度までの摂動に対してロバスト安定で $\|F_u(G, \Delta)\|_\infty < 1.1$ 程度の外乱抑圧性能を示し、ロバストパフォーマンスのレベルが改善したことがわかる。

Fig. 5 は $k(s)$ のボード線図を示す。(24) 式の μ シンセシスによるフィルタは (22.a) 式の Butterworth フィルタに比べ中間周波数領域での減衰が大きく、また、位相特性が非常に平坦で -90° 以内になっており、このことは $k\phi$ のナイキスト線図が複素平面上のほぼ第 4 象限内にとどまることを意味している。したがって、1 自由度の外乱補償制御系を表わす (14) 式を考えれば、Butterworth フィルタに比べ同じ摂動 Δ に対する優れた位相余裕をもつことになるためシステムがよりロバスト安定

Fig. 5 Bode plot of μ -synthesis filter $k(s)$

になっているものと考えられる。

2.3 多関節マニピュレータにおける外乱補償制御系の μ 解析

前節では 1 自由度アームの外乱補償制御系に関する μ 解析・シンセシスを行った。一方、(8)式が示すように多関節マニピュレータにおける摂動 Δ は各関節間の相互干渉をも含むため、システムのロバストパフォーマンスのレベルを調べるためには改めて μ 解析をする必要がある。出力誤差と観測ノイズに関する重み関数行列を $w_1 I_n, w_2 I_n$ (I_n は $n \times n$ の単位行列) としたときのフィルタ $k(s)$ を含む (8) 式に対応した拡大システム Γ がつぎのように表わされる。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \\ e \end{bmatrix} = \Gamma \begin{bmatrix} W_p \\ z_{a+e}^{-1} h_s \\ z_{a+e}^{-1} W_n \end{bmatrix} \quad (25)$$

ただし、

$$\Gamma := \begin{bmatrix} (1-k\phi)I_n & -(1-k\phi)I_n & -k\phi w_2 I_n \\ (1-k\phi)w_1 I_n & -(1-k\phi)w_1 I_n & -k\phi w_1 w_2 I_n \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \dot{q} - z_{a+e}^{-1} \tau_c$$

Fig. 6 は $W_p = \Delta \dot{q}$ なる摂動を生じているときの多関節マニピュレータの外乱補償制御系を示している。このとき、 $[z_{a+e}^{-1} h_s, z_{a+e}^{-1} W_n]^T$ から e までの伝達関数行列を $F_u(\Gamma, \Delta)$ とおけば、任意の安定な $\Delta(s) \in \{\Delta(s) \mid \Delta(s_0) \in C^{n \times n} \text{ for } \forall s_0 \in \bar{C}_+, \|\Delta\|_\infty < 1/\beta (\beta > 0)\}$ に対して $F_u(\Gamma, \Delta)$ が安定で、かつ $\|F_u(\Gamma, \Delta)\|_\infty < \beta$ であるための必要十分条件はロバストパフォーマンス定理よりつぎのように与えられる。

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta_r}(\Gamma(j\omega)) < \beta \quad (26)$$

ただし、

Fig. 6 Disturbance compensation system of multiple DOF manipulator with perturbations

$$\Delta_r = \left\{ \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_r \end{bmatrix} : \Delta \in C^{n \times n}, \Delta_r \in C^{2n \times n} \right\}$$

構造化特異値の性質より、(26)式左辺の μ は安定かつ最小位相特性をもつ適当な伝達関数 $d(s)$ を用いたつぎの関係式を満足する⁸⁾。

$$\mu_{\Delta_r}(\Gamma(j\omega)) \leq \bar{\sigma} \left(\begin{bmatrix} dI_n & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \Gamma \begin{bmatrix} d^{-1}I_n & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix} \right) \Big|_{s=j\omega} \quad (27)$$

(27)式右辺は行や列を入れ換える適当な変換行列 T_r, T_c を用いて

$$T_r \begin{bmatrix} dI_n & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \Gamma \begin{bmatrix} d^{-1}I_n & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix} T_c = \tilde{\Gamma} \quad (28)$$

$$\tilde{\Gamma} := \text{diag}(\tilde{G}, \dots, \tilde{G}), \quad \tilde{G} := \begin{bmatrix} d & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} d^{-1} & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}$$

のように表わせることからつぎの結果を得る。

$$\bar{\sigma} \left(\begin{bmatrix} dI_n & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \Gamma \begin{bmatrix} d^{-1}I_n & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix} \right) \Big|_{s=j\omega} \\ = \bar{\sigma}(T_r^{-1} \tilde{\Gamma} T_c^{-1}) \Big|_{s=j\omega} \leq \bar{\sigma}(\tilde{\Gamma}) \Big|_{s=j\omega} = \bar{\sigma}(\tilde{G}) \Big|_{s=j\omega} \quad (29)$$

したがって、少なくとも k と d を 2.2.3 項で (23) 式を最適化した近似解に選べば、(27)式より多関節マニピュレータの外乱補償制御系においても同一の外乱オブザーバ(ϕ)、重み関数 (w_1, w_2) に対するロバストパフォーマンスのレベルは保存されることがわかる。

3. 外乱補償制御を含む動的ハイブリッド制御系

前章までは、任意の指令関節駆動力ベクトル(定数)に対する関節角度ベクトルの応答をモデルシステムの応答にマッチングさせるものとしてマニピュレータにおける外乱補償制御を定式化した。一方、指令関節駆動力ベクトルはマニピュレータの作業目的によって位置制御系や力制御系が構成されるように与えられねばならない。一般にこれらの制御系を実現するマニピュレータの動的制御はシステムの外乱やモデリング誤差に対処するためのサーボ補償を含むが、外乱補償制御により (3) 式のモデルダイナミクスが厳密に実現できれば原理的には不要となる。しかしながら、完全な外乱補償は不可能であるか

ら実際には適当なサーボ系を構成するほうが実用上望ましい。ただしこの場合位置や力のフィードバックを伴うことになるため、外乱補償制御系との干渉がシステムの安定性や制御性能に与える影響を考慮しなければならない。

ここでは、Fig. 1 の Dynamic controller において位置制御と力制御を兼ね備えた動的ハイブリッド制御系がモデルシステムに対して構成される場合について検討する。

3.1 マッチングシステムと動的ハイブリッド制御

(3)式より $\ddot{q} = z_a^{-1} \varepsilon \tau_c$ はモデルマニピュレータシステムの指令トルクベクトルに対する関節角速度ベクトルの理想応答であるので、(25)式で定義された ε を用いて外乱補償制御により達成されるマッチングシステムがつぎのように表わされる。

$$\ddot{M}\ddot{q} + J^T\ddot{F} = z_a^{-1}\varepsilon\ddot{q} = \tau_c \quad (30)$$

$$\dot{q} = \dot{q} + \varepsilon \quad (31)$$

これは外乱補償制御が完全に達成されている場合 ($\varepsilon = 0$) には (3) 式のモデルシステムに一致する。

動的ハイブリッド制御は (30), (31) 式において観測出力を $q, \dot{q}, F (=Z_e \dot{q})$ として Fig. 7 のように構成される。いま、マニピュレータ先端が接触している対象環境から受ける拘束の式 (拘束曲面) が既知でつぎのように与えられているものとする。

$$r_F(r) = 0 \quad (32)$$

ここで、 $\{r_F(r), r_P(r)\}$ の各要素が独立となるようなベクトル $r_P(r)$ を選んで、一般化座標 $r_c = [r_P^T, r_F^T]^T$ およびこれに対応する一般化力 $f_c = [f_P^T, f_F^T]^T = E^{-T}F$ ($E = \partial r_c / \partial r^T$) を定義する。このとき、動的ハイブリッド制御のための線形化補償器を含むつぎのような制御則が考案されている¹⁾。

$$\tau_c = \hat{M}J^{-1} \left\{ E^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \dot{E}\dot{q} \right\} - J\dot{q} + J^T E^T \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$u_1 = \ddot{r}_{Pr} + K_{Pd}(\dot{r}_{Pr} - \dot{r}_P) + K_{Pp}(r_{Pr} - r_P) \quad (33.a)$$

Fig. 7 Dynamic hybrid control system of multiple DOF manipulator

$$u_2 = f_{Pr} + K_{Fi} \int_0^t (f_{Pr} - f_F) d\tau \quad (33.b)$$

ただし、 r_{Pr} は可動方向に対する位置の目標軌道、 f_{Pr} は拘束方向に対する力の目標軌道、 K_{Pd}, K_{Pp}, K_{Fi} はフィードバックゲインである。

ここでは位置の目標軌道の含む周波数帯域が制限され、 E や J に関する時間微分の項の影響はほとんど無視できるものとする。このとき、(30)式に(33)式を代入し、

$$\dot{f}_c = E\dot{r}_c = EJ\dot{q}$$

$$\ddot{f}_c = E\ddot{r}_c + \dot{E}J\dot{q} + EJ\ddot{q} \approx EJ\ddot{q}$$

$$\ddot{F} = E^T \ddot{f}_c$$

を考慮すればつぎの結果を得る。

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \ddot{f}_c + EJ\hat{M}^{-1}J^TE^T \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \end{bmatrix} - \ddot{f}_c = 0 \quad (34)$$

対象環境が、マニピュレータとの接触面に対して垂直方向の動きを拘束し、水平方向にはほとんど干渉力を発生しないと仮定すれば、 $\ddot{f}_c = [\ddot{f}_P^T, 0]^T$, $\ddot{f}_c = [0, \ddot{f}_F^T]^T$ および行列 $EJ\hat{M}^{-1}J^TE^T$ の正定値性より次式を得る。

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \ddot{f}_c \approx EJ\ddot{q} \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \end{bmatrix} = \ddot{f}_c = E^{-T}\ddot{F} = E^{-T}Z_e J\ddot{q} \quad (36)$$

したがって、(33.a), (33.b) 式を考慮すれば ε が十分小さいとき $r_P = r_{Pr}$, $f_F = f_{Pr}$ を得ることがわかる。そのためには外乱補償制御を含む動的ハイブリッド制御系が安定で誤差ダイナミクスが十分に補償されていなければならない。

3.2 外乱補償制御を含む動的ハイブリッド制御系の μ 解析

マッチングシステム (30), (31) 式に対して動的ハイブリッド制御系を構成した場合、Fig. 6 の外乱補償制御系は Fig. 7 の ε から $\dot{q}$ までの伝達関数行列を $T_{hyb}(s)$ とおけば Fig. 8 のように書き換えられる。したがって、(26) 式のロバストパフォーマンスのレベルを保つための摂動 Δ の許容範囲はつぎのように与えられる。

$$\|\Delta(s)T_{hyb}(s)\|_\infty < \frac{1}{\beta} \quad (37)$$

これより、少なくとも $\|T_{hyb}\|_\infty < 1$ であれば動的ハイブリッド制御系を組み合わせたとしてもロバストパフォーマンス

Fig. 8 Equivalent system of disturbance compensation system with dynamic hybrid controller

ンスのレベルは低下しないことがわかる。逆に、ある周波数帯域で $|T_{hyb}| \ll 1$ が成り立てばその帯域での摂動 Δ のシステムへの影響が減少する。

T_{hyb} は (30)~(36) 式を使って以下のように求められる。まず、(33.a), (33.b) 式をつぎのように書き換える。

$$\begin{aligned} u_1 &= [I \quad 0] \{ \dot{r}_{cr} + K_{Pd}(\dot{r}_{cr} - \dot{r}_c) + K_{Pp}(r_{cr} - r_c) \} \\ &\approx [I \quad 0] \{ \dot{r}_{cr} + K_{Pd}\dot{r}_{cr} + K_{Pp}EJq_r \\ &\quad - K_{Pd}EJ\dot{q} - K_{Pp}EJq \} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} u_2 &= [0 \quad I] \left\{ f_{cr} + K_{Fi} \int_0^t (f_{cr} - f_c) d\tau \right\} \\ &= [0 \quad I] E^{-T} \left\{ F_r + K_{Fi} \int_0^t (F_r - F) d\tau \right\} \end{aligned} \quad (39)$$

ただし、 q_r は r_{cr} に対応した関節座標上での目標軌道、 F_r は基準座標における力の目標値である。 T_{hyb} を求めるため、 $\tau_{ref}=0$ すなわち $q_r=q_0$ =一定、 $F_r=0$ とおいて (38) 式を (35) 式に代入すればつぎの結果を得る。

$$\begin{aligned} [I \quad 0] EJ\ddot{q} \\ = [I \quad 0] \{ -K_{Pd}EJ\dot{q} - K_{Pp}EJ(q - q_0) \} \end{aligned} \quad (40)$$

両辺をラプラス変換すれば右辺第 2 項は

$$K_{Pp}EJ \left(\frac{\dot{q}}{s} + \frac{1}{s} \lim_{t \rightarrow 0} \int_0^t \dot{q} dt - \frac{q_0}{s} \right) = K_{Pp}EJ \frac{\dot{q}}{s}$$

とかけるので次式が成り立つ。

$$[I \quad 0] EJ s \ddot{q} = [I \quad 0] EJ \left(-K_{Pd} - \frac{K_{Pp}}{s} \right) \dot{q} \quad (41)$$

さらに、(31) 式を代入して整理すれば結局次式を得る。

$$[I \quad 0] EJ \dot{q} = [I \quad 0] \frac{s^2}{s^2 + K_{Pd}s + K_{Pp}} EJ \varepsilon \quad (42)$$

また、(39) 式を (36) 式に代入し (2) 式を考慮して両辺をラプラス変換すれば次式を得る。

$$[0 \quad I] E^{-T} Z_c J \dot{q} = [0 \quad I] E^{-T} \left(-\frac{K_{Fi}}{s} \right) Z_c J \dot{q} \quad (43)$$

さらに、(31) 式を代入して整理すれば次式を得る。

$$[0 \quad I] Z_c EJ \dot{q} = [0 \quad I] \frac{s}{s + K_{Fi}} Z_c EJ \varepsilon \quad (44)$$

ただし、

$$Z_c = E^{-T} Z_e E^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{cF} & 0 \\ 0 & Z_{cF} \end{bmatrix} \quad (45)$$

これは一般化座標からみた対象環境の機械的インピーダンスを表わしており、ここでは簡単のため拘束面の垂直方向と水平方向の相互干渉はないものとした。

ここで、(42), (44) 式をまとめればつぎの結果を得る。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & Z_{cF} \end{bmatrix} EJ \dot{q} \\ = \begin{bmatrix} \frac{s^2}{s^2 + K_{Pd}s + K_{Pp}} I & 0 \\ 0 & \frac{s}{s + K_{Fi}} Z_{cF} \end{bmatrix} EJ \varepsilon \end{aligned} \quad (46)$$

これより ε から $\dot{q}$ への伝達関数行列 T_{hyb} がつぎのように求められる。

$$T_{hyb} = (EJ)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{s^2}{s^2 + K_{Pd}s + K_{Pp}} I & 0 \\ 0 & \frac{s}{s + K_{Fi}} I \end{bmatrix} EJ \quad (47)$$

これより、 T_{hyb} は高周波領域で $|T_{hyb}| \approx 1$ 、低周波領域では $|T_{hyb}| \approx 0$ となることがわかる。ただし、 $\|T_{hyb}\|_{\infty} < 1$ は一般的には成立しない。したがって、ある周波数帯域での Δ の許容範囲を狭める可能性は存在するが、低周波領域での Δ の許容範囲は拡大し、同程度の大きさの摂動であれば Δ のシステムへ与える影響をより減少させることができる。

4. シミュレーション

外乱補償制御系の制御性能を数値シミュレーションにより検証する。Fig. 9 にシミュレーションに用いた 2 自由度マニピュレータと対象環境のモデル (2 次系) を示す。対象環境表面にはスライダが取り付けられ、マニピュレータ先端とジョイントで結合されているものとする。

Table 1 はマニピュレータの物理パラメータを示す。

シミュレーションではこのモデルで (33) 式の動的ハイブリッド制御を行った場合の挙動について調べる。目標とする押し付け力に対して対象環境の x 方向のインピーダンスが十分に大きい場合、拘束面の方程式は $x \approx \text{constant}$ となるので $E = \text{diag}(1, 1)$ となる。また、対象環境モデルの各パラメータをつぎのように与える。

$$M_e = 5[\text{kg}], K_e = 500[\text{N/m}],$$

$$D_{ex} = 10[\text{Ns/m}], D_{ey} = 0.1[\text{Ns/m}]$$

ハイブリッド制御における位置と力の目標軌道 $y_r(t)$, $F_{xr}(t)$ をそれぞれつぎのように定める。

$$y_r(t) = 0.36 + 0.05(1 - \cos 2\pi t)$$

$$F_{xr}(t) = 1 + u(t-1/3) - u(t-2/3)$$

ただし、 $u(t)$ はステップ関数である。制御系はサンプリ

Fig. 9 2 DOF manipulator model for simulation

Table 1 Specification of manipulator for simulation

	Length[m]	Weight[Kg]	Inertia[Kgm ²]
link 1	0.3	0.9	0.0068
link 2	0.2	0.6	0.002

Fig. 10 Simulation result with disturbance compensation using μ -synthesis filter

ング時間 $T_s=0.01[\text{sec}]$ のデジタル制御により構成されるものとし、サーボ補償器のフィードバックゲインはつぎのように与える。

$$K_{pp}=100, K_{pd}=20, K_{fi}=100$$

一方、角速度信号が利用可能であるものとして外乱オブザーバをつぎのように構成する。

$$\tau_{dk}^* = \hat{M}(q_k)(\dot{q}_k - \dot{q}_{k-1})/T_s - (\tau_{k-1} - J^T(q_{k-1})F_{k-1})$$

各変数の添え字 k は $t=kT_s$ におけるサンプル値であることを示す。推定外乱は 1 サンプルの時間遅れをとまうことから 2.3 節の μ シンセシスにより設計された 3 次のフィルタをサンプリング時間 10[msec] で双一次変換したものを用いて推定外乱を補償しハイブリッド制御を行う。ただし、 $\hat{M}$ はマニピュレータの形状からその構造は推定されているが各リンクの質量や慣性モーメントが誤って推定され、 $\hat{M}=aM$ と表わされるものとする。また、設定した目標軌道上において、 $\|T_{hyb}\|_\infty \approx 1$ が成立している。Fig. 10 は $\alpha=1, 3, 10$ としたときの位置 y と力 F_x の時間応答を示したものである。 $\alpha=1, 3$ のときは両者とも安定であるが $\alpha=3$ の場合は y が目標軌道に対して若干誤差を生じている。また、 $\alpha=10$ のときにシステムは不安定となった。Fig. 11 には推定外乱のフィルタリングに 2.2 節で設計したカットオフ周波数 20[Hz]、3 次の Butterworth フィルタをサンプリング時間 10[msec] で双一次変換して用いた場合の応答を示す。この場合 $\alpha=3$ でシステムは不安定となり、 μ シンセシスにより設計されたフィルタがより高いロバストパフォーマンスを示すことがわかる。

ただし、ここではマニピュレータの目標軌道を比較的低い動作周波数領域で設定しており、解析では無視した

Fig. 11 Simulation result with disturbance compensation using butterworth filter

j などに関する非線形フィードバックの高速動作時における影響や対象環境との一方向の拘束、衝突といった問題に対する検討は今後の課題である。

5. む す び

多関節マニピュレータの動的制御に外乱補償制御を組み合わせた場合のシステムの安定性と制御性能について、システムの構造化特異値 (μ) に着目して検討した。力制御のように外部環境との相互作用がある場合も考慮して、最初に対象環境と接触している 1 自由度アームの外乱補償制御について考察した。さらにその一般化プラント表現を求めて μ 解析・シンセシスを行うことにより、推定外乱をフィードバックする際のフィルタを設計し、外乱補償制御系の安定性と制御性能を保証するいわゆるロバストパフォーマンスのレベルを向上できた。これを多関節マニピュレータの外乱補償制御へ拡張し、個々の関節の推定外乱トルクフィードバックのフィルタに 1 自由度アームで設計したフィルタを用いることにより、同様にロバストパフォーマンスを改善できることを示した。

また、これに動的ハイブリッド制御を組み合わせた場合の全システムの安定性と制御性能を μ 解析の立場から考察した結果、ロバストパフォーマンスのレベルを保存するハイブリッド制御のサーボ補償器が満たすべき条件を導いた。このとき、両制御系の組合せ効果によりマニピュレータの動特性に関する情報が不完全な場合でも適当なモデルダイナミクスを選び高精度なハイブリッド制御が実現できることをシミュレーションにより検証した。

最後に、本研究を進めるにあたりご指導いただいた、フィールドシステム R&D センタ涌井所長ならびに同センタ光通信線路研究部川瀬部長に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 吉川恒夫：マニピュレータの力制御，計測と制御，30-5, 383/388 (1991)
- 2) 大西公平：メカトロニクスにおける新しいサーボ技術，電気学会論文誌 D 分冊，83/107 (1987)
- 3) 駒田，大西：関節の加速度コントローラによるロボットのモーションコントロール，日本ロボット学会誌，8-3, 273/280 (1990)
- 4) M. Nakao, K. Ohnishi and K. Miyachi: A Robust Decentralized Joint Control Based on Interference Estimation, Proc. 1987 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 326/331 (1987)
- 5) 宮崎，藤田，大石，荻野： H^∞ トルクオブザーバによるセンサレス力制御，電気学会産業計測制御研資，IIC-91-19 (1991)
- 6) 梅野，堀：2 自由度ロバストサーボ系の構成とマニピュレータの運動制御への応用，電気学会論文誌 D 分冊，110-11, 101 (1990)
- 7) 志村，堀：ロボットマニピュレータにおける力制御のロバスト化と衝突過程の制御，日本ロボット学会誌，11-2, 65/75 (1993)
- 8) J. C. Doyle: Review of LFTs, LMIs and μ , 第 30 回 SICE 学術講演会特別講演資料，28/59 (1991)
- 9) 吉田，山田，辻村，藪田：外乱補償型マニピュレータの

Computed Torque Method, 計測自動制御学会論文集, 27-3, 341/348 (1991)

[著 者 紹 介]

吉 田 耕 一 (正会員)

1989 年，九州大学大学院修士課程修了（電気工学専攻）。同年日本電信電話（株）入社。以来，ロボットハンドの遠隔制御，ロバスト制御，知的制御技術の研究に従事。現在，NTT フィールドシステム R&D センタ研究主任，日本ロボット学会の会員。

藪 田 哲 郎 (正会員)

1974 年，東京大学大学院産業機械工学専門課程修了。同年電信電話公社茨城通信研究所入所。91 年 NTT フィールドシステム R&D センタ主幹研究員，現在に至る。海底光ファイバケーブル，屋外通信設備建設作業用ロボット技術，ニューラルネットワーク技術などの研究に従事（工学博士）。