H_∞ 制御による非干渉制御系の設計†

宮 元 慎 一*・有 永 真 司*

Design of Decoupling Control Systems via H_∞ -Control

Shinichi MIYAMOTO* and Shinji ARINAGA*

This paper presents designs of decoupling control systems based on the H_∞ -mixed sensitivity problems.

H_∞ -control has been studied as an effective method for multi variable systems. However, a decoupling control design based on the H_∞ -control is not well known. We present a design method based on the H_∞ -mixed sensitivity problems where the decoupling performance can be obtained if the weighting functions are chosen properly.

First, designs of one-degree-of-freedom control systems with state feedback or output feedback, will be stated. The design of state feedback control is based on FI(Full Information) Problem and the design of output feedback control is based on DF(Disturbance Feedforward) Problem.

Next, designs of two-degree-of-freedom control systems with state feedback and output feedback, will be stated. The design consists of two stages. The first stage is to design a feedback compensator. The second stage is to design a feedforward compensator for the new plant which consists of the true plant and the feedback compensator. This problem is equivalent to DF Problem. Even if decoupling can not be obtained with the feedback compensator, it can be obtained through the feedforward compensator.

Key Words: decoupling control, H_∞ -control, two-degree-of-freedom control

1. はじめに

H_∞ 制御は多入出力系に有効な設計法として研究が進められており、応用も数多く発表されるようになってきている。ところが、多入出力サーボ系で重要な非干渉制御機能に関しては設計法があまり知られていない。

本論文では混合感度問題を用い適切に重みを決定すれば非干渉制御機能が実現できることを示す。まず、状態フィードバック制御系と出力フィードバック制御系を Full Information (FI) 問題と Disturbance Feedforward (DF) 問題を用いて設計し、その非干渉制御性能を示す。その後、フィードバック制御器とフィードフォワード制御器からなる 2 自由度制御系をフィードフォワード制御器に Disturbance Feedforward (DF) 問題を用いることにより設計する。

以下、2 章では制御対象、3 章では 1 自由度制御系の設計、4 章では 2 自由度制御系の設計、5 章では数値例を示す。

2. 制 御 対 象

制御対象はつぎの状態方程式で表現できるとする。

$$\dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \quad (2.1 a)$$

$$y_p(t) = C_p x_p(t) \quad (2.1 b)$$

ただし、 $x_p(t) \in R^n$, $u_p(t) \in R^{m_p}$, $y_p(t) \in R^{m_p}$ は制御対象の状態、入力、出力である。制御対象(2.1)の伝達関数を $G_p(s)$ とする。

制御対象に関しては以下の仮定をおく。

- (i) 制御対象は可制御、可観測
- (ii) 零点は安定
- (iii) 状態フィードバックで非干渉可能¹⁾

3. 1 自由度制御系設計²⁾

状態 FB, 出力 FB とも、つぎのノルム条件を満たし、かつ、目標値から出力までの伝達関数が非干渉化される制御系を設計する。

† 第 2 回制御理論応用シンポジウムで発表(1994・4)

* 三菱重工業(株)エレクトロニクス事業部
長崎市飽の浦町 1-1

* Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Nagasaki
(Received August 29, 1994)
(Revised May 15, 1995)

評価関数(混合感度問題) :

$$\|W_{1B}(s)S_B(s)\|_{\infty} < 1 \quad (3.1)$$

ただし, $S_B(s)$ は目標値から偏差までの伝達関数, $T_B(s)$ は目標値から出力までの伝達関数である. $W_{1B}(s)$, $W_{2B}(s)$ は $S_B(s)$, $T_B(s)$ の周波数重みである.

3.1 状態FB制御

状態FB制御の設計を示す. 状態FB制御ではFI問題³⁾の解を用いて制御器を求める.

FI問題ではつぎの一般化プラントに対し,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \quad (3.2a)$$

$$z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \quad (3.2b)$$

w から z までの伝達関数が以下のノルム条件を満たす制御器が得られる.

$$\|G_{zw}\|_{\infty} < 1 \quad (3.3)$$

ただし, (3.2) で $x(t) \in R^n$ は状態, $w(t) \in R^{m_1}$ は外乱, $z(t) \in R^{p_1}$ は制御量, $u(t) \in R^{m_2}$ はプラント入力である. 制御器を構成する際, 状態 $x(t)$ と外乱 $w(t)$ が利用可能とする.

先の仕様を満たす制御器をFI問題で解くことによって求める. 重みのフィルタ $W_{1B}(s)$, $W_{2B}(s)$ の出力を z とし, 目標値 r から z までの伝達関数が $W_{1B}(s)S_B(s)$, $W_{2B}(s)T_B(s)$ となるよう一般化プラントを実現する.

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (3.4a)$$

$$\begin{aligned} z_1 &= W_{1B}(s)S_B(s)r \\ &= W_{1B}(s)e \end{aligned} \quad (3.4b)$$

$$\begin{aligned} z_2 &= W_{2B}(s)T_B(s)r \\ &= W_{2B}(s)y_p \\ &= W_{2B}(s)G_p(s)u_p \end{aligned} \quad (3.4c)$$

ただし, e は目標値 r と出力 y_p の偏差であり, 次式で与える.

$$e = r - y_p \quad (3.4d)$$

上式の $W_{1B}(s)$, $W_{2B}(s)$ の重みを対角に選び, かつ, $W_{2B}(s)$ に関しては制御対象の各出力に対し定義される相対次数を考慮すれば非干渉制機能が実現できる. まず, 出力 $y_p(t)$ と出力行列 C_p をつぎのように分解する.

$$y_p(t) = \begin{bmatrix} y_{p1}(t) \\ y_{p2}(t) \\ \vdots \\ y_{pm}(t) \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} C_{p1} \\ C_{p2} \\ \vdots \\ C_{pm} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

ただし, 簡単のため m は m_p とする. 各出力 $y_{pi}(t)$ に対し相対次数をつぎのように定義する.

$$n_{ti} = \min(k \mid C_{pi}A_p^{k-1}B_p \neq 0) \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3.6)$$

$W_{1B}(s)$, $W_{2B}(s)$ は対角行列とする.

$$W_{1B}(s) = \text{diag}(W_{11}(s), W_{12}(s), \dots, W_{1m}(s)) \quad (3.7a)$$

$$W_{2B}(s) = \text{diag}(W_{21}(s), W_{22}(s), \dots, W_{2m}(s)) \quad (3.7b)$$

ただし,

$$W_{1i}(s) = C_{wi}(sI - A_{wi})^{-1}B_{wi} + D_{wi} \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3.7c)$$

$$\begin{aligned} W_{2i}(s) &= w_{2in_i}s^{n_i} + w_{2in_i-1}s^{n_i-1} + \dots \\ &\quad + w_{2i0} \quad (i=1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (3.7d)$$

n_{ti} は出力の i 番目の要素 y_{pi} に対して定義される相対次数である. $W_{2B}(s)$ をプロバでない多項式とする理由は D_{12} を列フルランクとするためである. これは後述のように行列 D_i がフルランクとなれば自動的に満たされる.

重み関数 $W_{1B}(s)$, $W_{2B}(s)$ はつぎのようにシステム実現することができる.

$$W_{1B}(s) \sim (A_w, B_w, C_w, D_w),$$

$$W_{2B}(s)G_p(s) \sim (A_p, B_p, C_t, D_t)$$

行列 $A_w, B_w, C_w, D_w, C_t, D_t$ はつぎのようになる.

$$A_w = \text{diag}(A_{w1}, A_{w2}, \dots, A_{wm}) \quad (3.8a)$$

$$B_w = \text{diag}(B_{w1}, B_{w2}, \dots, B_{wm}) \quad (3.8b)$$

$$C_w = \text{diag}(C_{w1}, C_{w2}, \dots, C_{wm}) \quad (3.8c)$$

$$D_w = \text{diag}(D_{w1}, D_{w2}, \dots, D_{wm}) \quad (3.8d)$$

$$C_t = \begin{bmatrix} C_{t1} \\ C_{t2} \\ \vdots \\ C_{tm} \end{bmatrix} \quad (3.8e)$$

$$D_t = \begin{bmatrix} D_{t1} \\ D_{t2} \\ \vdots \\ D_{tm} \end{bmatrix} \quad (3.8f)$$

ただし,

$$C_{ti} = C_{pi}W_{2i}(A_p) \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3.8g)$$

$$D_{ti} = W_{2in_i}C_{pi}A_p^{n_i-1}B_p \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3.8h)$$

これより, $z(t)$ はつぎのようになる.

$$\dot{x}_w(t) = A_w x_w(t) + B_w(r(t) - C_p x_p(t)) \quad (3.9a)$$

$$z_1(t) = C_w x_w(t) + D_w(r(t) - C_p x_p(t)) \quad (3.9b)$$

$$z_2(t) = C_t x_p(t) + D_t u_p(t) \quad (3.9c)$$

r を w で u_p を u で置き換えると, (3.2)の一般化プラントの形式となり, その係数行列はつぎのようになる.

$$A = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p \\ 0 & A_p \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_p \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_w & -D_w C_p \\ 0 & C_t \end{bmatrix}, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} D_w \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_t \end{bmatrix}$$

この問題をブロック図で示すと Fig. 1(a) となる.

Fig. 1

これを解くと制御器はつぎの形となる.

$$u(t) = F_2 \begin{bmatrix} x_w(t) \\ x_p(t) \end{bmatrix} \quad (3.10 \text{ a})$$

ただし,

$$F_2 = -[0 \quad C_t] - [0 \quad B_p'] X_\infty \\ := [F_{21} \quad F_{22}] \quad (3.10 \text{ b})$$

$$X_\infty = \text{Ric} \begin{bmatrix} H_{\infty 11} & H_{\infty 12} \\ H_{\infty 21} & -H'_{\infty 11} \end{bmatrix} \\ := \begin{bmatrix} X_{\infty 11} & X_{\infty 12} \\ X_{\infty 21} & X_{\infty 22} \end{bmatrix} \quad (3.10 \text{ c})$$

$$H_{\infty 11} = \begin{bmatrix} A_w - B_w R_1^{-1} D_w' C_w & B_w R_1^{-1} C_p \\ 0 & A_p - B_p C_t \end{bmatrix}$$

$$H_{\infty 12} = \begin{bmatrix} -B_w R_1^{-1} B_w' & 0 \\ 0 & -B_p B_p' \end{bmatrix}$$

$$H_{\infty 21} = \begin{bmatrix} C_w' R_1^{-1} C_w & -C_w' R_1^{-1} D_w C_p \\ -C_p' D_w' R_1^{-1} C_w & C_p' D_w' R_1^{-1} D_w C_p \end{bmatrix}$$

$$R_1 = D_w' D_w - I$$

ここで, $\text{Ric}[\quad]$ はつぎの Riccati 方程式の解を意味する.

$$H_{\infty 11}' X_\infty + X_\infty H_{\infty 11} + X_\infty H_{\infty 12} X_\infty - H_{\infty 21} = 0. \quad (3.10 \text{ d})$$

また, D_t は I となるよう正規化する必要があるが, これはシステムの正則変換により I に変換できるので以後はこの変換後の $D_t = I$ となった一般化プラントを対象として記述する.

(3.10 a) の $x_w(t)$ は重みのシステムの状態であるが, 重みのシステムは設計者により設定できるのでその初期値を 0 とすると (3.9 a) を用いて誤差 $e(t)$ の式に変換できる. したがって制御器はつぎのように書き直すことができる.

$$u = F_{21}(sI - A_w)^{-1} B_w e + F_{22} x_p \quad (3.11)$$

これは Fig. 1 (b) で示したブロック線図で与えられる問題を解いていることと等しい.

サーボ系を設計する場合, A_w に追従させたいモードを入れればよい. 1 型の制御系の場合は A_w を 0 とすれば, 前向きゲインに積分特性となり, ステップ目標に対しては偏差が 0 となる. ただし, その場合, Glover-Doyle の可解条件³⁾を満たさなくなるので $A_w = \varepsilon I$ (ε : 小さい定数)と選ぶ. ε を十分小さく選べば, 定常偏差は十分小さくなり, 実用的には問題ない. 厳密な積分特性を入れたい場合は, 設計後, ε を 0 とすればよい.

$A_w = 0$ とした場合, 重みを実現したシステムの状態フィードバック制御器は Fig. 1 (b) で示した前置補償器と等価になるので Fig. 1 (a) は Fig. 1 (b) に変換でき, つぎの形の制御器が得られる.

状態 FB:

$$u_p = \frac{K_e}{s} e + K_x x_p \quad (3.12)$$

(3.12) の形式は単なる状態フィードバックだけではなく, 偏差からの前置補償器もあわせもった形式となっている. この形式の制御系の特徴は上記のようにサーボ問題を考えた場合, 内部モデル原理により制御対象が変動しても偏差を 0 とできることである. この形式は従来の積分型のレギュレータと同じ形式である⁶⁾.

3.2 非干渉制御機能

非干渉制御機能を簡単に示す(詳細は文献 2)参照).

制御対象 (2.1) と状態フィードバック (3.10) からなる閉ループ系はつぎの状態方程式で表現できる.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p \\ B_p F_{21} & A_p + B_p F_{22} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix} r(t) \quad (3.13 \text{ a})$$

$$y_p(t) = [0 \quad C_p] x(t) \quad (3.13 \text{ b})$$

行列 $A_p + B_p F_{22}$ はつぎのようになる.

$$A_p + B_p F_{22} = A_p - B_p (C_t + B_p' X_{\infty 22}) \quad (3.14)$$

右辺はシステム $(A_p - B_p C_t, B_p, C_p, 0)$ にゲイン

$-B_p'X_{\infty 22}$ を状態フィードバックしたものとみなすことができる。以下、 $A_p - B_p C_t$ を A_t と書く。システム $(A_t, B_p, C_p, 0)$ に関してはつぎの関係が得られる。

[補題 1]

システム $(A_t, B_p, C_p, 0)$ の伝達関数行列は $W_2^{-1}(s)$ であり、 (A_t, C_p) は制御対象 $(A_p, B_p, C_p, 0)$ の零点で不可観測となる。

証明は $G_p(s) \sim (A_p, B_p, C_p, D_p)$, $W_{2B}(s)G_p(s) \sim (A_p, B_p, C_t, D_t)$ と $G_p(s)$ の零点が安定であることから示すことができる(詳細は文献2)参照)。

$W_2(s)$ は対角行列であるのでシステム $(A_t, B_p, C_p, 0)$ は非干渉化されていることがわかる。

変換 T_b によりこのシステムを可観測部分空間と不可観測部分空間に分ける。

$$x_p = T_b x_b \quad (3.16 \text{ a})$$

$$\begin{aligned} A_b &= T_b^{-1} A_t T_b \\ &= \begin{bmatrix} A_z & A_{zt} \\ 0 & A_{tb} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.16 \text{ b})$$

$$\begin{aligned} B_b &= T_b^{-1} B_p \\ &= \begin{bmatrix} B_z \\ B_{tb} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.16 \text{ c})$$

$$\begin{aligned} C_b &= C_p T_b \\ &= [0 \quad C_{tb}] \end{aligned} \quad (3.16 \text{ d})$$

$(A_{tb}, B_{tb}, C_{tb}, 0)$ は $W_2^{-1}(s)$ のシステム実現になっているので、 A_{tb}, B_{tb}, C_{tb} はブロック対角に選ぶことができる。

$$A_{tb} = \text{diag}(A_{tb1}, A_{tb2}, \dots, A_{tbm}) \quad (3.17 \text{ a})$$

$$B_{tb} = \text{diag}(B_{tb1}, B_{tb2}, \dots, B_{tbm}) \quad (3.17 \text{ b})$$

$$C_{tb} = \text{diag}(C_{tb1}, C_{tb2}, \dots, C_{tbm}) \quad (3.17 \text{ c})$$

A_z は制御対象の零点に極をもつ。また、変換 T_b により A_p はつぎのように変換される。

$$\begin{aligned} T_b^{-1} A_p T_b &= T_b^{-1} (A_t + B_p C_t) T_b \\ &= A_b + B_b C_t T_b \end{aligned} \quad (3.18)$$

変換後のシステムに対する状態フィードバック制御(3.10)はつぎようになる。

$$u(t) = F_{b2} \begin{bmatrix} x_w(t) \\ x_p(t) \end{bmatrix} := F_{b2} \bar{x}(t) \quad (3.19 \text{ a})$$

ただし、

$$\begin{aligned} F_{b2} &= -[0 \quad C_t T_b] - [0 \quad B_b'] X_b \\ &:= [F_{b21} \quad F_{b22}] \end{aligned} \quad (3.19 \text{ b})$$

$$X_b = \text{Ric}(H_b) = \text{Ric} \begin{bmatrix} H_{b11} & H_{b12} \\ H_{b21} & -H_{b11}' \end{bmatrix} \quad (3.19 \text{ c})$$

$$H_{b11} = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_b \\ 0 & A_b \end{bmatrix}$$

$$H_{b12} = \begin{bmatrix} B_w B_w' & 0 \\ 0 & -B_b B_b' \end{bmatrix}$$

$$H_{b21} = \begin{bmatrix} -C_w' C_w & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ただし、簡単のため $D_w = 0$ とする。つぎに解の構造を調べる。つぎの補題2より、解のうち不可観測な部分空間に対応するものは0となり、可観測部分空間に対応するものはやはりブロック対角化されることが計算より確かめられる。

[補題 2]

(3.16 b) の A_z が安定であれば解 X_b はつぎのように与えられる。

$$X_b = \begin{bmatrix} X_w & 0 & X_{wt} \\ 0 & 0 & 0 \\ X_{wt}' & 0 & X_t \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

ただし、 X_w, X_{wt}, X_t はブロック対角行列である。

(証明) 付録A 参照

補題2より直ちにつぎの補題3が得られる。

[補題 3]

システム(3.16)と状態フィードバック(3.19)からなる閉ループ系は非干渉化される。

略証：目標値 r から出力 y_p までの伝達関数 $G_{bo}(s)$ はつぎようになる。

$$G_{bo}(s) = [I + G_{bo}(s)]^{-1} G_{bo}(s) \quad (3.21 \text{ a})$$

ただし、

$$\begin{aligned} G_{bo}(s) &= C_{tb}(sI - A_{tb} + B_{tb}B_{tb}'X_t)^{-1}B_{tb}B_{tb}'X_{wt}' \\ &\quad (sI - A_w)^{-1}B_w \end{aligned} \quad (3.21 \text{ b})$$

ここで行列 $A_{tb}, B_{tb}, C_{tb}, X_t, X_{wt}, A_w, B_w$ はブロック対角であるので $G_{bo}(s)$ も対角となり、 $G_{bc}(s)$ は対角となる(詳細は文献2)参照)。□

補題3と簡単な変換操作により、変換前の制御対象に対する非干渉制御性能もつぎの定理より得られる。

《定理 1》

制御対象(2.1)が条件 i), ii), iii) を満足しているとき、制御対象(2.1)と状態フィードバック制御(3.10)からなる閉ループ系は非干渉化される。

略証：解 X_{∞} と X_b はつぎの関係にあるので

$$\begin{bmatrix} X_{\infty 11} & X_{\infty 12} \\ X_{\infty 21} & X_{\infty 22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T_b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{b11} & X_{b12} \\ X_{b21} & X_{b22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T_b \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

この関係を用いて(3.21)を書き直すと変換された $G_{bo}(s)$ は変換前の表現を用いた伝達関数と等しくなる。したがって、制御系は非干渉化されていることがわかる(詳細は文献2)参照)。□

3.3 出力FB制御

出力FB制御ではさらにつぎの仮定をおく。

(iv) 制御対象の極は安定

この場合、混合感度問題で出力FB制御を定式化する

と DF 問題となる。DF 問題の場合は Riccati 方程式は 1 本だけ解けばよい。状態 FB と同じ重みを与えると、出力 FB と状態 FB で目標値-出力特性は同じになる⁴⁾。そのため、状態 FB で非干渉制御系が得られていれば、出力 FB でも同様に得られる。制御対象の極が不安定な場合は DF 問題とならず、上述の性質は使えないのでこのままでは非干渉制御性能は保証されない。(iv) を仮定した場合の設計法を以下に示す。

一般化プラントは状態 FB のものに出力方程式を加えて以下のようなる。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \quad (3.23 \text{ a})$$

$$z(t) = C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \quad (3.23 \text{ b})$$

$$y(t) = C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t) \quad (3.23 \text{ c})$$

ただし、 $y(t) \in R^{p_2}$ は制御器への入力である。3.2 節の状態 FB と同じ制御仕様を与えると、一般化プラントの係数行列は以下のようなる。

$$A = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p \\ 0 & A_p \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_p \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_w & -D_w C_p \\ 0 & C_t \end{bmatrix}, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} D_w \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_t \end{bmatrix},$$

$$C_2 = [0 \quad C_p], \quad D_{21} = I, \quad D_{22} = 0$$

これを解くと制御器はつぎのようなる。

$$\dot{x}_k(t) = A_k x_k(t) + B_k y(t) \quad (3.24 \text{ a})$$

$$u(t) = C_k x_k(t) + D_k y(t) \quad (3.24 \text{ b})$$

ただし、 $x_k \in R^n (n = n_w + n_p)$ は状態であり、 A_k, B_k, C_k, D_k はつぎのように与えられる。

$$A_k = \begin{bmatrix} A_w & 0 \\ B_p F_{21} & A_p + B_p F_{22} \end{bmatrix}, \quad B_k = \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_k = [F_{21} \quad F_{22}], \quad D_k = 0$$

F_2 は (3.10) で与えられる。状態 FB 制御と同様、Riccati 方程式は 1 本解くだけでよい。

制御器の形は結果的に状態フィードバック制御の場合と同様、 $W_1(s)$ の重みシステムを内蔵した形となる。一般化プラントの $y(t)$ は偏差 $e(t)$ であることを考慮して (3.24 a), (3.24 b) を周波数領域に直すとつぎのようなる。

$$u_p = K_B(s)e \quad (3.24 \text{ c})$$

ただし、 e は目標値 r と出力 y_p の偏差である。制御系のブロック線図を Fig. 1(c) に示す。

制御対象と制御器からなる閉ループ系を求めると A_p が安定であれば、状態 FB 制御の目標値-出力特性となることより⁴⁾、つぎの定理が得られる。

《定理 2》

制御対象 (2.1) が条件 i), ii), iii), iv) を満足しているとき、制御対象 (2.1) と出力フィードバック制御 (3.24) からなる閉ループ系は非干渉化される。

略証：制御対象と制御器からなる閉ループ系はつぎのようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_w(t) \\ x_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p F_{21} & B_p F_{22} \\ -B_w C_p & A_w & 0 \\ 0 & B_p F_{21} & A_p + B_p F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_w(t) \\ x_k(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_w \\ 0 \end{bmatrix} r(t) \quad (3.25 \text{ a})$$

$$y_p(t) = C_p x_p(t) \quad (3.25 \text{ b})$$

状態を変換するとつぎのようになる。

$$\dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} A_p + B_p F_{22} & B_p F_{21} & B_p F_{22} \\ -B_w C_p & A_w & 0 \\ 0 & 0 & A_p \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ B_w \\ 0 \end{bmatrix} r(t) \quad (3.26)$$

(3.26) のつぎの部分行列

$$\begin{bmatrix} A_p + B_p F_{22} & B_p F_{21} \\ -B_w C_p & A_w \end{bmatrix}$$

は (3.13 a) のシステムと同じであり、また、 A_p の部分は安定かつ不可制御なので、 r から y_p の伝達関数は状態フィードバックの場合と出力フィードバックの場合は同じになり、出力フィードバックの場合も非干渉制御性能が得られる。□

4.2 自由度制御系設計

サーボ系の設計では外乱応答特性あるいはロバスト安定性と目標値応答特性を両立させることが難しい場合がしばしばある。この場合、外乱特性と目標値特性を独立に選べる 2 自由度制御系が有利となる。この場合でもやはりサーボ系では非干渉制御機能が重要になることは多い。

ここでは、先の非干渉制御系設計が 2 自由度制御系でも実現可能であることを示す。2 自由度制御系設計は文献 5) の方法を用いる。制御系設計は FB 制御器、FF 制御器の順に行う。

FB 制御器は後で示す条件を満たせば、どのような設計法を用いてもよい。3 章の混合感度問題や 4 Block 問題を用いても良いし、LQ などの方法で求めても良い。

FF 制御器は制御対象と FB 制御器からなる系を新たな制御対象とみなし、その拡大系に対する制御を考えることにより設計する。ここでは、FB 制御器がつぎのような状態 FB と出力 FB をあわせた一般的な形の制御入力をもつとして FF 制御器の設計を行う。

$$u_p = K_b(s)(r - y_p) + K_x x_p + K_F(s)r \quad (4.1)$$

制御仕様はつぎの混合感度問題により与える.

$$\left\| \frac{W_{1F}(s)S_F(s)}{W_{2F}(s)T_F(s)} \right\|_{\infty} < 1 \quad (4.2)$$

ただし, $S_F(s)$, $T_F(s)$ は Fig. 2 に示すような制御系において目標値から偏差, 出力までの伝達関数であり, $W_{1F}(s)$, $W_{2F}(s)$ はその周波数重みである.

FB 制御器を以下の状態方程式で表現する.

$$\dot{x}_{kB}(t) = A_{kB}x_{kB}(t) + B_{kB}(r(t) - y_p(t)) \quad (4.3 a)$$

$$u_{kB}(t) = C_{kB}x_{kB}(t) + D_{kB}(r(t) - y_p(t)) + K_x x_p(t) \quad (4.3 b)$$

ただし, $x_{kB}(t) \in R^{n_{kB}}$, $u_{kB}(t) \in R^{m_p}$ は制御器の状態, 出力, $r(t) \in R^{m_p}$ は目標値である.

ここでつぎの仮定をおく.

v) $D_{kB} = 0$ (直達項は 0)

vi) A_{kB} は安定

重みの実現システムを 4.1 節と同様求めると係数行列はつぎのようになる.

$$A = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p & 0 \\ 0 & A_p + B_p K_x & B_p C_{kB} \\ 0 & -B_{kB} C_p & A_{kB} \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ B_{kB} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_p \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_w & -D_w C_p & 0 \\ 0 & C_t + D_t K_x & D_t C_{kB} \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} D_w \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_t \end{bmatrix},$$

$$C_2 = [0 \ 0 \ 0], \quad D_{21} = I, \quad D_{22} = 0$$

この一般化プラントで与えられる問題も DF 問題である. 以下では簡単のため D_w は 0 とする. 一般性を失うことなく, D_t は座標変換により I に変換できる. 以後, D_t は I とする. DF 問題の中心解から得られる制御器を示す.

$$\dot{x}_{kF}(t) = A_{kF}x_{kF}(t) + B_{kF}r(t) \quad (4.4 a)$$

$$u_{kF}(t) = C_{kF}x_{kF}(t) + D_{kF}r(t) \quad (4.4 b)$$

$$A_{kF} = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p & 0 \\ B_p F_{21} & A_p + B_p(K_x + F_{22}) & B_p(C_{kB} + F_{23}) \\ 0 & -B_{kB} C_p & A_{kB} \end{bmatrix}$$

$$B_{kF} = \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ B_{kB} \end{bmatrix}$$

$$C_{kF} = F_2$$

$$D_{kF} = 0$$

$$F_2 = [F_{21} \ F_{22} \ F_{23}] \\ = [0 \ -C_t - K_x \ -C_{kB}] + [0 \ -B_p' \ 0]X_{\infty} \quad (4.4 c)$$

ただし

$$X_{\infty} = \text{Ric} \begin{bmatrix} H_A & H_R \\ H_Q & -H_A' \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} X_{\infty 11} & X_{\infty 12} & X_{\infty 13} \\ X_{\infty 21} & X_{\infty 22} & X_{\infty 23} \\ X_{\infty 31} & X_{\infty 32} & X_{\infty 33} \end{bmatrix} \quad (4.4 d)$$

$$H_A = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p & 0 \\ 0 & A_p - B_p C_t & 0 \\ 0 & -B_{kB} C_p & A_{kB} \end{bmatrix}$$

$$H_R = \begin{bmatrix} B_w B_w' & 0 & B_w B_k' \\ 0 & -B_p B_p' & 0 \\ B_{kB} B_w' & 0 & -B_{kB} B_k' \end{bmatrix}$$

$$H_Q = \begin{bmatrix} C_w' C_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

また, $x_{kF} \in R^n (n = n_w + n_p + n_{kB})$ は状態である.

結局, 制御入力は (4.3), (4.4) から

$$u_p(t) = u_{kB}(t) + u_{kF}(t) \quad (4.5)$$

となる. この制御系の非干渉制御機能に関しても 4.1 節と同様に示すことができる.

制御対象 (2.1) と制御入力 (4.5) からなる閉ループ系はつぎの状態方程式で表現できる.

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} A_p + B_p K_x & B_p C_{kB} & B_p F_{21} \\ -B_{kB} C_p & A_{kB} & 0 \\ 0 & 0 & A_w \\ 0 & 0 & B_p F_{21} \\ 0 & 0 & 0 \\ B_p F_{221} & B_p F_{222} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -B_w C_p & 0 & 0 \\ A_p + B_p(K_x + F_{221}) & B_p(C_{kB} + F_{222}) & 0 \\ -B_{kB} C_p & A_{kB} & 0 \end{bmatrix} x_a(t)$$

Fig. 2 Feedback + Feedforward

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ B_k \\ B_w \\ 0 \\ B_k \end{bmatrix} r(t) \quad (4.6 \text{ a})$$

$$y_p(t) = [C_p \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] x_a(t) \quad (4.6 \text{ b})$$

(4.6)を詳しく調べるとFB系のみを考えたシステムの極で極零相殺していることがわかる。それを取り除くとつぎの状態方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_{a1}(t) &= \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p \\ B_p F_{21} & A_p + B_p(K_x + F_{221}) \\ 0 & -B_k C_p \\ 0 & B_p(C_k + F_{222}) \\ A_k \end{bmatrix} x_{a1}(t) + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ B_k \end{bmatrix} r(t) \\ &= \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_p \\ -B_p B'_p X_{\infty 21} & A_p - B_p(C_t + B'_p X_{\infty 22}) \\ 0 & -B_k C_p \\ 0 & -B_p B'_p X_{\infty 23} \\ A_k \end{bmatrix} x_{a1}(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ B_k \end{bmatrix} r(t) \end{aligned} \quad (4.7 \text{ a})$$

$$y_p(t) = [0 \ C_b \ 0] x_{a1}(t) \quad (4.7 \text{ b})$$

2自由度制御系の場合も制御対象(2.1)に対し、補題1が成立する。したがって変換 T_b を用いると(4.7)はつぎのように変換できる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_{a2}(t) &= \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_b \\ -B_b B'_b X_{b21} & A_b - B_b B'_b X_{b22} \\ 0 & -B_k C_b \\ 0 & -B_b B'_b X_{b23} \\ A_k \end{bmatrix} x_{a2}(t) + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ B_k \end{bmatrix} r(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \\ B_k \end{bmatrix} r(t) \end{aligned} \quad (4.8 \text{ a})$$

$$y_p(t) = [0 \ C_b \ 0] x_{a2}(t) \quad (4.8 \text{ b})$$

ただし、 X_b はつぎのように書くことができる。

$$\begin{aligned} X_b &= \begin{bmatrix} X_{b11} & X_{b12} & X_{b13} \\ X_{b21} & X_{b22} & X_{b23} \\ X_{b31} & X_{b32} & X_{b33} \end{bmatrix} \\ &= \text{Ric} \begin{bmatrix} H_{bA} & H_{bR} \\ H_{bQ} & -H_{bA'} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$H_{bA} = \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_b & 0 \\ 0 & A_b & 0 \\ 0 & -B_k C_b & A_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} A_w & 0 & -B_w C_{tb} & 0 \\ 0 & A_z & A_{zt} & 0 \\ 0 & 0 & A_{tb} & 0 \\ 0 & 0 & -B_k C_{tb} & A_k \end{bmatrix} \\ H_{bR} &= \begin{bmatrix} B_w B_w' & 0 & B_w B_k' \\ 0 & -B_b B_b' & 0 \\ B_k B_w' & 0 & -B_k B_k' \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} B_w B_w' & 0 & 0 & B_w B_k' \\ 0 & -B_z B_z' & -B_z B_{tb}' & 0 \\ 0 & -B_{tb} B_z' & -B_{tb} B_{tb}' & 0 \\ B_k B_w' & 0 & 0 & B_k B_k' \end{bmatrix} \\ H_{bQ} &= \begin{bmatrix} C_w' C_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_w' C_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

行列 A_w , B_w , C_w , A_{tb} , B_{tb} , C_{tb} はブロック対角なので行列 $B_w B_w'$, $C_w C_w'$, $B_{tb} B_{tb}'$, $B_w C_{tb}$ もブロック対角となる。

[補題4]

A_z と A_k が安定である場合、解 X_b はつぎのように与えられる。

$$X_b = \begin{bmatrix} X_w & 0 & X_{wt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{wt}' & 0 & X_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

ただし、 X_w , X_{wt} , X_t はブロック対角行列である。(証明)

補題2と同様、Riccati方程式の構造を詳しく調べればよい。解 X_b は以下のように書くことができる。

$$X_b = X_2 X_1^{-1}, \quad (4.11)$$

ただし、 X_1 と X_2 はつぎのような構造となる。

$$\begin{aligned} X_1 &= \begin{bmatrix} X_{111} & 0 & X_{113} & 0 \\ X_{121} & X_{122} & X_{123} & 0 \\ X_{131} & 0 & X_{133} & 0 \\ X_{141} & 0 & X_{143} & X_{144} \end{bmatrix} \\ X_2 &= \begin{bmatrix} X_{211} & 0 & X_{213} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{231} & 0 & X_{233} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

したがって解 X_b は(4.10)で与えられる。

行列 X_w , X_{wt} , X_t はつぎのように(4.9)の非零の要素からなる新たな Riccati 方程式から決まる。

$$\bar{X}_b := \begin{bmatrix} X_w & X_{wt} \\ X_{wt}' & X_t \end{bmatrix} = \text{Ric} \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_{tb} & B_w B'_w \\ 0 & A_{tb} & 0 \\ -C_w C'_w & 0 & -A'_w \\ 0 & 0 & -C'_{tb} B_w \\ 0 & -B_{tb} B'_{tb} \\ 0 & -A'_{tb} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

行列 X_w , X_{wt} , X_t は A_{tb} , B_{tb} , C_{tb} , A_w , B_w から決まり, A_z , A_{zt} , B_z には依存しない. 行列 A_{tb} , B_{tb} , C_{tb} , A_w , B_w もブロック対角に選べるので, X_w , X_{wt} , X_t もブロック対角となる. $\square$

補題4は“不可観測な部分空間に対応する解は0となり, 可観測な部分空間に対応する解はおのおの非干渉化されたシステムに対応して独立に決まる”ことを意味する.

[補題5]

変換された閉ループ系(4.2)は非干渉化される.

(証明)

目標値 r から出力 y_p までの伝達関数行列が対角であることを示せばよい. この伝達関数行列はつぎようになる.

$$G_{bc}(s) = [I + G_{bo}(s)]^{-1} G_{bo}(s) \quad (4.13 \text{ a})$$

ここで $G_{bo}(s)$ はつぎのように与えられる.

$$G_{bo}(s) = C_{tb}(sI - A_{tb} + B_{tb}B'_{tb}X_t)^{-1}B_{tb}B'_{tb}X_{wt}'(sI - A_w)^{-1}B_w \quad (4.13 \text{ b})$$

A_z と A_k のモードは不可観測になるので, 伝達関数 $G_{bo}(s)$ は A_z , A_{zt} , B_z , A_k に依存しない. また, 行列 A_{tb} , B_{tb} , C_{tb} , X_t , X_{wt} , A_w , B_w はブロック対角であるので, $G_{bo}(s)$ も対角となる. これより, $G_{bc}(s)$ は対角になり閉ループが非干渉化されることがわかる. $\square$

この補題により, もとの制御対象に対する非干渉制御性能をつぎの定理により示すことができる.

《定理3》

制御対象(2.1)が条件 i), ii), iii), iv), v) を満足しているとき, フィードバック制御(4.3), フィードフォワード制御(4.4)からなる閉ループ系は非干渉化される. (証明)

(4.13 b) の伝達関数行列 $G_{bo}(s)$ はつぎのように書き直すことができる.

$$G_{bo}(s) = C_b(sI - A_b + B_bB'_bX_{b22})^{-1}B_bB'_bX_{b21}(sI - A_w)^{-1}B_w \quad (4.14)$$

解 X_∞ は X_b と T_b よりつぎのように書くことができ

る.

$$\begin{bmatrix} X_{\infty 11} & X_{\infty 12} & X_{\infty 13} \\ X_{\infty 21} & X_{\infty 22} & X_{\infty 23} \\ X_{\infty 31} & X_{\infty 32} & X_{\infty 33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & T_b' & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{b11} & X_{b12} & X_{b13} \\ X_{b21} & X_{b22} & X_{b23} \\ X_{b31} & X_{b32} & X_{b33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & T_b & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

(4.13 a) と (4.14) から伝達関数行列 $G_{bo}(s)$ はつぎのようにもとの伝達関数行列 $G_{po}(s)$ と等しくなる.

$$\begin{aligned} G_{bo}(s) &= C_p T_b [sI - T_b^{-1}(A_p - B_p C_p) T_b \\ &\quad - T_b^{-1} B_p B'_p T_b^{-1} T_b X_{\infty 22} T_b]^{-1} \\ &\quad \times T_b^{-1} B_p B'_p T_b^{-1} T_b X_{\infty 21} (sI \\ &\quad - A_w)^{-1} B_w \\ &= C_p [sI - A_p - B_p (C_t + B'_p \\ &\quad X_{\infty 22})]^{-1} B_p B'_p X_{\infty 21} (sI - A_w)^{-1} B_w \\ &= C_p [sI - A_p - B_p F_{22}]^{-1} B_p F_{21} (sI - A_w)^{-1} B_w \\ &= G_{po}(s) \end{aligned} \quad (4.16)$$

これより $G_{po}(s)$ も対角行列となり, また, つぎの関係

$$G_{pc}(s) = [I + G_{po}(s)]^{-1} G_{po}(s) \quad (4.17)$$

より, $G_{pc}(s)$ も対角行列となり, 非干渉化されることがわかる. $\square$

5. 数値例と制御系の特性

数値例により制御系の特性を調べる.

制御対象と重みを以下のように与える.

制御対象:

$$\dot{x}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & 0 & a_4 \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} u_p$$

$$y_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_p$$

$$a_1 = -1.28 \times 10^{-2}, a_2 = -1.20 \times 10^{-1},$$

$$a_3 = -1.79 \times 10^{-4}, a_4 = -2.46 \times 10^{-2},$$

$$b_1 = 3.20 \times 10^{-7}, b_2 = -3.27 \times 10^{-6},$$

制御器はつぎの二つを考える.

1 自由度の出力FB制御

2 自由度の出力FB制御+FF制御

両方とも混合感度問題を用いる. 重みを以下のように与える.

FB制御器重み(混合感度問題):

$$W_{1B}(s) = \text{diag} \left(\frac{0.02}{s}, \frac{0.01}{s} \right)$$

$$W_{2B}(s) = \text{diag} \left(\frac{(s+0.08)^2}{1.2 \times 0.08^2}, \frac{(s+0.04)^2}{1.2 \times 0.04^2} \right)$$

Fig. 3 Frequency response

Fig. 4 Step response

FF 制御器重み:

$$W_{1F}(s) = \text{diag}\left(\frac{0.04}{s}, \frac{0.02}{s}\right)$$

$$W_{2F}(s) = \text{diag}\left(\frac{(s+0.16)^2}{1.2 \times 0.16^2}, \frac{(s+0.08)^2}{1.2 \times 0.08^2}\right)$$

以上の制御対象, 重みより得られる制御系の周波数特性 (Fig. 3) とステップ応答 (Fig. 4) を示す。

1 自由度制御系, 2 自由度制御系とも良好な非干渉制御性能が得られていることがわかる。

6. おわりに

本稿では混合感度問題を用いて非干渉制御系が設計できることを示した。制御系は 1 自由度制御系の状態フィードバック制御, 出力フィードバック制御とフィードバック制御器が状態フィードバックと出力フィードバックからなる場合の 2 自由度制御系を考えた。

本制御器の特徴は H_∞ 制御の周波数整形機能を有しているため, ロバスト安定性, 外乱特性を考慮しつつ, かつ, 非干渉制御が実現できることである。

参考文献

- 1) P. L. Falb and W. A. Wolovich: Decoupling in the Design and Synthesis of Multivariable Control Systems, IEEE Trans., **AC-12**, 651/659 (1967)
- 2) S. Miyamoto and S. Arinaga: Decoupling Control based on H_∞ -Mixed Sensitivity Problem, Proc. of IEEE 32nd CDC, San Antonio TX, 1336/1342 (1993)
- 3) K. Glover and J. Doyle: State-Space Approach to H_∞ -Optimal Control, Lecture Notes in Control and Information Science, **135**, 179/218, Berlin: Springer-Verlag (1990)
- 4) S. Miyamoto and S. Arinaga: Relationship Between Availability of States and Pole/Zero Cancellations in H_∞ -Control, IEEE Trans., **AC-39**, 379/381 (1994)
- 5) 宮元, 有永: H_∞ 制御による 2 自由度制御系の設計, 第 12 回 SICE 九州支部学術講演会予稿集, 73/74 (1993)
- 6) 武田, 北森: 線形多入出力系最適追従制御系の一設計法, 計測自動制御学会論文集, **14-2**, 359/364 (1978)

《付録 A 補題 2 の略証》

(3.19 c) の Hamilton 行列 H_b はつぎようになる。

$$H_b = \begin{bmatrix} A_w & 0 & -B_w C_{tb} & B_w B'_w \\ 0 & A_z & A_{zt} & 0 \\ 0 & 0 & A_{tb} & 0 \\ -C_w C'_w & 0 & 0 & -A'_w \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C'_{tb} B'_w \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -B_z B'_z & -B_z B'_{tb} \\ -B_{tb} B'_z & -B_{tb} B'_{tb} \\ 0 & 0 \\ -A'_z & 0 \\ -A'_{zt} & -A'_{tb} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

この方程式の解はつぎようになる。

$$X_\infty = X_2 X_1^{-1} \quad (\text{A.2})$$

ただし,

$$X_1 = \begin{bmatrix} X_{111} & 0 & X_{113} \\ X_{121} & X_{122} & X_{123} \\ X_{131} & 0 & X_{133} \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} X_{211} & 0 & X_{213} \\ 0 & 0 & 0 \\ X_{231} & 0 & X_{233} \end{bmatrix}$$

したがって解 X_b は (3.20) で与えられる。

行列 X_w , X_{wt} , X_t はつぎのように (3.19 c) の非零の要素からなる新たな Riccati 方程式から決まる。

$$\bar{X}_b := \begin{bmatrix} X_w & X_{wt} \\ X_{wt}' & X_t \end{bmatrix} = \text{Ric} \begin{bmatrix} A_w & -B_w C_{tb} & B_w B'_w \\ 0 & A_{tb} & 0 \\ -C_w C'_w & 0 & -A'_w \\ 0 & 0 & -C'_{tb} B'_w \\ 0 & 0 & 0 \\ -B_{tb} B'_z & 0 & 0 \\ -A'_{tb} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

行列 X_w , X_{wt} , X_t は A_{tb} , B_{tb} , C_{tb} , A_w , B_w から決まり, A_z , A_{zt} , B_z には依存しない。行列 A_{tb} , B_{tb} ,

C_{tb} , A_w , B_w もブロック対角に選べるので, X_w , X_{wt} , X_t もブロック対角となる(詳細は文献2)参照).

有 永 真 司 (正会員)

1983年, 大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了. 同年三菱重工業(株)勤務. 各種プラントの動特性解析, 制御系設計の研究に従事.

[著 者 紹 介]

宮 元 慎 一 (正会員)

1987年, 東京大学大学院修士課程修了(計数工学専門課程). 同年三菱重工業(株)勤務. 現在, エレクトロニクス事業部開発・製造部にて, プラント, ビークルなどの制御装置の研究・開発・製作に従事. システム制御情報学会, IEEE などの会員.