表面電荷法による検電表示器の誘起電圧シミュレーションのための分割方法

井 上 浩*

Method of Finite Element Subdivisions for Simulating Induced
Voltage of Voltage Indicator by Using Surface Charge Method

Hiromu INOUE*

This paper describes methods of finite element subdivisions of a large conductor on which an LCD type voltage indicator is set. Typical three methods are tested by using surface charge method. One of them was in agreement with the experimented result. The method can prevent number of subdivisions from increasing geometrically in the calculation of the voltage that induces in the indicator.

Kew Words: voltage indicator, finite element subdivision, LCD, surface charge method

1. はじめに

検電表示器¹⁾を変電所などの高電圧導体が多い場所に取付ける場合、表面電荷法を用いたコンピュータシミュレーションは導体の分割の方法が異なると計算結果も異なることがある²⁾。本稿では分割数が少なく、実験結果ともほぼ合致する実用的な導体の分割方法を提案する。

2. 表面電荷法による浮遊導体の電位計算

検電表示器の外部から交流電圧を印加する電極を印加電極、同器内部の電極を浮遊電極と呼ぶ。印加電極および浮遊電極を平面三角形要素で構成し、その表面電荷密度を、 X - Y 座標の1次結果で次式のように示す。

$$\sigma = a_1 + a_2 X + a_3 Y \quad (1)$$

三角形要素の頂点座標 $a(X_a, Y_a)$, $b(X_b, Y_b)$, $c(X_c, Y_c)$ の表面電荷密度を σ_a , σ_b , σ_c とすると次式となる。

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_a & Y_a \\ 1 & X_b & Y_b \\ 1 & X_c & Y_c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_a \\ \sigma_b \\ \sigma_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

三角形要素の電荷が(1)式の関係で示されるとき点 $P(x, y, z)$ の電位 V_p は、つぎのように示される。

$$V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_s \frac{\sigma(X, Y)}{r} dXdY \quad (3)$$

ここで、

$$r = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + z^2},$$

(3)式を解くことにより次式を得る³⁾。

$$V_p = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} [2S \quad 2xS + T \quad 2yS + U] \times \begin{bmatrix} 1 & X_a & Y_a \\ 1 & X_b & Y_b \\ 1 & X_c & Y_c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_a \\ \sigma_b \\ \sigma_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} S &= \sum_{a \rightarrow b \rightarrow c} (S_{ab} - S_{ba}) \\ T &= \sum_{a \rightarrow b \rightarrow c} (T_{ab} - T_{ba}) \\ U &= \sum_{a \rightarrow b \rightarrow c} (U_{ab} - U_{ba}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$\sum_{a \rightarrow b \rightarrow c}$ の意味は、 a のところに b を、 b のところに c を、 c のところに a を入れて順次3回合計する。ところで S , T , U は、三角形要素および頂点 p の座標で決まる定数

Fig. 1 Heights from bus bar and dielectric constants on the conductors

* (株) 四国総合研究所電子技術研究所 松山市湊町 6-1-2

* Electrotechnical Lab., Shikoku Research Institute, Inc., Matsuyama

(Received December 24, 1993)

(Revised May 2, 1994)

である。(4)式の計算は、三角形要素の辺が X 軸、または Y 軸に平行である場合、特異点をもち計算できなくなる。そのため座標を回転させ、計算には回転後の座標値を使用する。もとの座標を (x, y) 、 θ だけ回転させたときの座標を (X, Y) とすれば回転後の座標は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ Y &= -x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

浮遊電極上の電荷密度 σ_f も X - Y 座標の 1 次結合で次式のように示されるものとする。

$$\sigma_f = a_1 + a_2 X + a_3 Y \quad (7)$$

更に(2)式を上式に代入し、面積座標 L_a, L_b, L_c を考慮すると次式となる。

$$\sigma_f = L_a \sigma_a + L_b \sigma_b + L_c \sigma_c \quad (8)$$

電極上にとった三角形要素の頂点 u の電位 V_u は次式で示される。

$$V_u = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \sum_{e=1}^n [2S_e \quad 2xS_e + T_e \quad 2yS_e + U_e] \times \begin{bmatrix} 1 & X_{ea} & Y_{ea} \\ 1 & X_{eb} & Y_{eb} \\ 1 & X_{ec} & Y_{ec} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_{ea} \\ \sigma_{eb} \\ \sigma_{ec} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、

e : 分割した印加電極および浮遊電極の要素番号

n : 印加電極および浮遊電極の全要素数

(9)式の $\sigma_{ea}, \sigma_{eb}, \sigma_{ec}$ の係数をそれぞれ P_{ea}, P_{eb}, P_{ec} とすると次式が得られる。

$$V_u = \sum_{e=1}^n (P_{ea} \sigma_{ea} + P_{eb} \sigma_{eb} + P_{ec} \sigma_{ec}) \quad (10)$$

更に、浮遊電極全体の真電荷は 0 となるので次式を得る。

$$\iint_{s_f} \frac{\sigma_f}{\epsilon_f} dS = 0 \quad (11)$$

(8)式を上式に代入し、面積座標の関係を考慮すると次式を得る。

$$\sum_{e=1}^m \left(\frac{\Delta_{ef} \sigma_{ea}}{3\epsilon_f} + \frac{\Delta_{ef} \sigma_{eb}}{3\epsilon_f} + \frac{\Delta_{ef} \sigma_{ec}}{3\epsilon_f} \right) = 0 \quad (12)$$

ここで、

m : 浮遊電極における三角形要素の数

Δ_{ef} : 三角形要素の面積

上式において $\sigma_{ea}, \sigma_{eb}, \sigma_{ec}$ の係数も定数となる。この定数を A_{ef} とすれば次式となる。

$$\sum_{e=1}^m (A_{ef} \sigma_{ea} + A_{ef} \sigma_{eb} + A_{ef} \sigma_{ec}) = 0 \quad (13)$$

検電表示器の構造は、Fig. 1 に示すような平面電極に挟まれた構造である。二つの電極の間に 2 種以上の誘電体がある場合、次式で示されるような平均的な誘電体で満たされているものとする、

$$\epsilon_s = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\epsilon_{si}}} \quad (14)$$

これにより異誘電体の境界に発生する電荷の影響がなくなり電束の連続条件式を省略することができる。(10)、(13)式を連立させマトリクスで表わせば次式となる。

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & -1 & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & A_f & \cdots & 0 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_c \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \sigma_f \\ \vdots \\ \vdots \\ V_f \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_c \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここで、

σ_c : 印加電極の電荷、

σ_f : 浮遊電極の電荷、

V_f : 浮遊電極の電位、

V_c : 印加電極の電位

上式は連立 1 次方程式であり、印加電極および浮遊電極

P3,4 ITO film

P5,6 Common electrode

P7,8 Character electrode

P9,10 Thin copper plate

Fig. 2 Divisions of conductors of voltage indicator

Fig. 3 3 types of divisions of conductors connected to AC source

Table 1 Comparison of calculated value with experimental result

Division	Applied Voltage (Vrms)	
	Calculation	Experiment
(a)	2030	2070
(b)	400	
(c)	1100	

の電荷数と浮遊電極の電位数の和の数と方程式の数が同数あるので、この方程式を解いて浮遊導体の電位 V_f の値を求めることができる。

3. 検電表示器への適用

Fig. 1 にそれぞれの電極の表裏を考慮した表面番号 P_n 、プスパーからの距離 z 、誘電率 ϵ を示す。浮遊電極と

して、ITO フィルム(酸化インジウムを蒸着した透明プラスチックフィルム)と液晶共通電極、液晶文字電極と薄膜電極がありそれぞれリード線で電気的に接続されている。Fig. 2 に検電表示器の電極(浮遊電極)の形状とその分割図を示す。Fig. 3 に印加電極の形状と 3 種類の分割を示す。(a) は検電表示器の中央を原点とし、検電表示器に近い部分を検電表示器の長さの半分とほぼ同じ長さ S_1 に取り、離れるに従って分割長さの差が等差級数的に増加するようにした。すなわち原点から第 n 項までの長さ L は次式で示される。

$$L = S_1 + \sum_{i=2}^n \{S_2 + a(i-2)\} \quad (16)$$

一例として Fig. 3 の(a)大地電極の X 軸に $S_1=30$, $S_2=60$, $a=30$ としたときの値を示す。(b) は(a)とは逆に、中心部に粗に、電極の端を密に取った場合の分割図である。そして(c) は等間隔にとった場合の分割図である。特異点を避けるため座標を 30° 回転した。共通電極と、文字電極の電位差が 'ON' を表示するために必要な電圧は 2.7 V であった。そこでこの電圧になるための印加電圧 E_a を計算と実験で求めた。Table 1 は、計算値と実験値の比較を示している。これによると(a)の分割による計算結果が実験値に最も近く、(c)、(b)の順で誤差が大きくなっている。(a)の計算値は測定結果

に近いものとなった。この分割方法は、大きな導体に対して分割数を比較的少なくすることができるので、今後現場配置でのシミュレーションを行うとき、メモリの節約および計算時間の短縮を図ることができるので有効である。

最後に本稿の作成にあたりご指導を賜った岡山大学中田高義教授に感謝いたします。

参 考 文 献

- 井上, 二宮, 水溪, 大長, 亀谷, 堀: フレキシブル型活線・死線判別表示器の開発, 電気学会, 全国大会 465, 544/545 (1988)
- 中田, 藤原, 相原, 井上: 表面電荷法による誤差の検討, 電気学会電力・エネルギー部門大会, 296 (1992)
- 河野, 宅間: 数値電界計算法, 第 2 刷, 224/225, コロナ社 (1982)