構造未知な線形離散値系に対する同定入力の一決定法[†]

小林 康秀*・沖田 豪**・魚崎 勝司***

Optimal Input Design for Linear Dynamical Systems with Unknown Structures

Yasuhide KOBAYASHI*, Tsuyoshi OKITA**, and Katsuji UOSAKI***

In this paper, we consider the design of an optimal identification input for discrete-time linear dynamical systems with unknown structures. Firstly, models with distinct structures are hypothesized, following which, the concept of entropy is used to express the uncertainty of these model structures. The observations of the input-output data from the system can be used to reduce the entropy sequentially. The Kullback's divergence for the various model structures gives the upper bound of the expected decrease of the entropy.

The optimal input is the one which maximizes the Kullback's divergence at each period. This optimal input is given as the solution of a non-linear optimization problem. An approximate solution for the problem is also given which requires significantly less computation.

It is demonstrated by simulation that the optimal input can discriminate the true system structure rapidly, compared to a random input. The estimation error of the parameters and the prediction error using the optimal input signal are also superior to the random input case. The proposed method is more effective when the observation noise is relatively large.

Key Words: identification, experimental design, input signal design, structure estimation, linear dynamical system, modeling

1. ま え が き

システム同定を効率的に行うためには、モデル構造の選択や入出力データを得るための実験条件の設定も重要な問題である¹⁾。

これまで、線形モデルの次数決定法として、最終予測誤差規範(FPE)、情報量基準(AIC)、事後確率に基づく方法など様々な研究がなされている²⁾。FPE法では、式誤差が白色でなければならず、一般のARMAXモデルには適用できない^{3),4)}。AICは、Kullbackの情報量に基づく比較的単純で実用性の高いモデルの選択法である⁵⁾。しかし、データ数の増加と共に冗長なモデルを選択する傾向がある^{6),7)}。また、伝達関数モデルを対象とし、行列式比

法により次数を決定する方法も提案されているが^{8),9)}、観測雑音が大きい場合、判定が難しい。一方、構造が未知な非線形系を対象とし、仮説したいくつかのモデルのパラメータを最尤法で推定し、その事後確率が最大となるモデルを最適とする方法が提案されている¹⁰⁾。その方法では、同定入力には正規性白色雑音が用いられており、最適な同定入力については考察されていない。

一方、線形離散値系を対象とした最適入力の設計問題では、主として構造が既知とし、そのパラメータを効率的に推定するための方法が考察されている^{11),12)}。しかし、実際にはシステム構造が未知の場合も多く、静的な系を対象として、構造を決定するのに最適な入力の設計問題が考察されている^{13),14)}。また、パラメータが既知な自己回帰モデルを対象とし、与えられた二つのモデルのうち適切なほうを選択するための入力の設計法が提案されている¹⁵⁾。この方法では、候補モデルを二つに限定する必要がある、それ以上の場合、最適なモデルを識別するのに、これらの手法を複数回繰り返さなければならず、必ずしも効率的な実験方法とはいえない。また、パラメータは与えられたものとしているが、現実にはパラメータも未知である場合も多い。

[†] 第33回自動制御連合講演会(1990・11)、第35回自動制御連合講演会(1992・10)で発表

* 呉工業高等専門学校、呉市阿賀南2-2-11

** 山口大学工学部、宇部市常盤台2557

*** 鳥取大学工学部、鳥取市湖山町南4-101

* Kure National College of Technology, Kure

** Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube

*** Faculty of Engineering, Tottori University, Tottori
(Received February 15, 1993)

(Revised November 10, 1993)

そこで本論文では、伝達関数モデルで表わされ、その構造およびパラメータが未知な線形離散値系を対象とし、同定のために最適な入力の設計問題を考察する。まず、構造の異なる複数のモデルの仮説を立てる。各モデルのパラメータは最尤法、システム構造は各モデルに対する事後確率より推定する。このような同定を行う際に用いる入力の決定法について考えよう。推定したモデルに関するあいまいさの度合いをエントロピーを用いて表わす。観測値を得れば、このエントロピーを減少させることができ、この減少量が最大となる入力が望まれる。しかし、これは入力を加える前に具体的に得られないため、エントロピーの減少量と関連づけられる Divergence を最大にする入力を採用しよう。この入力は、一般には非線形最適化問題の解として得られるが、計算量を節減した近似解も導出している。さらに、本方法の理論的正当性をシミュレーションにより検証する。

2. 問題の設定

k 時刻での入出力をそれぞれ $u(k)$, $x(k)$ とし、つぎの伝達関数モデルで表わされるシステムを対象とする。

$$x(k) = \sum_{h=1}^n a_{oh}x(k-h) + \sum_{j=1}^r b_{oj}u(k-j), \quad k \geq 1 \quad (1)$$

$$\theta_0 = (a_{o1}, a_{o2}, \dots, a_{on}, b_{o1}, b_{o2}, \dots, b_{or})^T \quad (2)$$

ここで、 θ_0 は、 $(n+r)$ 次元の未知パラメータである。

実際のシステムでは、入力 $u(k)$ には定格などの物理的な制約が考えられる。そこで、つぎの制約条件が与えられるものとする^{12)~15)}。

$$|u(k)| \leq c \quad c: \text{定数} \quad (3)$$

一方、観測方程式は、つぎのように与えられる。

$$y(k) = x(k) + v(k), \quad k \geq 1 \quad (4)$$

ここで、 $v(k)$ は観測雑音であり、白色正規雑音 $v \sim N(0, \sigma_v^2)$ とする。また、 k 時刻での観測値系列は次式で与えられる。

$$Y_k = \{u(0), y(1), u(1), \dots, u(k-1), y(k)\} \quad (5)$$

以下では、同定に最適な入力を決定し、システムの構造およびパラメータを推定する問題を考察する。

3. システム同定

システムの構造は未知であるが、実際の現象などを考慮してある程度構造が推測される場合は、それに基づいていくつかのモデルを設定する。一方、構造に関する先験情報が与えられない場合は、簡単な構造からモデルを設定する。

まず、(1), (2) 式に準じてつぎの M 個のモデルを設

定する。

$$x_i(k) = \sum_{h=1}^{n_i} a_{ih}x_i(k-h) + \sum_{j=1}^{r_i} b_{ij}u(k-j) \quad (6)$$

$$i=1, 2, \dots, M$$

$$\theta_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in_i}, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ir_i})^T \quad (7)$$

パラメータ θ_i は連続量であり、その先験分布は未知であるが、観測雑音の先験分布は既知であるため、最尤法により θ_i を推定しよう。

$$L(\hat{\theta}_i) = \text{Max} \sum_{k=1}^k (\log P(y(k')|\theta_i)) \quad (8)$$

ここで、 $\hat{\theta}_i(k)$ は、漸近的に平均 θ_{io} 、共分散行列 Λ_i なる正規分布に従うことが知られている¹⁶⁾。なお、正しい構造のモデルの推定値は、 θ_0 の一致推定量である。

つぎに、システム構造は未知であるので、仮説を立てたモデルに対し事後確率を算出しよう。観測値系列 Y_k の下で、モデル i ($i=1, 2, \dots, M$) に対する事後確率 $\Pi(i|Y_k)$ は、ベイズの定理より、つぎのように逐次与えられる¹⁰⁾。

$$\Pi(i|Y_k) = \Pi(i|Y_{k-1}) \frac{P(y(k)|i, Y_{k-1}, u(k-1))}{P(y(k)|Y_{k-1}, u(k-1))} \quad (9)$$

$$\Pi(i|0) = P_i$$

(9) 式により求めた事後確率が最大となるモデルを採用する。

なお、構造に関する先験情報がない場合は、初期確率を等確率に与える。

$$P_i = 1/M, \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (10)$$

4. 同定入力の決定

構造が既知のシステムに対しては、システムに関する情報を最大にする入力を設定し、パラメータをより精度よく推定する方法が提案されている^{11), 12)}。しかし、構造が未知の場合は、パラメータのみでなく構造も速く識別しなければならない。特に、SN 比が悪い場合、構造を識別するのに多くのデータが必要なので、パラメータの推定精度と共に構造を速やかに識別することが重要となる。そこで、システム構造を識別するため、構造のあいまいさをエントロピーにより表わす。

$$S_k = - \sum_{i=1}^M \Pi(i|Y_k) \log \Pi(i|Y_k) \quad (11)$$

いま、同定入力 $u(k)$ を決定する方法を考えよう。システム方程式から明らかのように、入力 $u(k)$ を与えれば、 $k+1$ 時刻において $y(k+1)$ が得られる。したがって、 $u(k)$ および $y(k+1)$ は、それらを得る前の観測値系列 Y_k でのエントロピー S_k を、 $k+1$ 時刻に $y(k+1)$ を得た後でのエントロピー S_{k+1} に減少させる働きをする。そこで、現時刻で与える入力 $u(k)$ は、このエントロピーの

減少量の期待値が最大になるように与えることが望まれる。そこで、エントロピー減少量の期待値を求めよう。

$$R_k = S_k - \int S_{k+1} P(y(k+1) | Y_k, u(k)) dy(k+1) \quad (12)$$

上式に、(9)式を代入すれば、次式を得る。

$$R_k = \sum_{i=1}^M \Pi(i | Y_k) \int P(y(k+1) | i, Y_k, u(k)) \times \log \frac{P(y(k+1) | i, Y_k, u(k))}{P(y(k+1) | Y_k, u(k))} dy(k+1) \quad (13)$$

上式の積分は、解析的に実行できないので、数値積分を用いなければならない。このため R_k を同定入力決定のための評価とすれば、 R_k を入力 $u(k)$ について最適化する際に、数値積分を繰り返さなければならず、相当の計算量が必要となる。そこで、つぎの不等式¹⁷⁾を用い、解析的に積分可能な評価量を導入しよう。

$$\begin{aligned} & P(y(k+1) | i, Y_k, u(k)) \\ & \times \log \frac{P(y(k+1) | i, Y_k, u(k))}{P(y(k+1) | Y_k, u(k))} \\ & \leq \sum_{j=1}^M \Pi(j | Y_k) \\ & P(y(k+1) | i, Y_k, u(k)) \\ & \times \log \frac{P(y(k+1) | i, Y_k, u(k))}{P(y(k+1) | j, Y_k, u(k))} \end{aligned} \quad (14)$$

上式より、 R_k はつぎのように表わすことができる。

$$\begin{aligned} R_k & \leq \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \Pi(i | Y_k) \Pi(j | Y_k) \\ & \left\{ \int P(y(k+1) | i, Y_k, u(k)) \right. \\ & \times \log \frac{P(y(k+1) | i, Y_k, u(k))}{P(y(k+1) | j, Y_k, u(k))} dy(k+1) \\ & + \int P(y(k+1) | j, Y_k, u(k)) \\ & \times \log \frac{P(y(k+1) | j, Y_k, u(k))}{P(y(k+1) | i, Y_k, u(k))} dy(k+1) \left. \right\} \\ & = D_k \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 D_k は Kullback の Divergence と呼ばれ、広い意味でモデル相互間の距離^(注1)を表わしている¹⁸⁾。システム構造をできるだけ速く識別するためには、この D_k を大きくすることが考えられる。そこで、ここでは、次式により最適な同定入力を決定しよう。

$$u^o(k) = \max_{u(k)} D_k \quad (16)$$

観測雑音が正規分布の場合、この D_k は観測値系列 Y_k に基づき、つぎのように具体的に得られる。

$$D_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \frac{\Pi(i | Y_k) \Pi(j | Y_k)}{\sigma_i^2 \sigma_j^2}$$

(注1) Kullback の Divergence は、三角不等式を満足しないので、厳密には距離ではない。

Fig. 1 Flow chart of identification by optimal input

$$\{(\sigma_i^2 - \sigma_j^2)^2 + (\sigma_i^2 + \sigma_j^2)(x_i(k+1) - x_j(k+1))^2\} \quad (17)$$

ただし、 $\sigma_i^2 = \sigma_v^2 + c_i^T \Lambda_i c_i$ 、 $c_i^T = \partial x_i(k+1) / \partial \theta_i$ である。

(17)式の1項目はモデル i および j の共分散の差異を、2項目は平均値の差異を表わし、いずれも $u(k)$ の関数となるため、一般には非線形最適化計算により D_k を最大にする $u(k)$ を求めなければならない。しかし、パラメータの共分散 Λ_i は、データ数 k に逆比例するオーダをもつため、ある以上のデータ数では $\sigma_i^2 \approx \sigma_j^2$ となる。この場合、予測値 $(x_i(k+1) - x_j(k+1))^2$ の項のみが入力 $u(k)$ の関数となり、 D_k は $u(k)$ の2次式で与えられる。この2次の係数は正であるため、 D_k を最大にする $u(k)$ は、入力の制約内の上下限のいずれかで与えられる。したがって、データ数がある程度増加すれば、二つの端点 $u(k) = \pm c$ について D_k の値を求めれば簡単に準最適な入力 $u^*(k)$ を求めることができ、計算量を大幅に節減できる。

(17)式の D_k を最大にする最適な入力を用いた同定法のフローチャートを Fig. 1 に示す。

5. デジタルシミュレーション

5.1 シミュレーションの概要

本方法の理論的正当性を検証するため、つぎの2次系について考察しよう。

$$x(k) = \sum_{h=1}^2 a_{oh} x(k-h) + \sum_{j=1}^2 b_{oj} u(k-j)$$

$$\theta_o = (1.25, -0.533, 0.793, 0.642)^T$$

また、定格などを考え(3)式の入力に対する制約条件を、 $c=1$ とする。システム構造は未知であるので、原則として想定されるすべてのモデルを仮説すべきである。

本方法によれば、システム構造と大きく異なるモデルの事後確率は小さくなり、同定結果にさほど影響しない。逆に、システム構造と類似したモデルほど識別が難しく同定結果に影響する。そこで、計算量も考慮し、ここでは正しい構造を含めつぎの五つのモデルを考える。

- モデル 1 $n_1=1, r_1=1$
 モデル 2 $n_2=2, r_2=1$
 モデル 3 $n_3=2, r_3=2$
 モデル 4 $n_4=3, r_4=2$
 モデル 5 $n_5=3, r_5=3$

事後確率を用いたシステム構造の識別では、SN 比が悪くデータ数が小さい場合、適切な低次元モデルを選択する。その後、データ数の増加と共に正しい構造のモデルの事後確率が最大となり、システムの構造を正しく識別できる¹⁰⁾。特に、観測雑音が非常に小さい場合には、正しい構造を比較的速く識別できるので、システム構造を識別するための入力はいずれもあまり意味をもたない。一方、観測雑音が比較的大きく、データ数によって低次元モデルを選択するような場合は、適切な入力を加えることにより構造を速く識別することが可能と考えられる。そこで、観測雑音が比較的大きいつぎの三つの場合について考察しよう。

- (i) 雑音が大きい場合 $\sigma_v^2=1.0$
 (ii) 雑音がかなり大きい場合 $\sigma_v^2=4.0$
 (iii) 雑音が非常に大きい場合 $\sigma_v^2=9.0$

また、比較のためにつぎのような不規則な入力を用い同じ雑音の大きさ、雑音系列によりシステム同定を行う。

$$u(k) = \text{sgn}(N(0, 1)) \times c$$

なお、入力の絶対値を c としたのは、入力の制約内で SN 比を大きくするためである。さらに、(16) 式による最適入力 $u^o(k)$ を用いた場合と計算量節減のため二つの端点 ± 1 のみにおける D_k の値より求めた準最適入力 $u^*(k)$ を用いた場合の影響についても考察しよう。また、それぞれの入力を用いたシミュレーションを 5 通りの乱数系列について行う。

なお、パラメータ推定のための非線形最適化手法は、収束に優れた Fletcher-Powell 法¹⁹⁾ を用いる。また、各モデルの初期確率は、等確率 ($P_i=0.2$) とする。

5.2 シミュレーション結果と考察

まず、(i) SN 比が悪い場合について、a) 不規則入力、b) 最適入力をそれぞれ用いた場合の事後確率を Fig. 2 (a), (b) に示す。不規則入力を用いた場合、正しいモデル構造 (モデル 3) を識別するのに 34 時刻を要している。これに対し、最適入力を用いた場合は、16 時刻でモデル 3 の事後確率が最大となり、不規則入力に比べ速く正しいモデル構造を識別している。

つぎに、パラメータ推定値の良さについて考察しよう。システムと等価なモデルを決定する同定の立場に立てば、パラメータの推定誤差が考えられる。ここでは、システム構造が未知なため、時刻により選択するモデルの構造が異なっている。そこで、事後確率が最大となったモデルに対するパラメータの推定誤差を次式により評価しよう。

$$J(k) = \sum_{k'=0}^k \|\theta_0 - \hat{\theta}_i(k')\|^2 / \sum_{k'=0}^k \|\theta_0\|^2$$

なお、 $\hat{\theta}_i$ は最適なモデルのパラメータ推定値 $\hat{\theta}_i$ を対応するシステムの入出力 $x(k-h)$, $u(k-j)$ に応じて並べ換え、対応する要素がない場合は零としている。

それぞれの入力により同定した場合、選択したモデルに対するパラメータの推定誤差 $J(k)$ を Fig. 3 に示す。時刻 $k=15$ まではほとんど差がないが、その後は本方法による最適入力の推定誤差が小さくなっている。これは、時刻 $k=16$ で正しいモデル構造を識別しているため、その後の推定誤差が小さくなっていると考えられる。

また、それぞれの入力に対する正しい構造のモデル 3 のパラメータの推定値を Fig. 4 に示す。また、モデル 3 の $k=100$ 時刻までのパラメータの推定誤差は、不規則入力では 0.031662、最適入力では 0.026376 となっている。ここで提案した入力は、Divergence が各時刻で最大となるように設定しているが、正しいモデル構造のパラメータの推定値も、不規則入力に比べ改善されている。これは、 D_k を大きくすることがエントロピーを減少さ

(a) Optimal input

(b) Random input

Fig. 2 A posteriori probabilities of models ($\sigma_v^2=1$)

せ、その中に含まれるパラメータ推定値のあいまいさも減少したため、結果的にパラメータ推定値が改善されたと考えられる。

つぎに、(ii) SN比がかなり悪い場合について、a)不規則入力、b)最適入力をそれぞれ用いた場合の事後確率を Fig. 5(a), (b)に示す。正しいモデル構造(モデル3)を識別するのに、不規則入力では250時刻要するのに対し、最適入力では165時刻で正しく識別している。

また、それぞれの入力を用いた場合の最適なモデルのパラメータの推定誤差 $J(k)$ は Fig. 3 の場合と同様に、最適入力ではシステム構造を早く識別し、その時刻以降でパラメータの推定誤差が小さくなっている。

(iii) SN比が非常に悪い場合では、不規則入力では正しく構造を識別するのに $k=620$ 時刻を要しているが、最適入力では $k=356$ 時刻で正しく構造を識別してい

る。また、 $k=1000$ 時刻での推定誤差 J は、不規則入力では $J=0.20987$ 、最適入力では $J=0.12131$ と半分近くになっている。

一方、モデリングの立場では、そのモデルが入出力データをいかに説明できるかが重要であり、出力に基づくべきである。そこで、モデルの良さをシステムとモデルの予測値の誤差で評価することが考えられる。

$$I(k) = \sum_{k'=6}^k (x(k') - x_k(k'|k'-1))^2$$

それぞれの入力を用い、正しいモデル構造を識別するのに要したデータ数およびパラメータの推定誤差 $J(k)$ 、予測誤差 $I(k)$ の値を Table 1 に示す。いずれの場合も、最適入力では不規則入力に比べ、速く正しいモデルを識別している。また、出力の予測誤差 $I(k)$ も改善されている。特に、システム構造を識別するのに多くのデータを要する観測雑音が大きい場合、より効果が顕著に現われている。一方、計算量削減のため準最適入力を用いた場合も、最適入力の評価にほぼ近いことがわかる。この準最適入力 $u^*(k)$ は、 D_k の値を制約の上下限のみで計算すればよく、入力を決定するための計算量は非常に少ない。そこで、データ数が比較的少ない場合は、最適入力を非線形最適化計算により求め、ある程度のデータ数からは端点のみを探索すれば、効率的で劣化も少ない近似解が得られると考えられる。

さらに、5通りの乱数系列についても、Table 1 とほぼ同様な結果が得られている。これらのことより、提案し

Fig. 3 Estimation error of optimal model used by random and optimal input

(a) Optimal input

(b) Random input

Fig. 4 Estimated parameters of true model used by random and optimal input

(a) Optimal input

(b) Random input

Fig. 5 A posteriori probabilities of models ($\sigma_v^2=9$)

Table 1 Simulation results

		random input	optimal input	sub-optimal input
$\sigma_0^2=1$ ($k=100$)	k_0	34	16	16
	$J(k)$	0.085997	0.062251	0.062251
	$I(k)$	26.914	21.652	21.652
$\sigma_0^2=4$ ($k=300$)	k_0	250	165	229
	$J(k)$	0.23316	0.17354	0.19499
	$I(k)$	98.433	52.696	78.404
$\sigma_0^2=9$ ($k=1000$)	k_0	620	356	367
	$J(k)$	0.20987	0.12131	0.13273
	$I(k)$	415.25	256.76	281.65

た入力を用いれば、より効率的なモデリングが可能であると考えられる。

6. ま と め

構造が未知な線形系を対象とし、同定のための最適入力を決定し、システムの同定を行っている。システムの未知パラメータは最尤法により推定し、事後確率が最大となるモデルをシステム構造としている。その際、システム同定を効率的に行うため、モデル相互の Divergence を最大にする同定入力を提案している。

シミュレーション結果によれば、本方法による入力では、不規則な入力に比べ、より速く正しいモデルを識別できることを検証している。また、選定したモデルのパラメータの推定誤差、予測誤差などの評価も不規則な入力に比べ小さい値を示している。なお、最適入力の効果は、雑音が大きい場合、より顕著に現れている。

さらに、同定入力を求める際の計算量を節減するため、準最適入力を求めた。この入力でも評価の劣化は少なく、最適入力を求める際の計算量を大幅に節減できる。

したがって、提案した入力をもちいれば、より効率的なモデリングが可能であると考えられる。

なお、本論文では、最適な同定入力を(16)式の逐次最適化により求めた。時刻と共に同定精度が向上し、多時刻にわたる予測が可能になれば、多時刻にわたる最適化を行い、同定入力を設計することも考えられる。これらについては、今後さらに検討したい。

参 考 文 献

- 1) 相良節夫：モデリングとシステム同定，電学論 C, 108-5, 292/297(1988)
- 2) 相良，ほか：非線形システムの同定と推定，計測と制御, 26-9, 793/800(1987)
- 3) 中溝高好：信号解析とシステム同定，コロナ社(1988)
- 4) H. Akaike : Fitting Autoregressive Models for Prediction, Ann. Institute Stat. Math. 21, 243/347(1969)
- 5) H. Akaike : Information Theory an Extension of the Maximum Likelihood Principle, Proc. 2nd Int. Symp. on Information Theory, Akademiai Kiado, 267/281, Budapest(1973)

- 6) 特集 情報量基準：数理科学, No. 153(1976)
- 7) R. Shibata : Selection of the Order of an Autoregressive Model by Akaike's Information Criterion, Biometrika, 63-1, 117/126(1976)
- 8) C. M. Woodside : Estimation of the Order of Linear Systems, Preprint 2nd IFAC Symposium on Identification and Param. Estim., Prague Paper 1. 7(1970)
- 9) P. E. Wellstead : An Instrumental Product Moment Test for Model Order Estimation, Automatica, 14, 89/91(1978)
- 10) 沖田，ほか：Bayes の定理に基づく非線形系の一同定法，電学論, 104C, 149/158(1984)
- 11) T. S. NG, Z. H. Qureshi and Y. C. Cheah: Optimal Input Design for an AR Model with Output Constraints, Automatica, 20-3(1984)
- 12) R. K. Mehra : Optimal Input Signals for Parameter Estimation in Dynamic Systems-Survey and New Results, IEEE Trans., AC-19-4(1974)
- 13) G. E. P. Box and W. J. Hill : Discrimination among Mechanistic Models, Technometrics, 9-1, 57/71(1967)
- 14) W. J. Hill and W. G. Hunter : A Note on Designs for Model Discrimination-Variance Unknown Case: Technometrics, 11-2, 396/400(1969)
- 15) 魚崎，ほか：Kullback の識別情報量に基づく自己回帰モデル識別のための最適入力，計測自動制御学会論文集, 24-11(1988)
- 16) 添田，ほか：数理統計の基礎と応用，日新出版(1980)
- 17) S. Kullback : Information Theory and Statistics, John Wiley and Sons, Inc., New York(1959)
- 18) 坂井利之：パターン認識の理論，共立出版(1967)
- 19) 志水清孝：システム制御と数理計画法，コロナ社(1975)

[著 者 紹 介]

小 林 康 秀 (正会員)

1979 年，九州大学大学院工学研究科(電気工学専攻)修士課程修了。同年山口大学工学部助手，89 年大島商船高等専門学校助教授，91 年呉工業高等専門学校電気工学科助教授となり現在に至る。システム同定の研究に従事，電気学会，電子情報通信学会などの会員(工学博士)。

沖 田 豪 (正会員)

1964 年，東北大学大学院工学研究科(電気および通信専攻)修士課程修了。同年広島大学助手，同講師，同助教授を経て，78 年山口大学工学部電子工学科教授，現在に至る。主に，システム同定の研究に従事，電気学会，電子情報通信学会などの会員(工学博士)。

魚 崎 勝 司 (正会員)

1967 年，大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻修士課程修了。同年大阪大学助手(工学部応用物理学科)，同講師，助教授を経て，現在鳥取大学教授(工学部知能情報工学科)。確率システムの同定，推定，最適化に関する研究などに従事(工学博士)。システム制御情報学会，応用数学会，情報処理学会，IEEE, IMS などの会員。