予測制御法によるフィルム厚み制御系の設計法†

赤坂 則之*

The Design Method of a Film Profile Control System by the Predictive Control Method

Noriyuki AKASAKA*

The quality of a wide film manufactured is determined by the flatness of the film thickness along the width of the film. To control the film thickness in the lip-heater method, an uniform distribution of melted polymer flow velocity in the gap between die lips is required, which is realized by making use of one hundred or more regulating heaters.

In this paper, the following technical proposals of the film thickness control system design are described in order to overcome the difficulties of thickness control.

(a) A "fundamental control system" is introduced.

A "fundamental model" consisting of five thickness measurement points and five heaters is assumed. A fundamental control system which can control the thickness of the location corresponding to the position of the central heater at the specified value by using the five heaters is designed. This is based on the idea that in order to effect thickness control along the total width of the film, this fundamental control system is applied to every thickness control point.

(b) The predictive control method is applied to design the fundamental control system design.

Finally, the evaluation of the proposals is conducted by the simulation calculation.

Key Words: fundamental control system, fundamental model, predictive control method, regulating heaters, profile control

1. ま え が き

磁気テープや写真フィルムの素材となるプラスチックフィルムは、2軸延伸あるいは無延伸フィルム製造装置で作られる。2軸延伸フィルム製造装置では、押出機から送り出された溶融樹脂は、ダイでダイ幅方向に広げられ下端のリップ隙間からシート状の樹脂となって吐出される。この樹脂シートはキャストインローラで冷却固化されて縦延伸機と横延伸機に送られ、シートの流れ方向と幅方向に引き延ばされ薄くなった引張強度のあるフィルムが得られる¹⁾。

上述のように作られた広幅なフィルム製品の品質を決める要因の一つに、フィルムの幅方向の厚みプロファイルを均一にすることが挙げられる。高精度な厚み制御手段の一つにリップヒータ方式がある。

Fig. 1(a)はリップヒータ方式でのダイリップの断面図を示す。押出機からダイに送り出された溶融樹脂は、マニホールド部でダイの幅方向に広がり、ダイリップ部の隙間からシート状樹脂となって吐出され、キャストインローラで冷却されてシートが成形される。一方、Fig. 1(b)に示すように多数の調整用ヒータが溶融樹脂を吐出するダイのリップ縁に沿って左右両側に等間隔に千鳥状に埋め込まれている。各ヒータの発熱量を加減して樹脂粘度を変え、これによりリップ部を通る樹脂流速を調整し、ダイ幅方向の樹脂吐出量分布を一樣にしてフィルム厚みの均一化を図る。このとき、一つのヒータの発生熱は、ヒータを埋め込むダイリップ部の熱伝導によりリップ幅方向に拡散して、隣接するヒータに対応する位置でのフィルム厚みまで変えてしまう干渉作用をもつ。

一方、このような多入出力系であるフィルム厚み制御系の設計を難しくする理由として、つぎの二つが挙げられる。

(1) 100個以上の操作端がある。

フィルム製造装置では、ダイ幅方向に100~150個程度のヒータが取り付けられ、ヒータに対応する位置でのフィルム厚みを制御する。そのため、このような多入出

† ロボティクス・メカトロニクス講演会'91で発表(1991・6)

* 三菱重工業(株)エレクトロニクス事業部 名古屋市中村区岩塚町高道一番地

* Mitsubishi Heavy Industries Co., Ltd., Electronics Division, Nagoya

(Received April 13, 1993)

(Revised May 9, 1994)

Fig. 1 Cross section of a die lip part

力系の厚み制御系を一挙に設計することが難しくなる。

(2) 大きなむだ時間を含む系である。

ヒータの位置とフィルム下流に設置される厚み計の位置が離れているため、入力操作から厚み検出までにフィルムの流動遅れによる数十秒のむだ時間がある。一方、制御演算は、厚み計がフィルム全幅の厚みプロファイルの計測を完了してフィルム端部に達した時点で実行され制御指令が更新される。したがって、厚み計がフィルムのある点の厚みを計測してから、フィルム端部に到達するまでの移動時間がむだ時間として加算されるため、この大きなむだ時間が原因となって従来の各厚み制御点ごとのPID制御では制御ゲインを大きくできず、整定時間の短い制御系を設計することが難しくなる²⁾。

2. 厚みプロファイル制御系の設計

2.1 基本モデルの導入

フィルム厚み制御では多数のヒータがリップ幅方向に並ぶため、フィルム厚みの制御量は Fig. 2 に示すように各ヒータに対応する箇所の平均厚み(点線で示す)とする。延伸フィルムでは、フィルムがリップ幅方向に延ばされるため各ヒータに対応するフィルム幅 W_f は、1個のヒータに対応するリップ幅より大きくなる。平均厚みは、ヒータ i に対応するフィルム部分の断面積(縦線部分)を対応するフィルム幅 W_f で除した値である。このように多数のヒータとそれに対応するフィルム厚みからなる厚み制御モデルを構成する単位として“基本モデル”を考えた。基本モデルでは、リップの左右両側に配置されるヒータについては、対応する左右2個のヒータ発熱

Fig. 2 Film average thickness corresponding to each heater defined by film profile

量を等しくして左右2個のヒータ発熱量の樹脂流量への重畳効果を1個のヒータたとえば右側ヒータの発熱量がもつと考えることにより片側のヒータで代表させた。

あるヒータの発生熱は隣接するヒータに対応する箇所のフィルム厚みまで

変える干渉作用をもつため、基本モデルとして、あるヒータを中心とその発生熱が厚みに無視できない変化を及ぼす箇所に対応したヒータまでを含めた系を考える。実験によれば、あるヒータ i から三つ以上離れたヒータの発生熱によるヒータ i 位置に対応する厚みへの影響度は、ヒータ i の発生熱による影響度の $1/6$ 以下になるので、ここではあるヒータの発生熱は、その両隣り二つのヒータに対応する箇所の厚みまで変化を及ぼすと考えた。したがって、基本モデルとして Fig. 3 に示すように、中央のヒータと両隣り二つのヒータからなる5組のヒータと各ヒータに対応する五つのフィルム厚み計測点からなる系を考えた。あるヒータの発熱量変化に対して樹脂流量変化は線形特性をもつ³⁾こととあるヒータに対応するフィルム厚み変化と樹脂流量変化は比例する³⁾ことから、フィルム厚みモデルであるヒータに対応する箇所の厚みは、対応するヒータと両隣り二つのヒータの発熱量変化による厚み変化の重畳加算結果として得られることになる。

以上述べたことから、5組のヒータ発熱量 $u_1, \dots, u_5$ を入力とし、五つのフィルム厚み計測値 $y_1, \dots, y_5$ を出力とする基本モデルの動特性は次式のような伝達関数行列で表わせる。

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ Y_3(s) \\ Y_4(s) \\ Y_5(s) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} g_1(s) & g_2(s) & g_3(s) & 0 & 0 \\ g_2(s) & g_1(s) & g_2(s) & g_3(s) & 0 \\ g_3(s) & g_2(s) & g_1(s) & g_2(s) & g_3(s) \\ 0 & g_3(s) & g_2(s) & g_1(s) & g_2(s) \\ 0 & 0 & g_3(s) & g_2(s) & g_1(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ U_3(s) \\ U_4(s) \\ U_5(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、

s : ラプラス演算子

$Y_1(s) \sim Y_5(s)$: 線形化基準値からのフィルム厚み変化量 (μm) のラプラス変換

$U_1(s) \sim U_5(s)$: 線形化基準値からのヒータ発熱量変化量 (W) のラプラス変換

伝達関数 $g_1(s)$ は、発熱量変化があったヒータに対応するフィルム位置での厚み変化を与え、 $g_2(s)$ は、発熱量変化のあったヒータの隣りのヒータに対応するフィルム位置での厚み変化を与え、 $g_3(s)$ は、発熱量変化のあったヒータの一つ置いた隣りのヒータに対応するフィルム位置での厚み変化を与える。(1)式の伝達関数行列の1行目の0要素は、厚み計測値 y_1 はヒータ発熱量 u_4, u_5 の影響を受けないという基本モデルの仮定に依る。伝達関数 $g_1(s) \sim g_3(s)$ は、ヒータ発熱量変化からフィルム厚み変化が生じるまでの動特性を表現するものであるが、Fig. 4はその過程を図式化したものである。したがって、 $g_1(s) \sim g_3(s)$ は、ダイリップ部の樹脂流れ動特性¹⁾とキャスティングローラによるシート成形動特性²⁾と延伸過程³⁾とからなる動特性数式モデルを作成し、それを基準運転条件で線形化して周波数応答を計算し、最小二乗法で近似して求めた。このときの近似伝達関数は、次式で与えられる。

$$g_1(s) = \frac{0.061}{s^3 + 14.1s^2 + 53.3s + 1.2} \left(\frac{\mu\text{m}}{\text{W}} \right) \quad (2)$$

$$g_2(s) = \frac{1.36 \times 10^{-3}}{s^4 + 14.2s^3 + 54.5s^2 + 5.6s + 0.041} \left(\frac{\mu\text{m}}{\text{W}} \right) \quad (3)$$

Fig. 3 Fundamental model consisting of 5 profile points and five heaters

$$g_3(s) = \frac{2.54 \times 10^{-5}}{s^5 + 14.2s^4 + 54.9s^3 + 7.2s^2 + 0.21s + 0.0012} \left(\frac{\mu\text{m}}{\text{W}} \right) \quad (4)$$

Fig. 5 は、最小二乗近似した伝達関数 $g_1(s)$ ($\ominus$ $\triangle$ で示す)の周波数応答結果と線形化数式モデルからの計算結果(実線で示す)の比較例を示すが近似精度は実用上問題ないと考える。(1)式は、簡単のため次式で表わす。

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (5)$$

ここで、

$Y(s)$: $Y_1(s) \sim Y_5(s)$ を要素とする有理関数ベクトル

$G(s)$: $g_1(s) \sim g_3(s)$ を要素とする 5×5 次元の有理関数行列

$U(s)$: $U_1(s) \sim U_5(s)$ を要素とする有理関数ベクトル

2.2 むだ時間

厚み制御のむだ時間には、1章で述べたようにフィルム流動遅れによるむだ時間 L_1 と、厚み計測時刻と制御演算実行時刻との時間差によるむだ時間 L_2 がある。 L_1 は、ヒータから厚み計までの距離 l とフィルム速度 v で定まる一定値である。

$$L_1 = l/v \quad (6)$$

つぎに L_2 を説明する。Fig. 6 に示すように、厚み制御点 i に対する制御演算は、厚み計が厚み計測を終えてフィルム端部 A, B 点に達すると実行されるので厚み計測時刻と制御演算実行時刻との時間差によるむだ時間 L_2 が発生する。したがって、基本制御系のむだ時間 L は、つぎの二つのむだ時間 L_1, L_2 の和からなる。

Fig. 4 Explanatory drawing of film production process

Fig. 5 Frequency response of the transfer function $g_1(s)$ obtained by the linearization of the mathematical model and the approximated frequency response of $g_1(s)$ by a least square method

Fig. 6 Explanatory drawing of a dead time caused by control-demand calculation at end points A and B of film

$$L = L_1 + L_2 \quad (7)$$

制御点 i での L_2 は、次式のように厚み計が Fig. 6 の A 点と B 点とに達したときでは異なる。

$$\left. \begin{aligned} L_{2A} &= l_A/v_s \text{ (厚み計が A 点に達したとき)} \\ L_{2B} &= l_B/v_s \text{ (厚み計が B 点に達したとき)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで、

l_A : 制御点 i から A 点までのフィルム幅

l_B : 制御点 i から B 点までのフィルム幅

v_s : 厚み計のスキャン速度

したがって、むだ時間 L は対象とする制御点ごとに異なり、しかも A 点と B 点での制御演算では異なるむだ時間をもつ。

ある厚み制御点 i に対する (7) 式のむだ時間 L を L_i とすると、基本モデルでのヒータ発熱量変化量に対するフィルム厚み変化量の関係は、(5) 式より次式で与えられる。

$$Y(s) = e^{-Ls} G(s) U(s) \quad (9)$$

厳密には、 $Y(s)$ の要素ごとにむだ時間 L は、それぞれの厚み計測点から厚み制御点 i まで厚み計が移動するに要する時間 ΔL だけ L_i と異なる。 ΔL が小さいことと制御系設計を容易にするため、基本モデルのむだ時間を L_i で代表させる。

2.3 基本制御系の導入

多数のヒータからなるフィルム厚み制御系を構成する単位として、Fig. 3 の基本モデル系に対して 5 組のヒータを使って中央のヒータ位置に対応する 1 カ所のフィルム厚みを所定の値に制御できる 5 入力、5 出力からなる“基本制御系”を導入した。基本制御系はヒータの数が少ないことから、中央ヒータに対応するフィルム厚みを所定の値に制御できる外乱補償された制御系を簡単に設計できる特長をもつ。

2.4 基本制御系の構成

(1) 予測制御法⁶⁾の適用

むだ時間を補償して制御性能を確保する制御手法^{4)~6)}の中で、基本制御系に適用する予測制御法を説明するた

Fig. 7 Block diagram of predictive control system

めの構成例⁶⁾を Fig. 7 に示す。Fig. 7 で仮にむだ時間要素 e^{-Ls} がなければ、観測器で現時刻 t での状態量推定値 $\hat{x}(t)$ を計算し、レギュレータゲイン F により安定な制御ができる。しかし、出力側にむだ時間をもつ厚み制御では、出力値は現時刻よりむだ時間だけ以前の時刻 $(t-L)$ での値しか得られないので観測器で得られる状態量推定値は $\hat{x}(t-L)$ となる。そのため、予測器が $\hat{x}(t-L)$ と過去の入力 $u(t)$ より現時刻での状態量推定値 $\hat{x}(t)$ を出力することにより安定な制御が可能となる。これが予測制御法の原理である。以下に基本制御系の構成を述べる。

(2) 予測制御サーボ系の構成⁷⁾

一定外乱や目標値変化に対して制御点 i での厚み y_i (Fig. 3 の厚み y_3 に相当) の定常偏差を 0 とするサーボ系として、基本制御系を構成する。

(1) 式の最小実現システム $S\{A, B, C\}$ を求めると、(9) 式で表わされる制御点 i についての基本モデルの入出力関係はつぎの状態方程式で与えられる。

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) \quad (10)$$

$$y_i(t) = Cx_i(t-L_i) \quad (11)$$

ここで、

x_i : 最小実現システムの状態ベクトル

y_i : 厚み計測値を表わす 5 次の出力ベクトル

u_i : ヒータ発熱量を表わす 5 次の入力ベクトル

L_i : 制御点 i でのむだ時間

制御演算は、厚み計がフィルム端部に達するたびに一定周期で実行されるため、状態方程式 (10) (11) 式を離散時間形で表現する。

$$x_i(t_{k+1}) = A_d x_i(t_k) + B_d u_i(t_k) \quad (12)$$

$$y_i(t_{k+1}) = C x_i(t_{k+1} - L_i) \quad (13)$$

$$A_d = e^{AT} \quad B_d = \int_0^T e^{A\eta} B d\eta \quad (14)$$

ここで、

t_k : 基本制御系の制御演算実行時刻

T : 基本制御系の制御演算実行周期で、 $T = t_{k+1} - t_k$

定常偏差を 0 とするため、制御偏差を入力とする積分器を導入する。積分器の出力 $\bar{x}_u(t)$ は、次式で表わせる。

$$\bar{x}_u(t) = - \int_0^t y_i(\tau) d\tau = - \int_0^t C_3 x_i(\tau) d\tau \quad (15)$$

ここで、 τ : 時間変数

(15)式では線形化により目標値を0とし、 C_3 はC行列の3行目行列を表わす。 y_i がむだ時間なしに得られると仮定すると(15)式より、次式が成り立つ。

$$\bar{x}_{ii}(t) = -C_3 x_i(t) \quad (16)$$

(10)(16)式より、つぎの拡大系の状態方程式が得られる。

$$\dot{\bar{x}}_i(t) = \bar{A}\bar{x}_i(t) + \bar{B}u_i(t) \quad (17)$$

ここで、

$$\bar{x}_i(t) = [\bar{x}_{ii}(t), x_i(t)]' \quad (': \text{転置}) \quad (18)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & -C_3 \\ 0 & A \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (19)$$

ここで、 0 : 零行列

基本制御系の制御演算実行時刻 t_k で離散化した拡大系の状態方程式は、次式で与えられる。

$$\bar{x}_i(t_{k+1}) = \bar{A}_d \bar{x}_i(t_k) + \bar{B}_d u_i(t_k) \quad (20)$$

$$\bar{A}_d = e^{\bar{A}T} \quad \bar{B}_d = \int_0^T e^{\bar{A}(T-\tau)} \bar{B} d\tau \quad (21)$$

(20)式のレギュレータゲイン F_i は、次式の評価関数 J に対する最適解として求めた。

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \{ \bar{x}_i(t_k) Q \bar{x}_i(t_k) + u_i'(t_k) R u_i(t_k) \} \quad (22)$$

$$Q > 0 \quad R > 0$$

このとき、入力 $u_i(t_{k+1})$ はつぎのようになる。

$$u_i(t_{k+1}) = -F_i \bar{x}_i(t_{k+1}) \quad (23)$$

$\bar{x}_i(t_{k+1})$ は、(17)式より次式で表わせる。

$$\bar{x}_i(t_{k+1}) = e^{\bar{A}L_i} \bar{x}_i(t_{k+1}-L_i) + \int_{t_{k+1}-L_i}^{t_{k+1}} e^{\bar{A}(t_{k+1}-\tau)} \bar{B} u_i(\tau) d\tau \quad (24)$$

(23)(24)式より、入力 $u_i(t_{k+1})$ は、次式で与えられる。

$$u_i(t_{k+1}) = -F_i e^{\bar{A}L_i} \begin{bmatrix} \bar{x}_{ii}(t_{k+1}-L_i) \\ x_i(t_{k+1}-L_i) \end{bmatrix} - F_i \int_{t_{k+1}-L_i}^{t_{k+1}} e^{\bar{A}(t_{k+1}-\tau)} \bar{B} u_i(\tau) d\tau \quad (25)$$

(25)式中の $\bar{x}_{ii}(t_{k+1}-L_i)$ は、出力 y_i にむだ時間 L_i があるため、積分器の現時刻 t_{k+1} での出力 $x_{ii}(t_{k+1})$ となるから、次式で表わせる。

$$\bar{x}_{ii}(t_{k+1}-L_i) = x_{ii}(t_{k+1}) \quad (26)$$

(25)(26)式より、入力 $u_i(t_{k+1})$ は、次式で与えられる。

$$u_i(t_{k+1}) = -F_i \left\{ e^{\bar{A}L_i} \begin{bmatrix} x_{ii}(t_{k+1}) \\ x_i(t_{k+1}-L_i) \end{bmatrix} + \int_{t_{k+1}-L_i}^{t_{k+1}} e^{\bar{A}(t_{k+1}-\tau)} \bar{B} u_i(\tau) d\tau \right\} \quad (27)$$

(27)式の右辺第1項中の $x_i(t_{k+1}-L_i)$ は直接測定できないので、その導出をつぎの(3)観測器の構成で明らかにする。さらに(27)式右辺の中括弧部分は、現時刻 t_{k+1} での状態量

$\bar{x}_i(t_{k+1})$ を算出する Fig. 7 の予測器に相当するが、本報では状態予測器と呼ぶ。

(3) 観測器の構成

(27)式右辺の $x_i(t_{k+1}-L_i)$ を推定する観測器の構成を示す。始めに構成をわかりやすくするために連続時間形で説明する。(10)式より、次式が得られる。

$$\dot{x}_i(t-L_i) = A x_i(t-L_i) + B u_i(t-L_i) \quad (28)$$

次式で定義される変数 $\omega_i(t)$ を導入する。

$$\omega_i(t) = x_i(t-L_i) \quad (29)$$

(11)(28)(29)式より、つぎの2式が成り立つ。

$$\dot{\omega}_i(t) = A \omega_i(t) + B u_i(t-L_i) \quad (30)$$

$$y_i(t) = C \omega_i(t) \quad (31)$$

(30)(31)式は、入力にむだ時間がある系を示すが、この系に対する観測器を設計すると $x_i(t-L_i)$ の推定値 $\hat{\omega}_i(t)$ は次式で与えられる。

$$\dot{\hat{\omega}}_i(t) = A \hat{\omega}_i(t) + B u_i(t-L_i) + K[y_i(t) - C \hat{\omega}_i(t)] \quad (32)$$

ここで、 K : 観測器ゲイン行列

さて、以上述べた連続時間形の観測器の演算式(32)は、厚み計がフィルムのA、B端点に達するごとに実行されるため、以後は離散時間形の観測器の構成を示す。2.2節で述べたように制御点 i に対するむだ時間 L_i がA、B端点で異なるため、演算方法を説明する。

(32)式から、制御演算時刻 t_{k+1} での推定値 $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ は、次式で与えられる⁸⁾。

$$\hat{\omega}_i(t_{k+1}) = \hat{\omega}_i(t_{k+1}) + K_D[y_i(t_{k+1}) - C \hat{\omega}_i(t_{k+1})] \quad (33)$$

ここで、

K_D : 離散時間形観測器のゲイン行列

$\hat{\omega}_i(t_{k+1})$: 前回演算時刻 t_k での推定値 $\hat{\omega}_i(t_k)$ より予測される時刻 t_{k+1} での $\omega_i(t)$ の予測値

$y_i(t_{k+1})$: 時刻 t_{k+1} で得られる出力ベクトル

$\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ は、つぎのように求める。たとえば、Fig. 8に示すように時刻 t_k での厚み計到達点はB端点、 t_{k+1} での厚み計到達点はA端点とする。(7)式で定まる制御点 i

Fig. 8 Time relation between estimated value $\hat{\omega}_i(t_k)$ and predicted value $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ in an observer

のA端点でのむだ時間は L_A , B端点でのむだ時間は L_B とする。

t_k で得られた推定値 $\hat{\omega}_i(t_k)$ は, (29)式より, t_k より L_B だけ前の時刻($t_k - L_B$)での推定値であるので, Fig. 8の△印で示す位置での値 $\hat{x}_i(t_k - L_B)$ とする。時刻($t_k - L_B$)は, 一般的に時刻 t_{k-j-2} と時刻 t_{k-j-1} の間にあるとする。つぎに, t_{k+1} で得ようとする予測値 $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ は, t_{k+1} より L_A だけ前の時刻($t_{k+1} - L_A$)での予測値であるのでFig. 8の○印で示す位置での値 $\hat{x}_i(t_{k+1} - L_A)$ とする。時刻($t_{k+1} - L_A$)は, 時刻 t_{k-j-1} と時刻 t_{k-j} の間にあるとする。

Fig. 8より $\hat{x}_i(t_{k+1} - L_A)$ は, $\hat{x}_i(t_k - L_B)$ を初期値として時刻($t_k - L_B$)より時刻($t_{k+1} - L_A$)まで(10)式を積分することにより得られる。したがって,

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t_{k+1} - L_A) &= e^{A(t_{k+1} - L_A - t_k + L_B)} \hat{x}_i(t_k - L_B) \\ &+ \int_{t_k - L_B}^{t_{k+1} - L_A} e^{A(t_{k+1} - L_A - \tau)} B u_i(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (34)$$

新変数 $\eta = t_{k+1} - L_A - \tau$ を導入すると, (34)式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t_{k+1} - L_A) &= e^{A(T - L_A + L_B)} \hat{x}_i(t_k - L_B) \\ &+ \int_0^{T - L_A + L_B} e^{A\eta} B u_i(t_{k+1} - L_A - \eta) d\eta \end{aligned} \quad (35)$$

(35)式右辺の積分は, Fig. 8の二重線部分を積分すればよい。離散時刻 t_{k-j-2} , t_{k-j-1} , t_{k-j} 間では入力 $u_i(t)$ はそれぞれ一定値であるので, (35)式より予測値 $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ は, つぎのように求まる。

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_i(t_{k+1}) &= e^{A(T - L_A + L_B)} \hat{\omega}_i(t_k) + \int_0^m e^{A\eta} B d\eta u_i(t_{k-j-1}) \\ &+ \int_m^{T - L_A + L_B} e^{A\eta} B d\eta u_i(t_{k-j-2}) \end{aligned} \quad (36)$$

$$m = (j+2)T - L_A \quad (37)$$

制御点 i でのむだ時間 L_A , L_B の大きさは異なるため, Fig. 8の二重線で示す積分区間の位置は種々考えられるが, 上述の手法で予測値 $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ を得ることができる。

したがって, (27)式右辺の $x_i(t_{k+1} - L_i)$ は推定値 $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ として, (36)式による予測値 $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ と(33)式から求めることができる。

同様の手順により, B端点での推定値 $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ は, A端点での推定値 $\hat{\omega}_i(t_k)$ よりB端点での予測値 $\hat{\omega}_i(t_{k+1})$ を求め, (33)式より得ることができる。

つぎに観測器の収束安定性について述べる。

(36)式より $\omega_i(t_{k+1})$ と $\omega_i(t_k)$ は, つぎの関係にある。

$$\begin{aligned} \omega_i(t_{k+1}) &= e^{A(T - L_A + L_B)} \omega_i(t_k) + \int_0^m e^{A\eta} B d\eta u_i(t_{k-j-1}) \\ &+ \int_m^{T - L_A + L_B} e^{A\eta} B d\eta u_i(t_{k-j-2}) \end{aligned} \quad (38)$$

(31), (33), (36), (38)式より, 観測器の推定誤差 $\bar{\omega}_i(t_{k+1}) = \hat{\omega}_i(t_{k+1}) - \omega_i(t_{k+1})$ は, 次式で与えられる。

$$\bar{\omega}_i(t_{k+1}) = \{e^{A(T - L_A + L_B)} - K_D C e^{A(T - L_A + L_B)}\} \bar{\omega}_i(t_k) \quad (39)$$

(39)式より, A端点では行列 $[e^{A(T - L_A + L_B)} - K_D C e^{A(T - L_A + L_B)}]$ のすべての固有値が安定領域にあるように観測器ゲイン行列 K_D を決めれば, 観測器の推定誤差 $\bar{\omega}_i(t_k)$ は時間経過とともに小さくなる。B端点では, 行列 $[e^{A(T - L_B + L_A)} - K_D C e^{A(T - L_B + L_A)}]$ のすべての固有値が安定領域にあるようにゲイン行列 K_D を決めればよい。

(4) 状態予測器の構成

状態予測器が計算する(27)式右辺の中括弧内の積分項 I_i は, 新変数 $\eta = t_{k+1} - \tau$ を導入すると, 次式で表わされる。

$$I_i = \int_0^{L_i} e^{A\eta} \bar{B} u_i(t_{k+1} - \eta) d\eta \quad (40)$$

I_i は, つぎのように求める。Fig. 9に示すように制御演算時刻 t_{k+1} での厚み計到達点はA端点とし, 制御点 i に対するA端点でのむだ時間は L_A とする。(40)式の積分終了点(○印で示す)は, L_A の大きさに応じて演算周期 T の数周期分過去にあることになるから, ここでは一般的に時間区間(t_{k-j} , t_{k-j+1})にあるとした。 I_i はFig. 9の二重線部分を積分すれば, 次式で与えられる。

$$\begin{aligned} I_i &= \int_0^T e^{A\eta} \bar{B} d\eta u_i(t_k) + \int_T^{2T} e^{A\eta} \bar{B} d\eta u_i(t_{k-1}) + \dots \\ &+ \int_{(j-1)T}^{jT} e^{A\eta} \bar{B} d\eta u_i(t_{k-j+1}) \\ &+ \int_{jT}^{L_A} e^{A\eta} \bar{B} d\eta u_i(t_{k-j}) \end{aligned} \quad (41)$$

上式右辺最終項の積分は新変数 $\sigma = \eta - jT$ を導入すると, 次式で表わされる。

$$\int_{jT}^{L_A} e^{A\eta} \bar{B} d\eta u_i(t_{k-j}) = e^{A j T} \int_0^{L_A - j T} e^{A\sigma} \bar{B} d\sigma u_i(t_{k-j}) \quad (42)$$

(41)式右辺のそのほかの項も, 同様な変数変換により表わされ, (41)(42)式より I_i は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} I_i &= \int_0^T e^{A\sigma} \bar{B} d\sigma u_i(t_k) + e^{A T} \int_0^T e^{A\sigma} \bar{B} d\sigma u_i(t_{k-1}) + \dots \\ &+ e^{A(j-1)T} \int_0^T e^{A\sigma} \bar{B} d\sigma u_i(t_{k-j+1}) \\ &+ e^{A j T} \int_0^{L_A - j T} e^{A\sigma} \bar{B} d\sigma u_i(t_{k-j}) \end{aligned} \quad (43)$$

B端点での制御演算でむだ時間が L_B のときも同様の計算式を使うことができる。

(5) 基本制御系の構成

以上より, (27)式中の $x_i(t_{k+1} - L_i)$ は(33)式と(36)式より得られ, 積分項 I_i は(43)式より得ることができるので, (27)式より入力 $u_i(t_{k+1})$ が決められる。Fig. 10は,

Fig. 11 Film profile control model consisting of 15 profile points and 15 heaters

$$\begin{aligned}
 & + \left(\sum_{j=3}^5 K_{j,j-2}^0 \right) Y_{i-2} \\
 & + \left(\sum_{j=2}^5 K_{j,j-1}^0 \right) Y_{i-1} + \left(\sum_{j=1}^5 K_{j,j}^0 \right) Y_i \\
 & + \left(\sum_{j=1}^4 K_{j,j+1}^0 \right) Y_{i+1} + \left(\sum_{j=1}^3 K_{j,j+2}^0 \right) Y_{i+2} \\
 & + \left(\sum_{j=1}^2 K_{j,j+3}^0 \right) Y_{i+3} + K_{15}^0 Y_{i+4} \} \quad (49)
 \end{aligned}$$

(49)式を簡単のため、次式のように表わす。

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_i = & K_1 Y_{i-4} + K_2 Y_{i-3} + K_3 Y_{i-2} + K_4 Y_{i-1} + K_5 Y_i \\
 & + K_6 Y_{i+1} + K_7 Y_{i+2} + K_8 Y_{i+3} + K_9 Y_{i+4} \quad (50)
 \end{aligned}$$

制御器の構造を明らかにするために、Fig. 11に示すような15個のヒータからなるフィルム厚み制御を考える。厚み計測点1～5とそれに対応する5組のヒータからなる基本モデルに最初の基本制御系を適用し、中央の厚み計測値 y_3 を所定の値に制御する。以下厚み計測点を1点ずつずらして順々に5組の厚み計測点ごとに基本制御系を適用して中央の厚み計測値を所定の値に制御してフィルム全幅の厚み制御を行う。最後に適用される基本制御系は厚み計測点11～15に対して、厚み計測点 y_{13} が所定の値に制御される。したがって、所定の値に厚み制御される範囲は $y_3 \sim y_{13}$ までである。発熱量指令 $\bar{U}_1 \sim \bar{U}_4$ および $\bar{U}_{12} \sim \bar{U}_{15}$ は、(48)式と異なり4組以下の加算平均となり、(49)式のように一般化できないが、ここでは、簡単のため、フィルム端部の発熱量指令に対しても(50)式で一般化して表現する。(50)式より、制御器の構造をFig. 12に示す。Fig. 12より制御器の構造は、9重対角構造で各対角列には、同じ伝達関数が並んでいる。Fig. 12でたとえば、厚み制御点7, 8, 9に対応する基本モデル(7), (8), (9)と呼ぶとすると、基本制御器は厚み制御点に関係なく全く同じであることがわかる。

一方、発熱量 $\bar{u}_1 \sim \bar{u}_{15}$ と厚み計測値 $y_1 \sim y_{15}$ の関係を与える制御対象の動特性は、(1)式の基本モデルを拡大

Fig. 12 The controller's structure of a film profile control model in Fig. 11

Fig. 13 The dynamic structure of a film profile control model in Fig. 11

することにより、Fig. 13で示される。Fig. 13より制御対象の構造は、5重対角構造で各対角列には同じ伝達関数が並んでいる。Fig. 13で厚み制御点7, 8, 9に対応する基本モデル(7), (8), (9)の構造を四角枠で示すが、当然これらは厚み制御点に関係なく全く同じである。

本制御方式は上述の特徴をもつが、既述したようにフィルム全幅の厚み制御の安定性を理論的に保証するものではない。しかし、後述するようにシミュレーション計算では本制御方式によるフィルム全幅の厚み制御が安定に行えることが明らかとなり、検証実験でもフィルムを安定に成形できることが確認されている³⁾。

Fig. 14 Simulation results of film thickness control in the fundamental model shown in Fig.3 when the thickness set value corresponding to the position of the central heater No. 3 is increased stepwisely by $5\mu\text{m}$

3. シミュレーション結果

3.1 基本制御系

(1) 設計条件

Fig. 3 に示す 5 組のヒータからなる基本モデルを想定し、5 組のヒータを使って中央のヒータ 3 の位置に対応するフィルム厚み y_3 を所定の厚みに制御する基本制御系の制御性能をシミュレーション計算で明らかにする。設計条件は、つぎのとおりとした。

(a) 制御演算間隔 $T=30$ 秒

(b) 厚み制御点に対する全むだ時間

$$L_A=L_B=87 \text{ 秒}$$

(2) シミュレーション結果

制御対象は、(2)-(4)式の $g_1(s)$, $g_2(s)$, $g_3(s)$ を要素にもつ (1) 式の $G(s)$ と厚み検出むだ時間 87 秒をもつモデルとした。Fig. 14 は、基本モデルに対し基本制御系がフィルム厚み制御を行ったときのシミュレーション結果を示す。基本モデルの厚み y_3 の設定値をステップ状に $0.5\mu\text{m}$ 増したときの五つの厚み変化量と 5 組のヒータの発熱量変化量の時間応答を示す。Fig. 14 よりつぎのことがわかる。

(a) 時刻 $t=0$ で設定値が変更されてから時刻 $t=30$ 秒で最初の制御演算が実行され、ヒータ発熱量の制御指令が出力され、以降 30 秒間隔で制御指令が更新されている。制御開始初期には、むだ時間のため厚み変化量の検出は遅れているが、厚み設定値変化に対してヒータ発熱量指令の予測制御が行われている。

(b) フィルム厚み y_3 は 6 分で $0.5\mu\text{m}$ 厚みを増しており、大きなむだ時間 (87 秒) があるにもかかわらず、

Fig. 15 Film profile control model consisting of 10 profile points and ten heaters

Table 1 The amount of total dead time at each film thickness control point

Control point No.	Total dead time at film end point A L_A (秒)	Total dead time at film end point B L_B (秒)
3	83.4	90.6
4	84.6	89.4
5	85.8	88.2
6	87.0	87.0
7	88.2	85.8
8	89.4	84.6

上記のヒータ発熱量指令の予測制御により、開ループでの整定時間 10 分より速い時間応答が得られている。

(c) 当然フィルム厚み y_3 に対するヒータ 3 の発熱量指令が最も大きい。ヒータ 2、ヒータ 4 の発熱量指令は、熱伝導によりヒータ 3 の発熱量の一部が伝わるため最も小さくなっている。その結果として周囲のフィルム厚み y_1 , y_2 , y_4 , y_5 の変化量は、厚み y_3 の変化量の約半分に抑えられている。

(d) フィルム厚み変化が検出されるのは、設定値変更から約 120 秒後である。これは、設定値を変えてから 30 秒後にヒータ発熱量が変化し、さらにむだ時間 87 秒を経過した後、フィルム厚み変化が検出されるためである。

3.2 フィルム全幅厚み制御系

(1) 設計条件

Fig. 15 に示すような 10 組のヒータからなるフィルムモデルを想定し、10 組のヒータを使ってヒータ 3 からヒータ 8 の位置に対応するフィルム厚み $y_3 \sim y_8$ を所定の厚みに制御するフィルム全幅厚み制御系の制御性能をシミュレーション計算で明らかにする。設計条件は、つ

Fig. 16 Simulation results of film thickness control along the total width of the film shown in Fig. 15 when the thickness set values corresponding to the positions of heaters No.3~No.8 are increased stepwisely by 5 μm

ぎのとおりとした。

- (a) 基本制御系は、3.1節の基本制御系を用いる。
 - (b) 制御演算間隔 $T=30$ 秒
 - (c) 厚み制御点に対する全むだ時間を Table 1 に示す。
- (2) シミュレーション結果

Fig. 15 のモデルは、Fig. 13 に示す伝達関数行列の左上 10×10 次の小行列で決まる入出力関係と Table 1 のむだ時間をもつモデルとした。Fig. 16 は、Fig. 15 のモデルに対し、フィルム全幅厚み制御系が基本制御系を制御点 3, 4, ..., 8 と順々に適用することにより、厚み制御を行ったときのシミュレーション結果を示す。厚み $y_3 \sim y_8$ の厚み設定値をステップ状に 0.5 μm だけ増したときの厚み $y_1 \sim y_5$ の変化量とヒータ 1~ヒータ 5 の発熱量変化量の時間応答を示す。厚み $y_6 \sim y_{10}$ の時間応答は、厚み $y_5 \sim y_1$ の時間応答と一致し、ヒータ 6~ヒータ 10 の発熱量の時間応答は、ヒータ 5~ヒータ 1 での時間応答に一致したことから、ここでは、制御点 6~8 についての厚みおよびヒータ発熱量の時間応答は載せていない。Fig. 16 より、つぎのことがわかる。

- (a) 厚み $y_3 \sim y_8$ は、約 13 分で 0.5 μm 厚みを増しており、多数点のフィルム厚み制御が同時に安定に行われている。しかし、フィルム全幅厚み制御では、基本制御系の相互干渉により整定時間は、Fig. 14 に示す基本制御系の約 2 倍になっている。
- (b) ヒータ 3 の発熱量が最も大きくなるのは、厚み y_3 を増すため以外に、ヒータ 1 およびヒータ 2 側

への熱伝導による熱移動を補う必要があるからである。

- (c) 基本制御系は、制御点 3, 4, ... と順々に適用されるため、ヒータ 1 およびヒータ 2 の位置に対応したフィルム厚み y_1, y_2 の制御は行われない。

以上のシミュレーション結果より、フィルム厚み基本制御系の設計手法および基本制御系を各厚み制御点ごとに適用してフィルム全幅厚み制御を行う手法の妥当性を明らかにした。

4. まとめ

フィルム厚み制御系は、多数の入出力をもつ干渉系であることおよび大きなむだ時間を含む系であることから、その設計を難しくしている。本報では、これらの技術課題を克服するための技術提案を行い、その有効性をシミュレーション計算結果により確認した。

本論文執筆に当たり、御指導を頂いた名古屋大学、細江繁幸教授に深く感謝致します。

参考文献

- 1) 赤坂則之：リップヒータ方式ダイの樹脂流れ動特性数式モデル, 計測自動制御学会論文集, 30-11, 1341/1350 (1994)
- 2) 井口, 岩田, 佐野, 新田：フィルムシートの押出成形におけるプロファイル制御の精密化 II. 制御方法 (1), プラスチックスエージ, Nov., 167/173 (1987)
- 3) 赤坂, 秋山, 成田, 鈴木, 筒井：フィルム製造装置厚みプロファイル制御システムの開発, 三菱重工技報, 26-2, 100/105 (1989)
- 4) D. L. Kleinman: Optimal Control of Linear Systems with Time-Delay and Observation Noise, IEEE Trans., AC-14-5, 524/527 (1969)
- 5) K. Watanabe and M. Ito: A Process-Model Control for Linear Systems with Delay, IEEE Trans., AC-26-6, 1261/1269 (1981)
- 6) T. Furukawa and E. Shimemura: Predictive Control for Systems with Time Delay, Int., J. Control, 37-2, 399/412 (1983)
- 7) 渡部慶二：SICE 夏期セミナー'86 テキスト, 第 2 講 21/45, 計測自動制御学会 (1986)
- 8) G. F. Franklin and J. D. Powell: Digital Control of Dynamic Systems, Chap. 6, Addison-Wesley (1980)

[著者紹介]

赤坂 則之 (正会員)

1966 年, 東京工業大学理工学部機械工学科卒業。67 年三菱重工業 (株) 長崎研究所勤務。85 年本社システム技術部を経て, 現在本社エレクトロニクス事業部技術部勤務。船舶, 原動機, 産業機械の制御関係業務に従事。日本機械学会の会員。