腕を有する脚ロボットの非線形制御について†

大須賀 公一*・岡 哲秀*・小野 敏郎*

On Nonlinear Control of Legged Robot with Arms

Koichi OSUKA*, Tetsuhide OKA* and Toshiro ONO*

In this paper, we consider the control of biped robot with arms and head named Emu which we are going to develop. We especially focus on the stand-up and sit-down motion of Emu. In this paper, for the first step, we regard Emu as a simple but special 2 link time varying inverted pendulum, and we develop a control scheme which makes Emu can stand-up or sit-down at a low speed. We developed this control scheme in the following way. Firstly, we regard the parameters of the lower link except the mass such as the length and the moment of inertia as time-varying parameters which vary slowly. Then, we treat the system as a slowly varying system. With this consideration, we can consider the lower link is nearly equal to a link which consists of many moving links. Next, we design a non-linear control scheme for the frozen system which is obtained by considering the time-varying parameters as constant parameters. Furthermore using Lyapunov's theory, we confirm this non-linear control scheme is effective to the original slowly varying system, that is, to Emu. Finally, we developed a simple experimental system and through a certain simulation and an experiment we show the realizability of our method.

Key Words: biped robot, nonlinear control, Lyapunov's theory, exact linearization method

1. はじめに

二足歩行ロボットの研究は、種々の動機のもとで、古くから行われている^{1)~4)}。筆者らも、人間型マスターズレーボット⁵⁾を開発して行く際に必要となる基礎技術の一つとして研究を行っている。具体的には、Fig. 1に示すような概念図をもとに二足歩行ロボット Emu^(注1)の開発を進めている⁶⁾。

特に本研究では、従来から行われていた定常的な歩行・走行動作に関する研究を補完する意味で、停止状態での屈伸運動の実現について考察する。さらに、これまで考察がなされていなかった、腕を有する脚ロボットに対する姿勢制御に関する考察をも含めて考えてみる。こ

のようなことを考える際、注意すべきことは、(i)系の運動方程式が非線形系となること、に加えて、(ii)系の平衡点が定点ではなく、脚の屈伸状況や腕の姿勢などに応じて変化する、あるいは、(iii)場合によっては平衡点が存在しない状況も存在する、という点である。

したがって、しばしば用いられる一つの平衡点での単純な近似線形化モデル(一つの平衡点まわりでのテーラ展開による一次近似)に基づく固定した制御則では満足

Fig. 1 Legged robot Emu

(注1) Emu とは、オーストラリアに生息している走鳥類の名称。

† 第23回制御理論シンポジウムで発表(1994・5)

* 大阪府立大学工学部 堺市学園町1-1

* University of Osaka Prefecture, Sakai
(Received September 16, 1994)
(Revised February 20, 1995)

の行く結果が得られない可能性があり、なんらかの非線形制御則による合理的な制御が必要であると思われる。また、平衡点に応じて線形化モデルを用意し、制御則を切り替えてゆく方法も考えられるが、用意すべきモデルが多数必要になる、入力が一不連続になりスムーズな動きが期待できない、などの点から必ずしも得策とはいえない。さらに、制御則の設計のみならず、得られた制御系全体の安定性に関する理論的な考察も必要である。

そのような考察をもとに筆者らは前報で、Fig. 1のEmuを単純な3リンク系として捉え(胴体と膝関節付一脚)、厳密な線形化手法を応用した制御系設計法を提案している⁷⁾。さらにそこでは、リアプノフの安定論に基づいた安定解析も行われている。

本論文の目的は、前報の結果を再定式化し、腕や頭の運動を伴ったEmuの屈伸運動までも統一的に実現できる制御系設計法を考察することである。

具体的には、運動中の腕/頭/脚などの関節角度を緩やかに変動する時変パラメータとして捉えることによって、システムを時変パラメータベクトル $\alpha(t)$ を含むある種の時変型2リンク倒立振子(それはSlowly Varying Systemとみなせる)とみなす。このような時変型2リンク倒立振子を考えることが、前報の結果を自然に含むことにつながる。制御則は、時変パラメータ $\alpha(t)$ を定数とみなした($\alpha(r)$ とする)Frozen Systemに対して非線形時不変制御則を設計し、その後、制御則の中の $\alpha(r)$ を $\alpha(t)$ に戻すことによって求める。そして、そのようにして得られた非線形時変制御則が元のシステムに対しても有効であることを理論的に確認する。そこでは、もとのシステムは厳密な線形化は不可能であるが、Frozen Systemは線形化可能なシステムになっていることが重要なポイントとなる。このようにして設計された非線形時変制御則をもちいれば、単一のモデルに基づきスムーズな動作が実現でき、合理的な制御系が構成できる。

なお、本研究と密接に関係がある結果として、土屋ら⁸⁾、および、小林らの研究⁹⁾がある。本研究が、制御理論的なアプローチをとっているのに対して、土屋らは、力学的観点からのアプローチをとっており、得られる制御則が異なっている。また、小林らの結果は、そこで必要とされている仮定2が本研究で取り扱おうとしているシステムでは満足しない、あるいは、小林らの与えている応用例(重心移動型倒立振子)は、二足歩行ロボットのモデルには必ずしも適したものではない、などの点で異なっている。

本論文の構成はつぎのとおりである。第2章で問題の定式化を行い、第3章で、非線形制御系の設計と安定解析を行う。第4章では、ここで提案する制御系設計法の

有効性を確認するために行ったシミュレーションと制御則の実現可能性を探るために行った簡単な基礎実験の結果について触れる。そして、第5章は結論である。

2. 問題の記述

本研究の最終目標は、Fig. 1のような二足二腕一頭からなるロボットが転倒することなく与えられた作業(たとえば、床に置かれた荷物を座り込んで把持し、立ち上がって指定された場所に運搬する)を遂行するための制御則を開発することである。

2.1 問題の設定

上に述べた目標を達成するための第一段階として、特に本論文では、下記の仮定、〈A1〉〜〈A6〉、を満たすFig. 1のロボット-Emuが転倒しないような制御系の構成法を考察する。

- 〈A1〉 Emuは片脚支持の状態である(あるいは両脚をそろえた状態)。
- 〈A2〉 支持脚の足首にはトルクが加えられない。
- 〈A3〉 支持脚は地面から離れず、横滑りもしない。
- 〈A4〉 腕、首、脚の運動は緩やかであり、その運動は時間関数としてあらかじめ任意に与えられている^(注2)。
- 〈A5〉 Emuの構成要素は全て剛体とし、その動特性は完全に既知である。
- 〈A6〉 全ての関節(地面と支持脚との相対角も含めて)の相対角度・相対角速度が測定できる。

[Remark 1] この問題設定は、Fig. 1のようなロボットが、その場で頭、腕を運動させながら、さらに、片足支持による屈伸運動を行うことを想定している。△

[Remark 2] このような問題を解くことができれば、その延長線上に遊脚の踏み出し問題が存在し、さらに歩行問題へとつながるものと期待できる。△

2.2 問題の捉え方

本論文では前項で提示した問題を、つぎのような問題を考察することによって解くことを考えた。

(問題) 制御対象としてFig. 2のような2リンクの倒立振子系に対して、

(S1) 本系が転倒しない、

(S2) 第2リンクをできるだけ水平に保つ、

を満たすような制御系を構成せよ。ただし、このモデルの特徴は、以下のとおりである。

[P1] 第1関節にはトルクが与えられない。

[P2] 第1リンクのパラメータは、質量を除いて全てあらかじめ計画された時変パラメータである。

(注2) バックドライブのない、強力なアクチュエータによって駆動されていることを意味する。

Fig. 2 Controlled system

[P3] 両関節の摩擦はない(含粘性摩擦)。

[P4] 全ての物理パラメータは既知である。

[P5] 両関節の相対角度・相対角速度が測定できる。

[P6] 第2リンクの重心は第2関節の上にある。□

[Remark 3] 上の性質のうち, [P1]が先の仮定<A1>~<A3>に対応し, [P2]が<A4>, [P3][P4]が<A5>, [P5]が<A6>にそれぞれ対応する。[P6]は新たに加えられた条件で, 後で制御則を設計する際に重要な役割をはたす。また, [P3][P4][P6]については Remark 6 でもう一度触れる。△

ここで, [P2]を考えることによって, Fig. 2の制御対象が Fig. 1のEmuに対応付けられるようになっていることに注意する。すなわち, Fig. 3のように考えたEmuをこのモデルに含めることができる。たとえば, Fig. 3(a)では, 胴体を第2リンクと捉え, 腕, 両脚, 首などは全て第2関節から出ているものとして, それらをまとめて第1リンクとみなす。また, Fig. 3(b)は胴体の回転運動を生じ難くするのに有効な方式で, 胴体内部に取り付けたWheelの回転角加速度によって倒立のためのトルクを得ようとするものである。この場合, Wheelを第2リンクと捉え, そのほかのリンクは胴体に取り付けられているものとし, 全て第1リンクとみなす(このように捉えたと, 土屋らの捉え方と一致する)。いずれにしても, 手足の運動を, Fig. 2の振り系の第1リンクの変形とみなす点がポイントである。

2.3 2リンク時変型倒立振子の運動方程式

ここでは, Fig. 2の倒立振子の運動方程式を示す。まず, t を時間, m_1, m_2 をそれぞれ第1, 第2リンクの質量とし, $l_1(t)$ を第1リンクの長さ, $I_1(t), I_2$ をそれぞれ第1, 第2リンクの重心まわりの慣性モーメント, g を重力加速度とする。そして, $r_v(t), r_h(t)$ をFig. 2に示すように, 第1リンクの重心位置を表わすパラメータとする。また, $\theta_1(t)$ を第1リンクの鉛直上方からの角度, $\theta_2(t)$ を

Fig. 3 Modelling of Emu

第1関節と第2関節とを結ぶ直線と第2リンクとの相対角度, u を第2関節に加える入力トルクとする(いずれも時計まわりを正方向とする)。さらに, 第2関節はギヤ比 n の減速器付きモータ(ロータ慣性モーメントを J_M とする)で駆動されるものとする。このとき運動方程式はつぎのようになる。

$$J(\alpha(t))\ddot{\theta} + C_1(\alpha(t), \dot{\alpha}(t))\dot{\theta} + C_2(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) + G(\theta, \alpha(t)) = Eu \quad (1)$$

ただし,

$$\theta = [\theta_1, \theta_2]^T$$

$$E = [0, 1]^T$$

$$\alpha(t) = [l_1(t), I_1(t), r_v(t), r_h(t)]^T$$

$$J(\alpha(t)) = \begin{bmatrix} J_1(\alpha(t)) & I_2 \\ I_2 & J_2 \end{bmatrix}$$

$$C_1(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) = \begin{bmatrix} C_{11}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) = \begin{bmatrix} C_{21}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G(\theta, \alpha(t)) =$$

$$\begin{bmatrix} m_1 g (-r_v(t) \sin \theta_1 + r_h(t) \cos \theta_1) - m_2 g l_1(t) \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J_1(\alpha(t)) = I_1(t) + I_2 + m_1(r_v^2(t) + r_h^2(t)) + m_2 l_1^2(t)$$

$$J_2 = I_2 + n^2 J_M$$

$$C_{11}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) =$$

$$= 2\{m_1(r_v(t)\dot{r}_v(t) + r_h(t)\dot{r}_h(t)) + m_2 l_1(t)\dot{l}_1(t)\} + \dot{I}_1(t)$$

$$C_{21}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) = m_1(r_h(t)\dot{r}_v(t) - r_v(t)\dot{r}_h(t))$$

と置いた。

ここで, [P1]~[P6]に加えて, つぎの性質を仮定する。

[P7] 適当な有界集合 $\Gamma \in \mathbb{R}^4$ が存在し, 次式が任意の時間 t で成立する。

$$\alpha(t) \in \Gamma, \quad (2a)$$

$$\|\dot{\alpha}(t)\| \ll 1, \|\ddot{\alpha}(t)\| \ll 1 \quad (2b) \square$$

[Remark 4] (2b)式はEmuの運動が緩やかであるこ

とを意味する.

△

3. 非線形制御系の設計と解析

本章では、運動方程式が(1)式で与えられ[P1]～[P7]を満たす、Fig. 2の制御対象に対して、2.2節で設定した問題を解く. 具体的には、3.1節で制御則の基本設計を行い([補助結果]), 3.2節でその実現([制御則])と制御系の安定性を解析する([主結果]).

3.1 制御則の基本設計

ここではつぎのような設計手順で制御則を設計する.

Step 1) (1)式において、時変パラメータの変化が非常に緩やかであるとして(Slowly Varying System¹⁰⁾とみなす), Frozen System¹⁰⁾を考える. すなわち、第1リンクの時変パラメータの時間に関する微分を0にする. そして、得られたFrozen Systemの平衡点 $\theta_0(t)$ を求める.

Step 2) Step 1で得られたFrozen Systemを

$$e(t) = \theta(t) - \theta_0(t) \quad (3)$$

に関する方程式に変換する.

Step 3) Step 2で得られたシステムに対して $e(t)$ に関するレギュレータを構成する.

3.1.1 Frozen Systemとその平衡点

運動方程式(1)において、第1リンクの時変パラメータの時間微分を全て零とすることによって、

$$J(\alpha(r))\ddot{\theta} + G(\theta, \alpha(r)) = Eu \quad (4)$$

なるFrozen Systemが得られる. ここで、 $\alpha(t)$ を $\alpha(r)$ と置いたのは、時変パラメータをある時間における値に固定していることを示すためである.

(4)式は非線形時不変システムになっており、平衡点が存在する. そこで、(4)式で $\ddot{\theta} = 0$, $u = 0$ と置くと、

$$\begin{aligned} m_1 g(-r_v(r)\sin\theta_1 + r_h(r)\cos\theta_1) \\ - m_2 g h(r)\sin\theta_1 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

が得られる. また、第2リンクを水平に保つことが要求されているので、

$$\theta_1 + \theta_2 = \pi/2 \quad (6)$$

となる必要がある.

以上より、求めるべき平衡点は

$$\theta_0(r) = \begin{bmatrix} \theta_{01}(r) \\ \theta_{02}(r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}\left(\frac{m_1 r_h(r)}{m_1 r_v(r) + m_2 h(r)}\right) \\ \frac{\pi}{2} - \theta_{01}(r) \end{bmatrix} \quad (7)$$

となる.

3.1.2 運動方程式の変換

つぎに、(4)式を $e(t)$ に関する方程式に変換すると

$$J(\alpha(r))\ddot{e} + G(e + \theta_0, \alpha(r)) = Eu \quad (8)$$

となる. ただし、ここではFrozen Systemを取り扱っているので、 θ_0 の時間微分は零とした. さらに、 $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [e^T, \dot{e}^T]^T$ と置いて、(8)式を状態方程式表現するとつぎのようになる.

$$\dot{x} = f(x, \alpha(r)) + g(\alpha(r))u \quad (9)$$

ただし、

$$f(x, \alpha(r)) = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ J_f(\alpha(r))J_2 R_s(x, \alpha(r)) \\ -J_f(\alpha(r))I_2 R_s(x, \alpha(r)) \end{bmatrix}$$

$$g(\alpha(r)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -J_f(\alpha(r))I_2 \\ J_f(\alpha(r))J_1(\alpha(r)) \end{bmatrix}$$

$$J_f(\alpha(r)) = \frac{1}{J_1(\alpha(r))J_2 - I_2^2}$$

$$\begin{aligned} R_s(x, \alpha(r)) \\ = m_1 g\{r_v(r)\sin(x_1 + \theta_{01}(r)) \\ - r_h(r)\cos(x_1 + \theta_{01}(r))\} \\ + m_2 g h(r)\sin(x_1 + \theta_{01}(r)) \end{aligned}$$

と置いた.

3.1.3 制御則の設計

ここで、(9)式に対して、 x を零にする制御則を設計する. そのための一つの方法が、何らかの手法によってシステムを線形化することであるが、システム(9)はいわゆるマッチング条件を満足していないので、腕のように非線形補償ができない¹¹⁾. ところがつぎの補題によって、本システムは厳密な線形化可能なシステムになっていることが確認できる. そこで本項では、システム(9)に対して厳密な線形化手法を適用することによって、レギュレータを構成することにする.

[補題1] システム(9)は、 $x=0$ の近傍 D においてつぎの2条件が成立する.

- (i) $\{ad^0_g(\alpha), \dots, ad^3_g(\alpha)\}$ が線形独立.
- (ii) $\{ad^0_g(\alpha), \dots, ad^3_g(\alpha)\}$ が involutive.

ただし、 $D = \{x | -\pi/2 < x_1 < \pi/2\}$ であり、

$$\begin{aligned} ad^0_g(\alpha) &= g(\alpha) \\ ad^i_g(\alpha) &= \frac{\partial ad^{i-1}_g}{\partial x} f(x, \alpha) \\ &\quad - \frac{\partial f}{\partial x} ad^{i-1}_g(\alpha) \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned}$$

とおいた.

(証明) 省略.

この補題によって、システム(9)は、適当な座標変換と入力変換によって線形定係数システム

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (z \in \mathbb{R}^4, v \in \mathbb{R}) \quad (10)$$

に変換できることが保証される¹²⁾. すなわち、つぎの補題

が得られる。

[補題2] システム(9)は、任意の $\mathbf{x} \in D$ において、新しい入力 $v \in R$ を含む入力変換

$$\begin{aligned} u &= \Lambda(\mathbf{x}, \alpha(r)) + \rho(\mathbf{x}, \alpha(r))v \\ &= \frac{J_2 R_s(\mathbf{x}, \alpha(r))}{I_2} \\ &\quad - \frac{x_3^2 R_s(\mathbf{x}, \alpha(r))}{J_1(\alpha(r)) I_2 R_c(\mathbf{x}, \alpha(r))} \\ &\quad - \frac{1}{J_1(\alpha(r)) I_2 R_c(\mathbf{x}, \alpha(r))} v \end{aligned} \quad (11)$$

と座標変換(微分同相)

$$\mathbf{z} = T(\mathbf{x}, \alpha(r)) = \begin{bmatrix} J_1(\alpha(r))x_1 + I_2 x_2 \\ J_1(\alpha(r))x_3 + I_2 x_4 \\ R_s(\mathbf{x}, \alpha(r)) \\ x_3 R_c(\mathbf{x}, \alpha(r)) \end{bmatrix} \quad (12)$$

を施すことによって、線形システム(10)に変換される。ただし、

$$\begin{aligned} R_c(\mathbf{x}, \alpha(r)) &= m_1 g(r) \cos(x_1 + \theta_{01}(r)) \\ &\quad + r_h(r) \sin(x_1 + \theta_{01}(r)) \\ &\quad + m_2 g h_1(r) \cos(x_1 + \theta_{01}(r)) \end{aligned}$$

と置いた。

(証明) 直接計算することによって得られる。

したがって、つぎの補助結果が得られる。

[補助結果] 行列 F を行列 $A + BF$ が安定になるように定められた行列としたとき、システム(9)に入力(11)(12)、および、

$$v = Fz \quad (13)$$

を入力することによって得られる閉ループ系

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= f_0(\mathbf{x}, \alpha(r)) \\ &= f(\mathbf{x}, \alpha(r)) + g(\alpha(r))\Lambda(\mathbf{x}, \alpha(r)) \\ &\quad + g(\alpha(r))\rho(\mathbf{x}, \alpha(r))FT(\mathbf{x}, \alpha(r)) \end{aligned} \quad (14)$$

および、ある正定数 h に対してつぎを得る。

(i) 正定数 L_1, L_2 が存在し、

$$\left\| \frac{\partial f_0(\mathbf{x}, \alpha(r))}{\partial \mathbf{x}} \right\| < L_1, \left\| \frac{\partial f_0(\mathbf{x}, \alpha(r))}{\partial \alpha} \right\| < L_2 \|\mathbf{x}\| \quad (15)$$

が任意の $(\mathbf{x}, \alpha(r)) \in D(h) \times \Gamma$ に対して成立する。ただし、 $D(h) = \{\mathbf{x} | \forall \mathbf{x} : \|\mathbf{x}\| < h, -\pi/2 < x_1 < \pi/2\}$ である。

(ii) 正定数 k, η が存在し、(14)式の解 $\mathbf{x}(t)$ に対して

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq k \|\mathbf{x}(0)\| e^{-\eta t} \quad (16)$$

が任意の $(\mathbf{x}(0), \alpha(r), t) \in D(h/k) \times \Gamma \times R^+$ で成立する。

(略証) (i) 明らか。(ii) まず、(5)(7)(9)(12)式より $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ が平衡点になっていることが確認できる。さらに、(14)式は安定な線形システム $\dot{\mathbf{z}} = (A + BF)\mathbf{z}$ と微分同相写像で1対1に対応付けられていることから(16)式が得られる。

3.2 制御則の実現と制御系の安定解析

本節では、(i)補助結果をもとに元のシステム(1)に対する制御則の実現、と、(ii)最終的な制御系の安定性についての考察を行う。

3.2.1 制御則の実現

先の、補助結果で Frozen System(9)に対する制御則が設計された。そこでは、時変パラメータを固定して考えた(r の導入)が、最終的にわれわれは、非線形時変システム(1)に対する制御則が必要である。

そこで、制御則(11)(12)(13)におけるパラメータ r を時間 t に戻したつぎの制御則を構成する。

[制御則] システム(1)につぎの入力を実装する。

$$u = \Lambda(\mathbf{x}, \alpha(t)) + \rho(\mathbf{x}, \alpha(t))v \quad (17)$$

ただし、 $v = Fz$, $\mathbf{z} = T(\mathbf{x}, \alpha(t))$ である。

あとは本制御則を元の制御対象(1)に実装すればよい。ただし注意すべきことは、これまでの議論から保証されていることは閉ループ系(1)(11)(12)(13)に関する安定性であって、閉ループ系(1)(17)についての安定解析はまだ行われていないという点である。そこで次項で、最終的な安定性の解析を行う。

3.2.2 安定解析

閉ループ系(1)(17)の安定解析を行うために、運動方程式(1)を平衡点 θ_0 との差に関する状態方程式で表現すると次式のようにになる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha(t)) + \mathbf{g}(\alpha(t))u + \Delta(\mathbf{x}, \beta(t)) \quad (18)$$

ただし、 $\Delta(\mathbf{x}, \beta(t))$ は時変パラメータの1階微分、2階微分の影響をまとめた項で

$$\beta(t) = [\alpha^T(t), \dot{\alpha}^T(t), \ddot{\alpha}^T(t)]^T$$

$$\Delta(\mathbf{x}, \beta(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta_1(x_3, \beta(t)) \\ \Delta_2(x_3, \beta(t)) \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1(x_3, \beta(t)) = -\ddot{\theta}_{01}(t)$$

$$\begin{aligned} &-J_f(\alpha(t))J_2 C_{11}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t))x_3 \\ &-J_f(\alpha(t))J_2 \dot{\theta}_{01}(t)C_{11}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) \\ &-J_f(\alpha(t))J_2 C_{21}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) \end{aligned}$$

$$\Delta_2(x_3, \beta(t)) = -\ddot{\theta}_{02}(t)$$

$$\begin{aligned} &+J_f(\alpha(t))I_2 \ddot{\theta}_{02}(t)C_{11}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) \\ &+J_f(\alpha(t))I_2 C_{21}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t)) \\ &+J_f(\alpha(t))I_2 C_{11}(\alpha(t), \dot{\alpha}(t))x_3 \end{aligned}$$

とおいた。このとき、つぎの補題が成立する。

[補題3] システム(18)に対してつぎが成立する。

(i) $\dot{\alpha}(t) = \mathbf{0}$, $\ddot{\alpha}(t) = \mathbf{0}$ ならば

$$\Delta(\mathbf{x}, \beta(t)) = \mathbf{0} \quad (19)$$

である。

(ii) $\Delta(\mathbf{x}, \beta(t))$ は $\mathbf{x}, \beta$ に関して十分滑らかで、

$$\|\mathbf{A}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(t))\| < d_1 + d_2 \|\mathbf{x}\| \quad (20)$$

を満たす正定数 d_1, d_2 が存在する。

(iii) $\dot{\boldsymbol{\alpha}}(t) = \mathbf{0}, \ddot{\boldsymbol{\alpha}}(t) = \mathbf{0}$ ならば, $u = 0$ のとき, $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ はシステム (18) の平衡点である。□

(証明) 省略。■

以上の準備のもとで, 制御系全体に対する安定性に関するつぎの主結果が導出できる。

[主結果] システム (18) に入力 (17) を加えたとする。このとき, 構成された閉ループ系の解 $\mathbf{x}(t)$ に対してつぎの結果が得られる。

(i) ある定数 $\mu_i (0 < \mu_i < 1 (i = 1, 2, 3))$ に対して

$$d_1 < \frac{c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)\mu_3 h}{c_4} \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} \quad (21 \text{ a})$$

$$d_1 < \mu_1 \frac{c_3}{c_4} \quad (21 \text{ b})$$

$$\|\dot{\boldsymbol{\alpha}}(t)\| < \mu_2 \frac{c_3(1-\mu_1)}{c_5} \quad (21 \text{ c})$$

が成り立っていれば, 全ての $\mathbf{x}(0) \in D(h\sqrt{c_1/c_2})$ に対してある時間 T_0 が存在して,

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq \begin{cases} k_0 \|\mathbf{x}(0)\| e^{-\eta_0 t} & (0 \leq t < T_0) \\ b_0 & (t \geq T_0) \end{cases} \quad (22)$$

を満足する (終局的有界)。ただし,

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{c_4 d_1}{c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)\mu_3} \sqrt{\frac{c_2}{c_1}}, \quad k_0 = \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} \\ \eta_0 &= \frac{c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)(1-\mu_3)}{2c_2}, \quad w = \frac{\ln(2k^2)}{2\eta} \\ c_1 &= \frac{1-e^{-2L_1 w}}{2L_1}, \quad c_2 = \frac{k^2(1-e^{-2L_1 w})}{2\eta}, \quad c_3 = \frac{1}{2} \\ c_4 &= \frac{2k(1-e^{-(\eta-L_1)w})}{\eta-L_1}, \quad c_5 = \frac{2k^2 L_2}{\eta(\eta-L_1)} (1-e^{-(\eta-L_1)w}) \end{aligned}$$

である。

(ii) (i) に加えて,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\boldsymbol{\alpha}}(t)\| = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \|\ddot{\boldsymbol{\alpha}}(t)\| = 0 \quad (23)$$

が成り立っていれば, $\mathbf{x}(t)$ は有界となり, かつ, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ となる。□

(略証) システム (18) は補題 3 を満たしているため, その Frozen System は (9) 式となり補助結果が成立する。したがって, 文献 10) の Lemma 5.7 より

$$c_1 \|\mathbf{x}\|^2 \leq V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) \leq c_2 \|\mathbf{x}\|^2 \quad (24 \text{ a})$$

$$\frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \mathbf{x}} f_0(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) \leq -c_3 \|\mathbf{x}\|^2 \quad (24 \text{ b})$$

$$\left\| \frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \mathbf{x}} \right\| \leq c_4 \|\mathbf{x}\| \quad (24 \text{ c})$$

$$\left\| \frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \boldsymbol{\alpha}(t)} \right\| \leq c_5 \|\mathbf{x}\|^2 \quad (24 \text{ d})$$

を満たす実正定値関数 $V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))$ の存在性が保証される。そこで, $V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))$ を (18) 式に沿って微分し, (21) (24 b) ~ (24 d) 式を用いると, 任意の $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t), \boldsymbol{\beta}(t)) \in D(h/k) \times \Gamma \times \Lambda$ に対して

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) &= \frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \mathbf{x}} f_0(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) \\ &\quad + \frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \boldsymbol{\alpha}(t)} \dot{\boldsymbol{\alpha}}(t) \\ &\quad + \frac{\partial V_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t))}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta}(t)) \\ &\leq -c_3 \|\mathbf{x}\|^2 + c_5 \|\dot{\boldsymbol{\alpha}}\| \|\mathbf{x}\|^2 \\ &\quad + c_4 \|\mathbf{x}\| (d_1 + d_2 \|\mathbf{x}\|) \\ &= -(c_3 - c_5 \|\dot{\boldsymbol{\alpha}}\| - c_4 d_2) \|\mathbf{x}\|^2 + d_1 c_4 \|\mathbf{x}\| \\ &\leq -c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2) \|\mathbf{x}\|^2 + d_1 c_4 \|\mathbf{x}\| \\ &= -c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)(1-\mu_3) \|\mathbf{x}\|^2 \\ &\quad - c_3 \mu_3(1-\mu_1)(1-\mu_2) \|\mathbf{x}\|^2 + d_1 c_4 \|\mathbf{x}\| \\ &= -c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)(1-\mu_3) \|\mathbf{x}\|^2 \\ &\quad - (c_3 \mu_3(1-\mu_1)(1-\mu_2) \|\mathbf{x}\| - d_1 c_4) \|\mathbf{x}\| \end{aligned} \quad (25)$$

が得られる。これより,

$$\|\mathbf{x}\| \geq \frac{d_1 c_4}{c_3 \mu_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)} \quad (26)$$

ならば

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}(t)) &\leq -c_3(1-\mu_1)(1-\mu_2)(1-\mu_3) \|\mathbf{x}\|^2 \end{aligned} \quad (27)$$

となっていることがわかる ($D(h/k) \times \Gamma \times \Lambda$ 内)。したがって, 文献 10) の Lemma 4.8 を用いると本結果 (i) が得られる。(ii) については, (25) (26) 式で $d_1 = 0$ とすることで直感的には理解できる (詳しくは文献 10) の Lemma 4.9 参照)。■

[Remark 5] 主結果をもとの Emu (Fig. 1) に対していい直してみると, (i) Emu の手足の運動が (21) 式の意味で緩やかであれば, Emu は転倒することはない, (ii) 手足の運動を停止させれば, その姿勢での平衡点は漸近安定になる, という結論になる。△

4. 非線形制御系の実現可能性

本章では, 3 章で提案した非線形制御則の実現可能性を探るために行った, (i) 腕の運動を伴う一脚 Emu の屈伸運動に関するシミュレーションの結果と, (ii) 簡単な実験装置による実験の結果, について述べる。

シミュレーションでは, 提案した制御則の有効性を確認することが主な目的であり, 実験では, 非線形制御則が現実のハードウェアの制約の中でどの程度実装可能であるかを探ることにその目的をおいた。

4.1 シミュレーション

Fig. 4 のような単純化された Emu を考える。これは Fig. 3 の Type-I に対応しており, 図中, 脚である L_{g1}, L_{g2} と腕に相当する Am_1, Am_2 をあわせて Fig. 2 の Link 1, 胴体 Bd を Link 2 と捉える。関節角度は図のようにとり, 全て時計回りを正とする。また, 脚 L_{g1}, L_{g2} の

長さを共に $l_i=0.1[\text{m}]$, 質量を共に $m_i=0.1[\text{kg}]$, 腕 Am_1, Am_2 の長さを共に $l_a=0.06[\text{m}]$, 質量を共に $m_a=0.06[\text{kg}]$, 胴体 Bd の長さを $l_b=0.3[\text{m}]$, 質量を $m_b=1.0[\text{kg}]$ とし, これらの材質は全て均質とする.

そして Fig. 5(a) の初期姿勢から Fig. 5(h) の最終姿勢まで転倒することなく移行させることを目標とする. このとき, 関節 $p_1(t), p_2(t), p_3(t)$ は

$$p_1(t) = \begin{cases} \frac{8\pi}{3T^2}t^3 - \frac{\pi}{2} & (0 \leq t < \frac{T}{4}) \\ -\frac{8\pi}{3T^2}\left(t - \frac{T}{2}\right)^3 + \frac{\pi}{T}t - \frac{3\pi}{4} & (\frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4}) \\ -\frac{8\pi}{3T^2}(t - T)^3 & (\frac{3T}{4} \leq t < T) \end{cases} \quad (28 \text{ a})$$

$$p_2(t) = -\frac{5}{8}\pi \quad (28 \text{ b})$$

$$p_3(t)$$

Fig. 4 A simple model of Emu

$$= \begin{cases} \frac{5}{8}\pi - \frac{8\pi}{3T^2}t^3 & (0 \leq t < \frac{T}{4}) \\ \frac{3}{8}\pi - \frac{8\pi}{3T^2}\left(t - \frac{T}{2}\right)^3 + \frac{\pi}{T}t & (\frac{T}{4} \leq t < \frac{3T}{4}) \\ \frac{1}{8}\pi + \frac{8\pi}{3T^2}(t - T)^3 & (\frac{3T}{4} \leq t < T) \end{cases} \quad (28 \text{ c})$$

なる時間関数にしたがって運動させるものとする. ただし, $T=10[\text{sec}]$ とする.

ここで, 本ロボットと Fig. 2 のモデルとの対応は付録のようになるので, その結果を(17)式に代入することで制御則は得られる.

シミュレーション結果をスティック線図に表わしたものを Fig. 5(a)~(h) に, また, 角度データを Fig. 6 に示す. 図より, Emu の腕の運動を伴った屈伸運動(起立動作)が実現されていることが確認でき, 提案した制御則の有効性が示された.

Fig. 6 Simulated results (Angles)

Fig. 5 Simulated result (Stick Diagram)

4.2 基礎実験

Fig. 7 に試作した実験装置の写真と Fig. 8 に実験システムの構成図を示す。

本実験装置は、Fig. 2 の倒立振り子モデルの最も単純なモデルである。あるいは、主結果の(ii)の状態であると捉えることができる。

本システムの運動方程式は(1)式において、全ての時変パラメータを固定し、 $r_v(t)=r_1$ 、 $r_h(t)=0$ と置くことによって、つぎのように求められる。

$$\begin{bmatrix} J_1 & I_2 \\ I_2 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (29)$$

ただし、 $R_1=(m_1 r_1+m_2 l_1)g$ と置いた。文献 13)などを参考にパラメータ同定を行った結果 Table 1 が得られた。制御則(17)をシステム(29)に対して設計すると、つぎようになる。

$$u = \frac{J_2}{I_2} R_1 \sin \theta_1 - \frac{(\dot{\theta}_1)^2}{J_1 J_2} \tan \theta_1 - \frac{1}{J_1 J_2 R_1 \cos \theta_1} v + u_F \quad (30)$$

ただし、

$$v = Fz \quad (31 a)$$

$$z = \begin{bmatrix} J_1 \theta_1 + I_2 \theta_2 \\ J_1 \dot{\theta}_1 + I_2 \dot{\theta}_2 \\ R_1 \sin \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 R_1 \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (31 b)$$

である。また、 u_F は摩擦補償関数でつぎのように決定した(単位は 12 ビットフルスケールのディジタル値である)。

$$u_F = \begin{cases} 130 \sin\left(\theta_2 - \frac{\pi}{2}\right) + 250 & (\text{if } \dot{\theta}_2 > 0) \\ 130 \sin\left(\theta_2 + \frac{\pi}{2}\right) + 228 & (\text{if } \dot{\theta}_2 < 0) \end{cases} \quad (32)$$

ここで、フィードバックゲイン F は文献 14)を参考に設計し、今の場合

$$F = -[6924.3 \quad 2813.6 \quad 430.7 \quad 31.2] \quad (33)$$

とした。

設計された制御則を実装し、倒立実験を行った一例を Fig. 9 に示す(u は 12 ビットフルスケールのディジタル値である)。図より、倒立していることがわかる。

本実験装置あるいは制御則は単純なものではあるが、シミュレーションではなく実験によって制御則の実現可能性が確認できたという意味では意義のあるものと考え

Fig. 7 Prototype of Emu

Fig. 8 Experimental system

Table 1 Parameters

J_1	0.2593 (kgm ²)	I_2	0.0430 (kgm ²)
J_2	0.06788 (kgm ²)	R_1	12.74 (Nm)

Fig. 9 Experimental results

られる。

[Remark 6] 角度が振動的になっている(スケールの関係で拡大されて表示されている)のは、第2リンクの重心位置のずれ、および、各関節部における摩擦力によるものと考えられる。このように現実の制御対象には、予期せぬ不確実性が必ず存在するが、そのような影響力は(18)式の $\Delta(x, \beta(t))$ に含められると捉えることもできる。その結果、制御性能の劣化は生じるものの、定性的には終局的有界性は保たれるものと考えられる。詳しい検討は今後の課題としたい。 $\triangle$

5. おわりに

本研究では、腕の運動を伴う脚ロボットにも適用可能な非線形時変制御則の設計法について考察を加えた。本結果のポイントは、複雑なロボットの運動を時変リンクを含む2リンク倒立振子とみなした点である。さらに、時変要素の変動が緩やかであるとして、Frozen Systemを考えたことによって、厳密な線形化手法が適用可能となった点も重要である。

今後は、実験装置を発展させ、腕/膝関節を伴ったロボットに対する制御実験を行う予定である。さらに、本研究の結果を歩行動作へとつなぐための考察を行う必要がある。また、本論文の結果を歩行動作土屋らの結果⁸⁾と本結果とでは、制御則が大きく異なっているが、密接に関係があるものと思われる。したがって、その関係を明確にすることも興味ある課題である。

第4章のシミュレーションでは本学大学院生の衣笠哲也君のご協力を得た。また、実験装置の製作に関しては村田機械(株)のご協力を得た。ここに、謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) M. H. Raibert: Legged Robot That Balance, MIT Press (1986)
- 2) The Int. J. of Robotics Research, 3-2 (1984)
- 3) 日本ロボット学会誌, 1-3 (1983)
- 4) 日本ロボット学会誌, 11-3 (1993)
- 5) 大須賀, 小野: マスタースレーブ型二足歩行ロボットについて, 第2回ロボットシンポジウム予稿集, 139/144 (1992)
- 6) K. Osuka, Y. Ikawa and T. Ono: Legged Robot Emu: Development of Emu-1, Proc. of JAPAN/USA Symposium on Flexible Automation, 1, 753/757 (1992)
- 7) 大須賀, 岡, 小野: 脚ロボット Emu の非線形制御について, 日本ロボット学会誌, 12-4, 132/138 (1994)
- 8) K. Tsujita and K. Tsuchiya: Motion Control of a Biped Locomotion Machine, Proc. of 2nd Int. Conf. on Motion and Vibration Control, 1, 180/185 (1994)
- 9) 小林, 田村: ある種の1入力2出力機械システムの非線形制御と重心移動型倒立振子への応用, 計測自動制御学会論文集, 26-12, 1384/1391 (1990)
- 10) H. K. Khalil: Nonlinear Systems, Macmillan Publishing Company (1992)
- 11) 美多, 大須賀: ロボット制御工学入門, (株)コロナ社 (1989)
- 12) R. Su: On the Linear Equivalents of Nonlinear Systems, Systems and Control Letters, 2-1, 48/52 (1982)
- 13) K. Osuka, T. Ono and H. Mayeda: Further Results on the Identification for Serial Manipulators, Recent Advances in Mathematical Theory of Systems, Control, Networks and Signal, Proc. II, Mita Press, 621/626 (1992)
- 14) 三平満司: 線形化手法による非線形システムの制御とその応用, システム制御情報チュートリアル講座'93, 51/63 (1993)

《付録: Fig. 2 と Fig. 4 の関係》

Fig. 4 のモデルは以下のように Fig. 2 のモデルに対応付けられる。

$$\begin{aligned}
 l_1(t) &= 2l_i \cos\left(\frac{p_1(t)}{2}\right) \\
 r_h(t) &= \frac{m_i(\bar{x}_1(t) + \bar{x}_2(t)) + m_a(\bar{x}_4(t) + \bar{x}_5(t))}{2(m_i + m_a)} \\
 r_v(t) &= \frac{m_i(\bar{y}_1(t) + \bar{y}_2(t)) + m_a(\bar{y}_4(t) + \bar{y}_5(t))}{2(m_i + m_a)} \\
 I_1(t) &= m_i(d_{i1}^2(t) + d_{i2}^2(t)) \\
 &\quad + m_a(d_{a1}^2(t) + d_{a2}^2(t)) \\
 &\quad + 2I_i + 2I_a \\
 I_2 &= I_b, J_M = 0, n = 1 \\
 m_1 &= 2(m_i + m_a), m_2 = m_b \\
 \theta_1 &= q_1 + \frac{1}{2}p_1(t) \\
 \theta_2 &= q_2 + \frac{1}{2}p_1(t)
 \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_1(t) &= -\frac{1}{2}l_i \sin\left(\frac{p_1(t)}{2}\right) \\
 \bar{x}_2(t) &= -\frac{1}{2}l_i \sin\left(\frac{p_1(t)}{2}\right) \\
 \bar{x}_3(t) &= 0 \\
 \bar{x}_4(t) &= \frac{1}{2}l_a \sin\left(\frac{p_1(t)}{2} + p_2(t)\right) \\
 \bar{x}_5(t) &= 2\bar{x}_4(t) + \frac{1}{2}l_a \sin\left(\frac{p_1(t)}{2} + p_2(t) + p_3(t)\right) \\
 \bar{y}_1(t) &= \frac{1}{2}l_i \cos\left(\frac{p_1(t)}{2}\right) \\
 \bar{y}_2(t) &= \frac{3}{2}l_i \cos\left(\frac{p_1(t)}{2}\right) \\
 \bar{y}_3(t) &= 2l_i \cos\left(\frac{p_1(t)}{2}\right) \\
 \bar{y}_4(t) &= \bar{y}_3(t) + \frac{1}{2}l_a \cos\left(\frac{p_1(t)}{2} + p_2(t)\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{y}_3(t) &= \bar{y}_3(t) + l_a \cos\left(\frac{p_1(t)}{2} + p_2(t)\right) \\ &\quad + \frac{1}{2} l_a \cos\left(\frac{p_1(t)}{2} + p_2(t) + p_3(t)\right) \\ d_{11}^2 &= (r_h(t) - \bar{x}_1(t))^2 + (r_v(t) - \bar{y}_1(t))^2 \\ d_{12}^2 &= (r_h(t) - \bar{x}_2(t))^2 + (r_v(t) - \bar{y}_2(t))^2 \\ d_{21}^2 &= (r_h(t) - \bar{x}_4(t))^2 + (r_v(t) - \bar{y}_4(t))^2 \\ d_{22}^2 &= (r_h(t) - \bar{x}_5(t))^2 + (r_v(t) - \bar{y}_5(t))^2 \\ I_l &= \frac{m_l l_l^2}{12}, I_a = \frac{m_a l_a^2}{12}, I_b = \frac{m_b l_b^2}{12}\end{aligned}$$

とおいた。

また、本シミュレーションでは、(13)式を

$$F = [-\lambda^4 - 4\lambda^3 - 6\lambda^2 - 4\lambda]$$

$$\lambda = 10.0$$

とおいた。

[著者紹介]

大須賀 公一 (正会員)

1984年、大阪大学大学院基礎工学研究科修士課程修了。同年(株)東芝入社。86年大阪府立大学工学部助手、同講師を経て、92年同学部助教授になり現在に至る。ロボティクス、制御工学の研究に従事。日本機械学会、日本ロボット学会、システム制御情報学会などの会員(工学博士)。

岡 哲秀

1994年、大阪府立大学大学院工学研究科修士課程修了。同年(株)コマツ入社、現在に至る。歩行ロボットの研究に従事。日本ロボット学会の学生員。

小 野 敏 郎 (正会員)

1965年、京都大学大学院工学研究科博士課程修了。京都大学助手、講師、大阪府立大学助教授を経て、現在、同学部教授および同大学学生部長。確立制御理論、推定理論の応用、環境計画、質量動的測定などの研究に従事。日本機械学会、日本ロボット学会、システム制御情報学会などの会員(工学博士)。