不完全状態フィードバックによる 周期係数離散時間システムのブロック非干渉化[†]

鈴木達雄*・河野通夫**

Block Decoupling of Linear Periodic Discrete-Time Systems by Incomplete State Feedback

Tatsuo SUZUKI* and Michio KONO**

For linear time-invariant systems, Falb and Wolovich first formulated the diagonal decoupling problem via output feedback. Since then, this problem has been extensively studied and many solvability conditions have been obtained.

Recently, for linear periodic discrete time systems, the authors formulated the block decoupling problem via periodic state feedback and gave a necessary and sufficient solvability condition by using "Geometric Approach".

This paper extends this result to an incomplete state feedback case, that is, when the measurement does not coincide with the controlled output.

Necessary and sufficient conditions such that the systems can be block decoupled via incomplete state feedback are derived.

Furthermore for the output feedback case, the structure of the block decoupled system and stabilization by sampled output periodic control are also considered.

Key Words: periodic system, block decoupling, incomplete state feedback, stabilization, geometric approach

1. ま え が き

Falb と Wolovich が出力フィードバックによる非干渉制御問題を提案¹⁾して以来、この問題に関して数多くの研究がなされてきた。

主として制御対象の入出力の数が一致する場合について、出力フィードバックにより非干渉化できるための必要十分条件が数多く得られた^{2)~11)}。

変係数システムのなかでも周期係数システムは重要である。たとえば、周期的時変サンプリング周期をもつシステムは周期係数離散時間システムとなる¹²⁾。

周期係数離散時間システムに対しては、これまでに多くの研究がなされているが^{13)~19)}非干渉制御問題に関し

てはまだ十分な研究はなされていない。

筆者らは最近、状態フィードバックによる周期係数離散時間システムのブロック非干渉化問題を考察し、入力変換行列が正則な場合、非干渉化可能であるための必要十分条件を与えた²⁰⁾。

本論文では、不完全状態フィードバックおよび、出力フィードバックによるブロック非干渉化問題、すなわち、状態ベクトルの一部分のみが観測できる場合と出力が観測量として使用可能な場合のブロック非干渉化問題を扱っている。

結果として、入力変換行列が正則な場合、不完全状態フィードバックにより非干渉化が可能であるための必要十分条件を与える。また、出力フィードバックの場合に対して安定化の可能性についても考察する。

2. 予備的事項

2.1 システムの記述

つぎの ω -周期係数離散時間システム

$$x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (1.a)$$

$$y(t) = C(t)x(t) \quad (1.b)$$

[†] 第22回制御理論シンポジウムで一部発表(1993・5)

* 三菱重工業(株)名古屋誘導推進システム製作所
小牧市東田中 1200

** 宮崎大学工学部 宮崎市学園木花台西 1-1

* Mitsubishi Heavy Industries, Komaki

** Faculty of Engineering, Miyazaki University,
Miyazaki

(Received August 30, 1994)

(Revised June 14, 1995)

$$z(t)=D(t)x(t) \quad (1.c)$$

$$x(t) \in \mathbf{R}^n, y(t) \in \mathbf{R}^m, u(t) \in \mathbf{R}^p, z(t) \in \mathbf{R}^q$$

$$A(t+\omega)=A(t) \in \mathbf{R}^{n \times n}, B(t+\omega)=B(t) \in \mathbf{R}^{n \times p},$$

$$C(t+\omega)=C(t) \in \mathbf{R}^{m \times n}, D(t+\omega)=D(t) \in \mathbf{R}^{n \times q}$$

for $\forall t \in Z$ (整数環)

を考える。ここで、 $y(t)$ は出力ベクトル、 $z(t)$ は観測ベクトルである。

システム(1)の遷移行列 $X(i, j)$ を次式で定義する。

$$X(i, j)=A(i-1)A(i-2)\cdots A(j) \quad (i>j)$$

$$X(i, i)=I_n \text{ (} n \text{ 次単位行列)} \quad (2)$$

システム(4)に対してつぎの周期係数不完全状態フィードバック制御則を適用する。

$$u(t)=H(t)z(t)+G(t)v(t)$$

$$v(t) \in \mathbf{R}^r, H(t+\omega)=H(t) \in \mathbf{R}^{p \times q},$$

$$G(t+\omega)=G(t) \in \mathbf{R}^{p \times r} \text{ for } \forall t \in Z \quad (3)$$

ただし、 $v(t)$ は外部入力である。このとき閉ループシステムは次式で表わされる。

$$x(t+1)=A^H(t)x(t)+B(t)G(t)v(t) \quad (4.a)$$

$$y(t)=C(t)x(t) \quad (4.b)$$

$$z(t)=D(t)x(t) \quad (4.c)$$

ただし、 $A^H(t)=A(t)+B(t)H(t)D(t)$ である。

システム(4)の遷移行列 $X^H(i, j)$ を次式で定義する。

$$X^H(i, j)=A^H(i-1)A^H(i-2)\cdots A^H(j) \quad (i>j)$$

$$(5.a)$$

$$X^H(i, i)=I_n \text{ (} n \text{ 次単位行列)} \quad (5.b)$$

システム(4)の可到達性部分空間 $\mathcal{R}(t)$ を次式で定義する。

$$\mathcal{R}(t)=\sum_{j=t-\omega}^{t-1} X^H(t, j+1)im[B(j)G(j)],$$

$$\text{for } \forall t \in Z \quad (6)$$

定義より明らかに

$$\mathcal{R}(t+\omega)=\mathcal{R}(t) \text{ for } \forall t \in Z$$

2.2 (A, B)-不変部分空間と可到達性部分空間

【定義 2.2.1】²⁰⁾ ω -周期部分空間 $\mathcal{V}(\cdot)$ ($\mathcal{V}(t) \subset \mathbf{R}^n$ for $\forall t \in Z$) に対して

$$A(t)\mathcal{V}(t) \subset \mathcal{V}(t+1)+\mathcal{B}(t) \text{ for } \forall t \in Z$$

が成立するとき $\mathcal{V}(\cdot)$ は (A, B)-不変部分空間であるという。ただし、 $\mathcal{B}(t):=im B(t)$

《定理 2.2.1》²⁰⁾ ω -周期部分空間 $\mathcal{V}(\cdot)$ ($\mathcal{V}(t) \subset \mathbf{R}^n$) が (A, B)-不変部分空間であるための必要十分条件は

$$F(\mathcal{V}(\cdot)) \neq \phi \quad (7)$$

が成立することである。ただし、

$$F(\mathcal{V}(\cdot))=\{F(\cdot): [A(t)+B(t)F(t)]\mathcal{V}(t) \subset \mathcal{V}(t+1), F(t+\omega)=F(t) \text{ for } \forall t \in Z\}$$

つぎの補題は(6)式を行列 $G(t)$ を用いずに表現したものである。

[補題 2.2.1] $\mathcal{R}(t)$ が可到達性部分空間であるための必要十分条件は

$$\mathcal{R}(t)=\sum_{j=t-\omega}^{t-1} X^H(t, j+1)\mathcal{B}(j) \cap \mathcal{R}(j+1)$$

$$\text{for } \forall t \in Z$$

が成立することである。

(証明) $H(t)D(t)=F(t)$ とおき、文献 20) の Lemma 1 の証明を適用することにより証明できる。

3. 不完全状態フィードバックによる非干渉化

3.1 問題の定式化

システム(1)の出力方程式を改めて

$$y_i(t)=C_i(t)x(t) \quad i=1, 2, \dots, k \quad (8)$$

$$y_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}, C_i(t+\omega)=C_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i \times n} \text{ for } \forall t \in Z,$$

$$\sum_{i=1}^k m_i = m$$

と書く。ここで、(1.a)式、(1.c)式、(8)式をあわせて Σ で表わす。システム Σ に対してつぎの仮定をおく。

[仮定] (i) $(A(\cdot), B(\cdot))$ の対は可到達、 $(A(\cdot), C(\cdot))$ の対は可観測、(ii) $\text{rank } B(t) \geq k$ for $\forall t \in Z$ 、(iii) 状態フィードバックによりブロック非干渉化可能。

(注意) 仮定(ii)は入力の数が出力のブロック数以上であることを意味する。□

今、システム Σ に対して、つぎのような周期係数不完全状態フィードバック制御則を適用する。

$$u(t)=H(t)z(t)+\sum_{i=1}^k G_i(t)v_i(t) \quad (9)$$

$$G(t+\omega)=G(t)=[G_1(t), G_2(t), \dots, G_k(t)] \in \mathbf{R}^{p \times r},$$

$$G_i(t) \in \mathbf{R}^{p \times r_i}, H(t+\omega)=H(t) \in \mathbf{R}^{p \times m},$$

$$\text{for } \forall t \in Z \quad v_i(t) \in \mathbf{R}^{r_i} \quad i=1, 2, \dots, k \quad \sum_{i=1}^k r_i = r$$

ただし、 $v_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, k$) は外部入力である。このとき閉ループシステムは次式で表わされる。

$$x(t+1)=A^H(t)x(t)+B(t)\sum_{i=1}^k G_i(t)v_i(t) \quad (10.a)$$

$$y_i(t)=C_i(t)x(t) \quad i=1, 2, \dots, k \quad (10.b)$$

$$z(t)=D(t)x(t) \quad (10.c)$$

また、システム(10)の可到達性部分空間 $\mathcal{R}_i(t)$ は次式で定義される。

$$\mathcal{R}_i(t)=\sum_{j=t-\omega}^{t-1} X^H(t, j+1)\mathcal{B}(j) \cap \mathcal{R}_i(j+1) \quad (11)$$

$$i=1, 2, \dots, k \text{ for } \forall t \in Z$$

ここで、可到達性部分空間 $\mathcal{R}_i(t)$ を用いてブロック非干渉システムの定義を与える。

【定義 3.1】²⁰⁾ システム(10)に対して次式が成立するとき、システム(10)はブロック非干渉化されているという。

$$C_i(t)\mathcal{R}_j(t)=\mathbf{R}^{m_i}$$

$$C_i(t)\mathcal{R}_j(t)=0, j \neq i$$

for $\forall t \in Z, i=1, 2, \dots, k, j=1, 2, \dots, k$

すなわち, i 番目の入力ブロックは i 番目の出力ブロックのみに影響を与え, それ以外の出力ブロックには影響を与えないようなシステムをブロック非干渉システムという. $\square$

今, $C(t) = [C_1^T(t), C_2^T(t), \dots, C_k^T(t)]^T$ とおくと, 非干渉化問題はつぎのように定式化される.

[非干渉化問題] システム Σ および $\ker C_i(t)$ ($i=1, \dots, k$) が与えられたとき, つぎの条件を満たす不完全状態フィードバック行列 $H(t)$ および, 可到達性部分空間 $\{\mathcal{R}_i(t)\}_k := \{\mathcal{R}_1(t), \mathcal{R}_2(t), \dots, \mathcal{R}_k(t)\}$ を求めよ.

$$\mathcal{R}_i(t) = \sum_{j=t-nw}^{t-1} X^H(t, j+1) \mathcal{B}(j) \cap \mathcal{R}_i(j+1) \quad (12.1)$$

$$C(t) \sum_{i=1}^k \mathcal{R}_i(t) = \mathbf{R}^m \quad (12.2)$$

$$\mathcal{R}_i(t) \subset \bigcap_{j \neq i} \ker C_j(t) \quad (12.3)$$

$$H(t)D(t) \in \bigcap_{i=1}^k \mathbf{F}(\mathcal{R}_i(t)) \quad (12.4)$$

for $\forall t \in Z, i=1, 2, \dots, k, j=1, 2, \dots, k$

$\square$

3.2 非干渉化問題が解けるための必要十分条件

以下の議論では, 行列 $G(t)$ は任意の $t \in Z$ に対して正則であると仮定する.

(注意) たとえば, $r=k$ のとき, すなわち, 入力数が出力のブロック数に等しいとき, 行列 $G(t)$ は正則となる.

また,

$$\mathcal{R}^*(t) = \sum_{i=1}^k \mathcal{R}_i(t) \quad (13)$$

と定義する. 明らかに $\mathcal{R}^*(t)$ は (A, B) -不変である.

このとき, 非干渉化問題が解けるための必要十分条件はつぎの定理で与えられる.

《定理 3.2》 行列 $G(t)$ を正則と仮定する. このとき, 非干渉化問題が解けるための必要十分条件は

$$A(t)[\mathcal{R}^*(t) \cap \ker D(t)] \subset \mathcal{R}^*(t+1) \quad (14)$$

$\forall t \in Z, i=1, 2, \dots, k$

が成立することである. $\square$

定理の証明の前に, 証明に必要な補題を準備する.

[補題 3.2.1]²⁰⁾ $\{\mathcal{R}_i(t)\}_k$ はつぎの性質をもつ.

$$i) \quad \mathcal{B}(t) = \sum_{i=1}^k \mathcal{B}(t) \cap \mathcal{R}_i(t+1) \quad \text{for } \forall t \in Z \quad (15)$$

が成立すれば, $\{\mathcal{R}_i(t)\}_k$ は compatible である.

$$ii) \quad \sum_{i=1}^k \mathcal{R}_i(t) = \mathbf{R}^n \quad \text{for } \forall t \in Z \quad (16)$$

$\square$

$\mathcal{R}_i(t)^*$ を次式を満たす任意の部分空間とする.

$$\begin{aligned} \mathcal{R}^*(t) &= \mathcal{R}_i(t)^* \oplus [\mathcal{R}^*(t) \cap \ker D(t)] \\ i &= 1, 2, \dots, k \quad \text{for } \forall t \in Z \end{aligned} \quad (17)$$

ただし, $\oplus$ は直和をあらわす.

このとき, つぎの補題が成立する.

[補題 3.2.2] 行列 $G(t)$ が任意の $t \in Z$ に対して正則であるとする. このとき, 次式が成立する.

$$\sum_{i=1}^k \mathcal{R}_i(t)^* \oplus \ker D(t) = \mathbf{R}^n \quad \text{for } \forall t \in Z \quad (18)$$

(証明) 付録 A 1

《定理 3.2 の証明》〈必要性〉 非干渉化問題の解として $\{\mathcal{R}_i(t)\}_k$ および行列 $H(t)$ が与えられたと仮定する.

$\{\mathcal{R}_i(t)\}_k$ の (A, B) -不変性, および, (12.4) 式より

$$\begin{aligned} [A(t) + B(t)H(t)D(t)]\mathcal{R}_i^*(t) &\subset \mathcal{R}_i^*(t+1) \\ i &= 1, 2, \dots, k \quad \text{for } \forall t \in Z \end{aligned} \quad (19)$$

が成立する. (19) 式の両辺の直交補空間をとると次式が成立する.

$$A^T(t)\mathcal{R}_i^*(t+1)^\perp \subset \mathcal{R}_i^*(t)^\perp + imD^T(t) \quad (20)$$

さらに (20) 式の直交補空間をとると (14) 式が成立する.

〈十分性〉 (14) 式が成立すると仮定する.

また, $\mathcal{R}_i(t)^*$ は (17) 式を満たす任意の部分空間とする.

補題 3.2.1 より $\{\mathcal{R}_i(t)\}_k$ は compatible なので

$$\begin{aligned} [A(t) + B(t)F(t)]\mathcal{R}_i(t) &\subset \mathcal{R}_i(t+1) \\ \text{for } \forall t \in Z \quad i &= 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (21)$$

を満たす行列 $F(t) \in \bigcap_{i=1}^k \mathbf{F}(\mathcal{R}_i(t))$ が存在する.

この行列 $F(t)$ に対して

$$\begin{aligned} [A(t) + B(t)F(t)]\mathcal{R}_i^*(t) &\subset \mathcal{R}_i^*(t+1) \\ \text{for } \forall t \in Z \quad i &= 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (22)$$

が成立することは, $\mathcal{R}_i^*(t)$ の定義より明らかである. この

こで, 補題 3.2.2 より $\mathbf{R}^n$ から $\sum_{i=1}^k \mathcal{R}_i(t)^*$ への $\ker D(t)$ に沿った射影行列 $P(t)$ が定義できる. 今,

$$F_D(t) = F(t)P(t) \quad (23)$$

とおく. このとき, 任意の $\eta(t) \in \ker D(t)$ に対して,

$$F_D(t)\eta(t) = F(t)P(t)\eta(t) = 0$$

が成立する. これより

$$\ker D(t) \subset \ker F_D(t) \quad \text{for } \forall t \in Z \quad (24)$$

が成立する. (24) 式より

$$F_D(t) = H(t)D(t) \quad (25)$$

をみたす行列 $H(t) \in \mathbf{R}^{q \times n}$ が存在する²²⁾. このとき,

$$\begin{aligned} [A(t) + B(t)H(t)D(t)]\mathcal{R}_i^*(t) &= [A(t) + B(t)H(t)D(t)]\mathcal{R}_i(t)^* \\ &\quad + [A(t) + B(t)H(t)D(t)] \\ &\quad \times [\mathcal{R}_i^*(t) \cap \ker D(t)] \quad ((17) \text{ 式による}) \\ &= [A(t) + B(t)F_D(t)]\mathcal{R}_i(t)^* \\ &\quad + A(t)[\mathcal{R}_i^*(t) \cap \ker D(t)] \\ &\quad ((23) \text{ 式}, (25) \text{ 式による}) \end{aligned}$$

$$\subset \mathcal{R}_i^*(t+1) \quad \text{for } \forall t \in Z$$

((14) 式, (17) 式, (22) 式による)

が成立する. これより

$$H(t)D(t) \in \bigcap_{i=1}^k F(\mathcal{R}_i(t)) \quad \text{for } \forall t \in Z$$

が成立する。また、補題3.2.1より

$$C(t) \sum_{i=1}^k \mathcal{R}_i(t) = C(t)R^n = \text{im} C(t) = R^m \\ \text{for } \forall t \in Z$$

が成立する。

4. ブロック非干渉システムの構造と安定化

ここまで、不完全状態フィードバック $z(t) = D(t)x(t)$ による非干渉化を考えてきたが、 $D(t)$ が $C(t)$ と全く無関係だとすれば、文献10)の結果から予想されるように状態ベクトル $x(t)$ の一部が観測ベクトル $z(t)$ からみて、可観測でなくなる性質は generic であり、その場合、極設定は不可能である。また、物理的に考えても観測ベクトル $z(t)$ と出力ベクトル $y(t)$ が無関係であることは不自然で、観測量 $z(t)$ の一部に出力 $y(t)$ が含まれているのが自然である。

この章では、 $y(t)$ と $z(t)$ が一致する場合について、ブロック非干渉化されたシステムの構造と安定化の可能性について考察する。

$\mathcal{R}_i^*(t)$ の (A, B) -不変性と $H(t)C(t) \in \bigcap_{i=1}^k F(\mathcal{R}_i(t))$ より、次式が成立する。

$$A^H(t)\mathcal{R}_i^*(t) \subset \mathcal{R}_i^*(t+1) \quad \text{for } \forall t \in Z$$

上式の直交補空間をとると次式が成立する。

$$A^H(t)^T \mathcal{R}_i^*(t+1)^\perp \subset \mathcal{R}_i^*(t)^\perp \quad \text{for } \forall t \in Z$$

今、 $\mathcal{R}_i^*(t)^\perp$ の次元を n_i とし、その基ベクトルを並べた行列を $Q_i(t)$ とすると上式より

$$A^H(t)^T Q_i(t+1) = Q_i(t) A^H(t)^T \quad i=1, 2, \dots, k \quad (26)$$

を満たす行列 $A^H(t)$ が存在する。

また、 $C_i(t)\mathcal{R}_i^*(t) = 0$ であるから

$$\text{im} C_i(t)^T \subset \text{im} Q_i(t)$$

が成立する。これより、 $C_i(t)^T = Q_i(t) \bar{C}_i(t)^T$ すなわち、

$$C_i(t) = \bar{C}_i(t) Q_i(t)^T \quad (27)$$

をみたす $\bar{C}_i(t)$ が存在する。さらに、

$$\bar{B}_i(t) = Q_i(t+1)^T B(t) G_i(t) \quad (28)$$

と定義する。

今、 $z(t)$ と $y(t)$ が一致すれば、 $D(t)$ と $C(t)$ は一致し、(14)式は

$$A(t)[\mathcal{R}_i^*(t) \cap \ker C(t)] \subset \mathcal{R}_i^*(t+1) \quad (14') \\ \forall t \in Z, \quad i=1, 2, \dots, k$$

となる。このとき、つぎの補題が成立する。

[補題4.1] $(C(\cdot), A(\cdot))$ の対は可観測と仮定する。

このとき、(14')が成立すれば、

$$\mathcal{R}_i^*(t) = \{0\}, \quad \forall t \in Z \quad (29)$$

となる。ただし、 $\mathcal{R}_i^*(t) = \bigcap_{i=1}^k \mathcal{R}_i^*(t)$

(証明) 付録A2

ここで、行列 $Q(t)$ を

$$Q(t) = [Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_k(t)]$$

とおく。(29)式から $Q(t)$ が正則となることは明らかである。

今、システム(10.a)の左から $Q_i(t+1)^T$ を掛け、新しい状態変数として

$$x_i(t) = Q_i(t)^T x(t) \quad i=1, 2, \dots, k \quad (30)$$

を導入すると、(26)式の転置と(27)式、(28)式からつぎの定理が得られる。

《定理4.1》システム(10)はつぎのサブシステムに分割される。

$$x_i(t+1) = A_i^H(t)x_i(t) + \bar{B}_i(t)v_i(t) \quad (31.a)$$

$$y_i(t) = \bar{C}_i(t)x_i(t) \quad (31.b)$$

ただし、

$$A_i^H(t) = Q_i(t+1)^T A^H(t) Q_i(t)^{-T} \quad (31.c)$$

$$\bar{B}_i(t) = Q_i(t+1)^T B(t) G_i(t) \quad (31.d)$$

$$\bar{C}_i(t) = C_i(t) Q_i(t)^{-T} \quad (31.e)$$

$$i=1, 2, \dots, k \quad \square$$

ここでサブシステム(31)の可到達性について考察する。サブシステム(31)の遷移行列を次式で定義する。

$$X_i^H(l, m) = A_i^H(l-1)A_i^H(l-2)\dots A_i^H(m) \quad l > m \quad (32.a)$$

$$X_i^H(l, l) = I_{n_i} \quad (n \text{ 次元単位行列}) \quad i=1, 2, \dots, k \quad (32.b)$$

また、サブシステム(31)の可到達性部分空間を次式で定義する。

$$\hat{\mathcal{R}}_i(t) = \sum_{j=t-n_{oi}}^{t-1} X_i^H(t, j+1) \text{im} \bar{B}_i(j) \quad i=1, 2, \dots, k \quad (33)$$

[補題4.2]

$$Q_i(t)^T \mathcal{R}_i(t) = \hat{\mathcal{R}}_i(t) \quad i=1, 2, \dots, k \quad (34)$$

(証明) 付録A3

補題4.2より以下の定理を得る。

《定理4.2》サブシステム(31)は可到達。 $\square$

また、サブシステム(31)の可観測性についてつぎの補題が成立する。

[補題4.3] ある時刻 $t_0 \in [0, \omega)$ で $(C(t_0), X(\omega+t_0, t_0)^n)$ の対が可観測であれば、 $(\bar{C}_i(t_0), X_i(\omega+t_0, t_0)^n)$ の対は時刻 t_0 で可観測となる。

(証明) 付録A4

以上の考察からつぎの定理が成立する。

《定理4.3》サブシステム(31)の可到達性部分空間の次元が一定であり、ある時刻 $t_0 \in [0, \omega)$ で $(C(t_0), X(\omega+t_0, t_0)^n)$

の対が可観測であれば、非干渉システムを安定化できる。
(証明) 定理 4.2 および補題 4.3 より、サブシステム (31) は時刻 t_0 で可到達かつ可観測であるから、文献 23) のサンプル出力ホールド制御によって、すべてのサブシステムを安定化できる。補題 4.1 より行列 $Q(t)$ は正則かつ周期的であるから、Liapunov 変換である。したがって、システム (10) が安定なことから、すべてのサブシステム (31) が安定なこととは等価である。よって、全体のシステムを安定化できる。

今、システム (10) を安定化する出力フィードバック行列が得られたとする。このとき、次式が成立する。

$$\begin{aligned}\bar{C}_i(t)\hat{\mathcal{R}}_i(t) &= \bar{C}_i(t)Q_i(t)^T\mathcal{R}_i(t) \quad (\text{補題 4.2 による}) \\ &= C_i(t)\mathcal{R}_i(t) \quad ((31.e) \text{ による}) \\ &= R^{mi} \quad (\text{定義 3.1 による}) \\ &\quad i=1, 2, \dots, k \quad (35)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{C}_i(t)\hat{\mathcal{R}}_j(t) &= C_i(t)Q_i(t)^{-T}Q_j(t)^T\mathcal{R}_j(t) \\ &\quad (\text{補題 4.2, (31.e) による}) \\ &= 0 \quad j \neq i, i, j=1, 2, \dots, k \quad (36)\end{aligned}$$

(35) 式, (36) 式より安定化と同時にブロック非干渉性も保存されていることがわかる。□

5. おわりに

可到達かつ可観測な周期係数離散時間システムに対して不完全状態フィードバックによるブロック非干渉制御について考察し、行列 $G(t)$ が正則な場合ブロック非干渉化が可能であるための必要十分条件を与えた。

定理 3.2 は定係数システムに対する結果^{9), 10)}の周期係数システムへの拡張となっている。

さらに、出力フィードバックの場合において、ブロック非干渉化されたシステムの構造について考察し、可到達性部分空間の次元が時刻 t によらず一定であり、 $(C(t_0), X(\omega + t_0, t_0)^n)$ の対が時刻 t_0 で可観測な場合、サンプル出力ホールド制御により安定な非干渉システムが構成できることを示した。

本論文では、システムをブロック非干渉化した後、各サブシステムをサンプル出力ホールド制御により安定化しているため、非干渉条件は不変となる。

また、本論文の制御方式は、Bayoumi らの結果⁶⁾と異なり、強安定である。

可到達性部分空間の次元が時刻 t により変化する場合と一般の不完全状態フィードバックによる非干渉システムの構造についての考察は今後の課題とする。

参考文献

- 1) P. L. Falb and W. M. Wolovich: Decoupling in the Design and Synthesis of Multivariable Control Systems, IEEE Trans., AC-12-6, 651/659 (1969)
- 2) J. M. Howze: Necessary and Sufficient Conditions for Decoupling Using Output Feedback, IEEE Trans., AC-18-1, 44/46 (1973)
- 3) M. J. Denham: A Necessary and Sufficient Condition for Decoupling by Output Feedback, IEEE Trans., AC-18-5, 535/536 (1973)
- 4) S. H. Wang and E. J. Davison: Design of Decoupled Control Systems, A Frequency Domain Approach, International Journal of Control, 21-4, 529/536 (1975)
- 5) W. A. Wolovich: Output Feedback Decoupling, IEEE Trans., AC-20-1, 148/149 (1975)
- 6) M. M. Bayoumi and T. L. Duffield: Output Feedback Decoupling and Pole Placement in Linear Time-Invariant Systems, IEEE Trans., AC-22-1, 142/143 (1977)
- 7) M. A. El-Bagoury and M. M. Bayoumi: Decoupling of Multivariable Systems Using Output Feedback, IEEE Trans., AC-22-1, 146/149 (1977)
- 8) J. Descusse: A Necessary and Sufficient Condition for Decoupling Using Output Feedback, International Journal of Control, 31-5, 833/840 (1980)
- 9) D. P. Filev: Some New Results in State Space Decoupling of Multivariable systems II, KYBERNETIKA, 18-4, 330/344 (1982)
- 10) M. Kono: Diagonal Decoupling of Linear Multivariable Systems with Constant Gain Measurement Feedback, IEEE Trans., AC-30-12, 1237/1238 (1985)
- 11) T. W. C. Williams and P. J. Antsaklis: A Unifying Approach to the Decoupling of Linear Multivariable Systems, International Journal of Control, 44-1, 181/201 (1986)
- 12) R. A. Mayer and C. S. Burrus: A Unified Analysis of Multirate and Periodically Time Varying Digital Filters, IEEE Trans., CAS-22-3, 162/168 (1975)
- 13) M. Kono: Eigenvalue Assignment in the Linear Periodic Discrete Time Systems, International Journal of Control, 32-1, 149/158 (1980)
- 14) S. Longhi, A. Perdon and G. Conte: Geometric and Algebraic Structure at Infinity of Discrete Time Linear Periodic Systems, Linear Algebra and Its Appl., 122/123/124, 245/271 (1989)
- 15) O. M. Grasselli and S. Longhi: Zeros and Poles of Linear Periodic Multivariable Discrete-Time Systems, Circuits Systems Signal Process, 7-3, 361/380 (1988)
- 16) O. M. Grasselli: A Canonical Decomposition of Linear Periodic Discrete-Time Systems, International Journal of Control, 40-1, 201/214 (1984)
- 17) O. M. Grasselli and S. Longhi: Disturbance Localization with Dead-Beat Control for Linear Periodic Discrete-Time System, International Journal of Control, 44-5, 1319/1347 (1986)
- 18) O. M. Grasselli and S. Longhi: Disturbance Localization by Measurement Feedback for Linear Periodic Discrete-Time Systems, Automatica, 24-3, 375/385 (1988)
- 19) O. M. Grasselli and S. Longhi: Linear Function Dead-Beat Observers with Disturbance Localization for Linear Periodic Discrete-Time Systems, International Journal of Control, 45-5, 1603/1626 (1987)
- 20) M. Kono, T. Suzuki and T. Morishita: Block Decoupling of Linear ω -Periodic Discrete-Time Systems, IEEE Trans., AC-35-11, 1262/1265 (1990)

- 21) W. M. Wonham: Linear Multivariable Control, A Geometric Approach 3rd Ed. Springer-Verlag (1985)
 22) W. Greub: Linear Algebra 4th Ed. Springer-Verlag (1981)
 23) 鈴木, 河野: サンプルホールド制御による周期係数離時間システムの安定化, 計測自動制御学会論文集, 30-8, 987/989 (1994)

《付 録》

A1. 補題 3.2.4 の証明

補題 3.2.3 および, (17) 式より

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^n &= \mathcal{R}_1(t) + \mathcal{R}_2(t) + \cdots + \mathcal{R}_k(t) \\ &= \mathcal{R}_1(t)^* \oplus [\mathcal{R}_1(t) \cap \ker D(t)] \\ &\quad + \mathcal{R}_2(t)^* \oplus [\mathcal{R}_2(t) \cap \ker D(t)] \\ &\quad + \cdots + \mathcal{R}_k(t)^* \oplus [\mathcal{R}_k(t) \cap \ker D(t)] \\ &\quad \text{for } \forall t \in Z \quad (\text{A } 1) \end{aligned}$$

(A 1) 式の両辺に行列 $D(t)$ を掛けると

$$\begin{aligned} D(t)\mathbf{R}^n &= \text{im}D(t) \\ &= D(t)[\mathcal{R}_1(t)^* + \mathcal{R}_2(t)^* + \cdots + \mathcal{R}_k(t)^*] \end{aligned} \quad (\text{A } 2)$$

(A 2) 式より (18) 式が成立する²²⁾.

A2. 補題 4.1 の証明

(29) 式が成立しないと仮定すれば, ある 0 でないベクトル $\xi(t) \in \mathcal{R}^*(t)$ が存在して $C(t)\xi(t) = 0$ となる. (14) 式から

$A(t)\xi(t) \in \mathcal{R}^*(t+1)$ for $\forall t \in Z, i=1, 2, \dots, k$ が成立する. したがって, $\xi(t+1) \in \mathcal{R}^*(t+1)$ が成立し, $C(t+1)\xi(t+1) = 0$ となる. 以下, 各 t について同様の議論を展開でき, 結局, $(C(\cdot), A(\cdot))$ の対は可観測でなくなる. よって, 補題が成立する.

A3. 補題 4.2 の証明

$$\begin{aligned} Q_i(t)^T \mathcal{R}_i(t) &= Q_i(t)^T \sum_{j=t-n\omega}^{t-1} X^H(t, j+1) \text{im}[B(j)G_i(j)] \\ &\quad ((6) \text{ 式による}) \\ &= \sum_{j=t-n\omega}^{t-1} X_i^H(t, j+1) Q_i(j+1)^T \text{im}[B(j)G_i(j)] \\ &\quad ((26) \text{ 式による}) \\ &= \sum_{j=t-n\omega}^{t-1} X_i^H(t, j+1) \text{im}\hat{B}_i(j) = \hat{\mathcal{R}}_i(t) \\ &\quad ((28) \text{ 式}, (33) \text{ 式による}) \end{aligned}$$

A4. 補題 4.3 の証明

行列 S を

$$S = \begin{bmatrix} C(n\omega+t_0)X(n\omega+t_0, t_0) \\ C(n\omega+t_0+1)X(n\omega+t_0+1, t_0) \\ \vdots \\ C(n\omega+t_0+n\omega-1)X(n\omega+t_0+n\omega-1, t_0) \end{bmatrix}$$

と定義する. このとき, $(C(t_0), X(\omega+t_0, t_0)^n)$ の対が時刻 t_0 可観測であるための必要十分条件は $\text{rank } S = n$ が成

り立つことである¹⁶⁾. 一方, (31.c), (31.e) より

$$\begin{aligned} S &= \begin{bmatrix} \hat{C}(n\omega+t_0)Q(n\omega+t_0)^T X(n\omega+t_0, t_0) \\ \hat{C}(n\omega+t_0+1)Q(n\omega+t_0+1)^T \\ \quad \times X(n\omega+t_0+1, t_0) \\ \vdots \\ \hat{C}(n\omega+t_0+n\omega-1)Q(n\omega+t_0+n\omega-1)^T \\ \quad \times X(n\omega+t_0+n\omega-1, t_0) \end{bmatrix} Q(t_0)^T \\ &= \begin{bmatrix} \hat{C}_1(n\omega+t_0)X_1(n\omega+t_0, t_0) \\ \vdots \\ \hat{C}_k(n\omega+t_0)X_k(n\omega+t_0, t_0) \\ \hat{C}_1(n\omega+t_0+1)X_1(n\omega+t_0+1, t_0) \\ \vdots \\ \hat{C}_k(n\omega+t_0+1)X_k(n\omega+t_0+1, t_0) \\ \vdots \\ \hat{C}_1(n\omega+t_0+n\omega-1)X_1(n\omega+t_0+n\omega-1, t_0) \\ \vdots \\ \hat{C}_k(n\omega+t_0+n\omega-1)X_k(n\omega+t_0+n\omega-1, t_0) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ただし,

$$\hat{C}(t) = [\hat{C}_1(t)^T, \hat{C}_2(t)^T, \dots, \hat{C}_k(t)^T]^T$$

が成り立つ. 補題 4.1 より $Q(t_0)$ は正則. よって, $\text{rank } S = n$ ならば $\text{rank } S_i = n_i$ が成り立つ. ただし,

$$S_i = \begin{bmatrix} \hat{C}_i(n\omega+t_0)X_i(n\omega+t_0, t_0) \\ \hat{C}_i(n\omega+t_0+1)X_i(n\omega+t_0+1, t_0) \\ \vdots \\ \hat{C}_i(n\omega+t_0+n\omega-1) \\ \quad \times X_i(n\omega+t_0+n\omega-1, t_0) \end{bmatrix} \quad i=1, 2, \dots, k$$

すなわち, $(\hat{C}_i(t_0), X_i(\omega+t_0, t_0)^n)$ の対は時刻 t_0 で可観測.

〔著 者 紹 介〕

鈴木 達 雄 (正会員)

1986 年, 防衛大学校(航空工学専攻)卒業. 89 年東京商船大学大学院修士課程(制御工学専攻)修了. 同年, 三菱重工業(株)入社. 名古屋誘導推進システム製作所勤務, 現在に至る. IEEE, システム制御情報学会などの会員.

河 野 通 夫 (正会員)

(Vol. 31, No. 6 参照)