次数に依存しない非線形モデル規範形適応制御系の構成法[†]

——一般の相対次数の場合——

宮 里 義 彦*

Model Reference Adaptive Control for Nonlinear Systems with Unknown Degrees

—— General Case ——

Yoshihiko MIYASATO*

In most of the studies of model reference adaptive control, it is assumed that an upper bound on the degree of the controlled system is known. It makes the scope of application of model reference adaptive control too restrictive, since the reasonable upper bound on the degree cannot be specified a priori in many practical cases.

In the present paper, we propose a design method of model reference adaptive control systems for nonlinear systems with unknown degrees. The present adaptive controller is composed of high gain feedbacks of hierarchical structures derived from backstepping techniques, and the degree of it is independent of the degree of the controlled system. It is shown that the resulting control system is uniformly bounded, and that the tracking error converges to an arbitrarily small residual region. Finally, several simulation studies also show the effectiveness of the proposed method.

Key Words: model reference adaptive control, nonlinear system, degree, backstepping

1. 緒 言

モデル規範形適応制御系を構成するためには、対象の次数の上界があらかじめ既知でなければならない¹⁾。しかし事前に適切な次数の上界を設定することは困難なことが多く、次数に関する制約をどこまで緩和できるか明らかになることが適応制御の一つの課題とされている。

これに対して近年スライディングモードやハイゲインフィードバックの手法を用いて、一種のロバスト制御系あるいはロバスト適応制御系を構成する研究が報告されている²⁾。筆者らもそれらに着目して、ハイゲインフィードバックの手法を使って、次数に依存しない適応制御系^{3),4)}、非線形構造に依存しないロボットの適応制御系^{5),6)}、あるいは分布定数系に対する有限次元適応制御系^{7),8)}の構成法を提案した。ただしそれらの手法で出入

力だけを用いて制御系を構成するためには、相対次数が1次でなければならない。特に相対次数が2次以上の場合には、状態変数や出力微分値が制御系の構成のために必要となる。

ハイゲインフィードバックのこのような制約を緩和する研究として、文献9)や10)があげられる。しかし文献9)は並列補償要素を加えて相対次数が1次となる複合系に対してハイゲインフィードバック系を構成するもので、問題の本質的な解決にはつながらない。また文献10)においては、相対次数が2次以上の場合に(理想的な)スライディング面における等価制御入力の情報が必要となるが、これから明らかに安定性の解析と関連づけた実現可能な構成方法は示されていない。それらに対してわれわれは先に Morse の universal controller¹¹⁾を拡張して、次数が未知でさらに相対次数も2次を越えない範囲で未知の場合に、単一の適応制御装置で未知の非線形系に対してモデル規範形適応制御系を構成する手法を提案した¹²⁾。しかしそこでは同様の手法の一般の相対次数の場合への拡張の可能性については、触れられていなかった。

[†] 第14回適応制御シンポジウムで発表(1994・1)

* 統計数理研究所 東京都港区南麻布4-6-7

* The Institute of Statistical Mathematics, Minato-ku, Tokyo

(Received March 9, 1994)

(Revised June 14, 1994)

本稿ではこれまでの研究^{3)-8),12)}の部分的な拡張として、2次以下とは限らない任意の既知の相対次数の場合に、対象の次数や非線形成分に依存しないモデル規範形適応制御系を構成する手法を提案する。これまでとの研究との相違は、backstepping¹³⁾の手法を用いて、先の文献12)で導入した間接的な出力微分項をさらに一般化し、階層的なハイゲインフィードバック系を構成すること、任意の相対次数に対処していることである。

2. 問題設定

1入力1出力の未知の n 次元非線形系を考える。

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + bu(t) + Gf(y(t), t) \quad (1)$$

$$y(t) = c^T x(t) \quad (2)$$

A, b, c, G は適合するサイズの行列やベクトル(未知)、 $f(y(t), t)$ は未知の非線形項または外乱(m 次元ベクトル)とし、次数 n, m も未知とする。つぎの仮定をおく。

[仮定]

1) $c^T(sI - A)^{-1}b$ の零点は漸近安定である。
2) $c^T(sI - A)^{-1}b$ の相対次数 n^* は既知で、高周波ゲイン b_0 の符号も既知とする。以後は b_0 が正の場合を扱う。

3) y_M を一様有界な変数としたとき、 $y = e + y_M$ ($e \equiv y - y_M$: y_M からの偏差)に対して $f(y, t) = f(y_M + e, t)$ が以下のように評価される。ただし f_i は未知($f(y, t)$ と一様有界な y_M によって決まる)、 $\phi(e)$ は既知で n^* 階連続微分可能とする($0 \leq f_0, f_1 < \infty, 0 < f_2 < \infty$)。

$$\|f(y(t), t)\| \leq f_0 + f_1 \cdot F(e(t)) \quad (F(0) = 0) \quad (3)$$

$$F(e(t))^2 \leq f_2 \cdot e(t) \cdot \phi(e(t)) \quad (\phi(0) = 0) \quad (4)$$

$$e(t) \equiv y(t) - y_M(t) \quad (5)$$

以上の設定のもとで、出力 $y(t)$ が任意の目標信号 $y_M(t)$ ($0 \sim n^*$ 階微分が一様有界)に追従するように、入力 $u(t)$ を適応的に決定する。ただし利用可能な信号は $y(t)$ と $y_M(t), \dot{y}_M(t), \dots, y_M^{(n^*)}(t)$ のみとする。

(注意1) 仮定3)のように評価される非線形のクラスとして、文献12)のように $\|f(y, t)\|$ の大きさがオーダー $|y|^m$ で上から押さえられるものが考えられる。このとき $F(e) = |e|^m, \phi(e) = e^{2m-1}$ となる。

3. 入出力表現

制御対象の線形部 $c^T(sI - A)^{-1}b$ の零点の安定性(仮定1))を考慮した入出力表現を求める。

[補題1] 仮定1)のもとで相対次数 n^* に応じて制御対象はつぎのように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}y(t) &= \theta y(t) + b_0 u_{fn^*-1}(t) + \mathcal{L}(y(t)) \\ &\quad + \mathcal{L}(f(y, t)) + \epsilon(t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt}u_{fn^*-i}(t) = -\lambda_i u_{fn^*-i}(t) + u_{fn^*-i-1}(t) \quad (7)$$

$$(1 \leq i \leq n^*-1) \quad (u_{f0}(t) \equiv u(t))$$

ただし θ, b_0 は未知のシステムパラメータ(b_0 は正の高周波ゲイン)であり、 $\lambda_i (1 \leq i \leq n^*-1)$ は任意の正の定数、 $\epsilon(t)$ は指数的に減衰する項を総称して表わしたものとす。また $\mathcal{L}(v(t))$ はつぎのように定義される。

$$\mathcal{L}(v(t)) \equiv G_0(s)v(t) \quad (G_0(s) \in \mathcal{RH}^\infty) \quad (8)$$

証明は仮定1) 2)と、文献12)の補題1の証明((13)式の利用)の簡単な拡張により行えるので、省略する。

4. 非線形モデル規範形適応制御

4.1 準備

最初に安定解析に用いる関係式を用意する。

[補題2] 任意の信号 $v(t)$ に対しつぎの関係が成立する。

$$\begin{aligned} \int_0^t v(\tau) \{ \mathcal{L}(y(\tau)) + \mathcal{L}(f(y(\tau), \tau)) + \epsilon(\tau) \} d\tau \\ \leq \frac{1}{2C} \int_0^t v(\tau)^2 d\tau + CL_0 t + CL_1 \int_0^t e(\tau)^2 d\tau \\ + CL_2 \int_0^t F(e(\tau))^2 d\tau + CL_3 \int_0^t \epsilon(\tau)^2 d\tau \end{aligned} \quad (9)$$

ただし $L_0 \sim L_3 > 0$ は未知のシステムパラメータで、 $C > 0$ は任意の定数である。

証明は仮定3)と文献12)の補題3より自明なので省く。

4.2 適応制御系の構成法 I

backstepping¹³⁾の手法を用いて、Step 1)~ n^*)に分けて制御系を構成する。

Step 1)

$z_1(t)$ をつぎのように定めて

$$z_1(t) \equiv e(t) = y(t) - y_M(t) \quad (10)$$

$\dot{z}_1(t)$ を計算すると補題1より以下のように表わされる。

$$\dot{z}_1(t) = \theta y(t) - \dot{y}_M(t) + b_0 u_{fn^*-1}(t) + w(t) \quad (11)$$

$$w(t) \equiv \mathcal{L}(y(t)) + \mathcal{L}(f(y(t), t)) + \epsilon(t) \quad (12)$$

$n^*=1$ ならば $u_{fn^*-1}(t) = u(t)$ となる。このときは以下で $u(t) \equiv \alpha_1(t), z_2(t) \equiv 0$ とおいて制御系の構成が終わる。一方 $n^* \geq 2$ のときは $z_2(t)$ と $\alpha_1(t)$ を導入する。

$$z_2(t) \equiv u_{fn^*-1}(t) - \alpha_1(t) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \alpha_1(t) = & -\hat{k}_{11}(t)z_1(t) - \hat{k}_{12}(t)\phi(z_1(t)) \\ & -\hat{k}_{13}(t)y(t) + \hat{k}_{14}(t)\dot{y}_M(t) \end{aligned} \quad (14)$$

ただし $\hat{k}_{11}(t) \sim \hat{k}_{14}(t)$ は可調整パラメータである。

$$\dot{\hat{k}}_{11}(t) = g_{11}N[\|z(t)\|]z_1(t)^2$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{k}}_{12}(t) &= g_{12}N[\|z(t)\|]\phi(z_1(t))z_1(t) \\ \dot{\hat{k}}_{13}(t) &= g_{13}N[\|z(t)\|]y(t)z_1(t) \\ \dot{\hat{k}}_{14}(t) &= -g_{14}N[\|z(t)\|]\dot{y}_M(t)z_1(t) \\ (g_{11} \sim g_{14} > 0)\end{aligned}\quad (15)$$

$$N[\|z(t)\|] = \begin{cases} 1 & \text{if } \|z(t)\| \geq \epsilon^* \text{ (Case I)} \\ 0 & \text{if } \|z(t)\| < \epsilon^* \text{ (Case II)} \end{cases} \quad (16)$$

$$\epsilon^* > 0 \quad (17)$$

$$z(t) \equiv [z_1(t), z_2(t), z_3(t), \dots, z_{n^*}(t)]^T \quad (18)$$

また $z_i(t)$ ($3 \leq i \leq n^*$) は後に定める信号であり, ϵ^* (> 0) は出力誤差の大きさを規定する設計パラメータである. 安定解析のために以下の $V_1(t)$

$$V_1(t) = \frac{1}{2}z_1(t)^2 + \frac{b_0}{2} \sum_{j=1}^4 \{k_{1j} - \hat{k}_{1j}(t)\}^2 / g_{1j} \quad (19)$$

$$k_{13} \equiv \theta / b_0, \quad k_{14} \equiv 1 / b_0 \quad (20)$$

を定めて, $\|z(t)\| \geq \epsilon^*$ の場合について $\dot{V}_1(t)$ を評価する.

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(t) &= b_0 z_1(t) z_2(t) + z_1(t) w(t) \\ &\quad - b_0 k_{11} z_1(t)^2 - b_0 k_{12} z_1(t) \phi(z_1(t))\end{aligned} \quad (21)$$

ここで両辺を $t_0 \leq \tau \leq t$ (ただし $\|z(\tau)\| \geq \epsilon^*$) (以後 Case I $\equiv [t_0 \leq \tau \leq t: \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*]$ とする) にわたって積分して, 補題 2 を利用すると次式が得られる.

$$\begin{aligned}V_1(t) - V_1(t_0) &\leq \left(\frac{1}{2C} + CL_1 - b_0 k_{11} \right) \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau \\ &\quad + \left(CL_2 - \frac{b_0 k_{12}}{f_2} \right) \int_{t_0}^t F(z_1(\tau))^2 d\tau \\ &\quad + CL_0(t - t_0) + b_0 \int_{t_0}^t z_1(\tau) z_2(\tau) d\tau \\ &\quad + CL_3 \int_{t_0}^t \epsilon(\tau)^2 d\tau\end{aligned} \quad (22)$$

Step 2)

$\dot{z}_2(t)$ を計算すると以下のように表わされる.

$$\dot{z}_2(t) = -\lambda_1 u_{fn^*-1}(t) + u_{fn^*-2}(t) - \dot{\alpha}_1(t) \quad (23)$$

$$\dot{\alpha}_1(t) = \beta_1(t) + \gamma_1(t) \{ \theta y(t) + b_0 u_{fn^*-1}(t) + w(t) \} \quad (24)$$

$$\beta_1(t) \equiv \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{K}_1} \dot{\hat{K}}_1(t) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial Y_M^{(1)}} \dot{Y}_M^{(1)}(t) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_1} \dot{y}_M(t) \quad (25)$$

$$\gamma_1(t) \equiv \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_1} \quad (26)$$

$$\hat{K}_1(t) \equiv [\hat{k}_{11}(t), \hat{k}_{12}(t), \hat{k}_{13}(t), \hat{k}_{14}(t)]^T \quad (27)$$

$$Y_M^{(1)}(t) \equiv [y_M(t), \dot{y}_M(t)]^T \quad (28)$$

$n^*=2$ ならば $u_{fn^*-2}(t) = u(t)$ となる. このときは以下で $u(t) \equiv \alpha_2(t)$, $z_3(t) \equiv 0$ において制御系の構成が終わる. 一方 $n^* \geq 3$ のときは $z_3(t)$ と $\alpha_2(t)$ を導入する.

$$z_3(t) \equiv u_{fn^*-2}(t) - \alpha_2(t) \quad (29)$$

$$\begin{aligned}\alpha_2(t) &= \lambda_1 u_{fn^*-1}(t) + \tilde{\beta}_1(t) + \tilde{\theta}^{(2)}(t) \gamma_1(t) y(t) \\ &\quad + \tilde{\delta}_0^{(2)} \{ \gamma_1(t) u_{fn^*-1}(t) - z_1(t) \} \\ &\quad - \hat{k}_{21}(t) \gamma_1(t)^2 z_2(t) - \hat{k}_{22}(t) z_2(t)\end{aligned} \quad (30)$$

ここに $\tilde{\theta}^{(2)}(t)$, $\tilde{\delta}_0^{(2)}(t)$, $\hat{k}_{21}(t)$, $\hat{k}_{22}(t)$ は以下のように決定される可調整パラメータである.

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\theta}}^{(2)}(t) &= -g_{21}N[\|z(t)\|]\gamma_1(t)y(t)z_2(t) \\ \dot{\tilde{\delta}}_0^{(2)}(t) &= -g_{22}N[\|z(t)\|]\{\gamma_1(t)u_{fn^*-1}(t) - z_1(t)\}z_2(t) \\ \dot{\hat{k}}_{21}(t) &= g_{23}N[\|z(t)\|]\gamma_1(t)^2 z_2(t)^2 \\ \dot{\hat{k}}_{22}(t) &= g_{24}N[\|z(t)\|]z_2(t)^2 \quad (g_{21} \sim g_{24} > 0)\end{aligned} \quad (31)$$

また $\tilde{\beta}_1(t)$ は $\beta_1(t)$ と同じ成分で構成され, 解析的で, つぎの関係式を満たすように決定される.

$$z_2(t) \{ \tilde{\beta}_1(t) - \beta_1(t) \} \leq 0 \quad \text{when } \|z(t)\| \geq \epsilon^* \quad (32)$$

安定性の解析のために以下の $V_2(t)$

$$\begin{aligned}V_2(t) &= V_1(t) + \frac{1}{2}z_2(t)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \{ \phi_{2j} - \hat{\phi}_{2j}(t) \}^2 / g_{2j}\end{aligned} \quad (33)$$

$$\phi_{21} = \theta, \quad \phi_{22} = b_0, \quad \phi_{23} = k_{21}, \quad \phi_{24} = k_{22}$$

$$\hat{\phi}_{21}(t) = \tilde{\theta}^{(2)}(t), \quad \hat{\phi}_{22}(t) = \tilde{\delta}_0^{(2)}(t),$$

$$\hat{\phi}_{23}(t) = \hat{k}_{21}(t), \quad \hat{\phi}_{24}(t) = \hat{k}_{22}(t) \quad (34)$$

を定め, (23) ~ (32) を考慮すると, step 1) のときと同様にして Case I $\equiv [t_0 \leq \tau \leq t: \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*]$ でつぎの評価を得る ($\dot{V}_2(t)$ を求めて積分して, 補題 2 も利用する).

$$\begin{aligned}V_2(t) - V_2(t_0) &\leq \left(\frac{1}{2C} + 2CL_1 - b_0 k_{11} \right) \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau \\ &\quad + \left(2CL_2 - \frac{b_0 k_{12}}{f_2} \right) \int_{t_0}^t F(z_1(\tau))^2 d\tau \\ &\quad + 2CL_0(t - t_0) + \left(\frac{1}{2C} - k_{21} \right) \int_{t_0}^t \gamma_1(\tau)^2 z_2(\tau)^2 d\tau \\ &\quad - k_{22} \int_{t_0}^t z_2(\tau)^2 d\tau \\ &\quad + \int_{t_0}^t z_2(\tau) z_3(\tau) d\tau + 2CL_3 \int_{t_0}^t \epsilon(\tau)^2 d\tau\end{aligned} \quad (35)$$

Step i) ($3 \leq i \leq n^*-1$)

$z_i(t)$ を以下のように定めると

$$z_i(t) \equiv u_{fn^*-i+1}(t) - \alpha_{i-1}(t) \quad (36)$$

$\dot{z}_i(t)$ はつぎのように表わされる.

$$\dot{z}_i(t) = -\lambda_{i-1} u_{fn^*-i+1}(t) + u_{fn^*-i}(t) - \dot{\alpha}_{i-1}(t) \quad (37)$$

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_{i-1}(t) &= \beta_{i-1}(t) \\ &\quad + \gamma_{i-1}(t) \{ \theta y(t) + b_0 u_{fn^*-1}(t) + w(t) \}\end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}\beta_{i-1}(t) &\equiv \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial u_f^{(n^*-i+2)}} \dot{u}_f^{(n^*-i+2)}(t) + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{K}_{i-1}} \dot{\hat{K}}_{i-1}(t) \\ &\quad + \sum_{j=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} \{ -\lambda_{j-1} u_{fn^*-j+1}(t) + u_{fn^*-j}(t) \\ &\quad - \beta_{j-1}(t) \} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial Y_M^{(i-1)}} \dot{Y}_M^{(i-1)}(t) \\ &\quad - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_1} \dot{y}_M(t)\end{aligned} \quad (39)$$

$$\gamma_{i-1}(t) \equiv \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_1} - \sum_{j=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} \gamma_{j-1}(t) \quad (40)$$

$$\bar{K}_{i-1}(t) \equiv [\bar{K}_{i-2}(t)^T, \bar{\theta}^{(i-1)}(t), \bar{\delta}_0^{(i-1)}(t), \bar{k}_{i-1,1}(t), \bar{k}_{i-1,2}(t)]^T \quad (41)$$

$$u_f^{(n^*-i+2)}(t) \equiv [u_{fn^*-i}(t), \dots, u_{fn^*-i+2}(t)]^T \quad (42)$$

$$(u_f^{(n^*-1)}(t) \equiv u_{fn^*-1}(t)) \quad (43)$$

$$Y_M^{(i-1)}(t) \equiv [y_M(t), \dot{y}_M(t), \dots, y_M^{(i-1)}(t)]^T \quad (44)$$

$z_{i+1}(t)$ と可調整パラメータを含む $\alpha_i(t)$ を導入する.

$$z_{i+1}(t) \equiv u_{fn^*-i}(t) - \alpha_i(t) \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \alpha_i(t) &= \lambda_{i-1} u_{fn^*-i+1}(t) \\ &+ \bar{\beta}_{i-1}(t) + \bar{\theta}^{(i)}(t) \gamma_{i-1}(t) y(t) \\ &+ \bar{\delta}_0^{(i)}(t) \gamma_{i-1}(t) u_{fn^*-1}(t) \\ &- \bar{k}_{i1}(t) \gamma_{i-1}(t)^2 z_i(t) \\ &- \bar{k}_{i2}(t) z_i(t) - z_{i-1}(t) \end{aligned} \quad (46)$$

$$\bar{\theta}^{(i)}(t) = -g_{i1} N[\|z(t)\|] \gamma_{i-1}(t) y(t) z_i(t)$$

$$\bar{\delta}_0^{(i)}(t) = -g_{i2} N[\|z(t)\|] \gamma_{i-1}(t) u_{fn^*-1}(t) z_i(t)$$

$$\bar{k}_{i1}(t) = g_{i3} N[\|z(t)\|] \gamma_{i-1}(t)^2 z_i(t)^2$$

$$\bar{k}_{i2}(t) = g_{i4} N[\|z(t)\|] z_i(t)^2 \quad (g_{i1} \sim g_{i4} > 0) \quad (47)$$

$\bar{\beta}_{i-1}(t)$ は $\beta_{i-1}(t)$ と同じ成分で構成され, 解析的で, 以下の関係式を満足するように決定される.

$$z_i(t) \{ \bar{\beta}_{i-1}(t) - \beta_{i-1}(t) \} \leq 0 \text{ if } \|z(t)\| \geq \epsilon^* \quad (48)$$

ここで次式の $V_i(t)$ を用いて安定解析を行う.

$$\begin{aligned} V_i(t) &= V_{i-1}(t) + \frac{1}{2} z_i(t)^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \{ \psi_{ij} - \bar{\psi}_{ij}(t) \} / g_{ij} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\psi_{i1} = \theta, \quad \psi_{i2} = b_0, \quad \psi_{i3} = k_{i1}, \quad \psi_{i4} = k_{i2}$$

$$\bar{\psi}_{i1}(t) = \bar{\theta}^{(i)}(t), \quad \bar{\psi}_{i2}(t) = \bar{\delta}_0^{(i)}(t),$$

$$\bar{\psi}_{i3}(t) = \bar{k}_{i1}(t), \quad \bar{\psi}_{i4}(t) = \bar{k}_{i2}(t) \quad (50)$$

(36)~(48)を考慮すると, Case I $\equiv [t_0 \leq \tau \leq t: \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*]$ で以下の評価を得る ($\dot{V}_i(t)$ を積分して評価する).

$$\begin{aligned} V_i(t) - V_i(t_0) &\leq \left(\frac{1}{2C} + iCL_1 - b_0 k_{i1} \right) \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau \\ &+ \left(iCL_2 - \frac{b_0 k_{i2}}{f_2} \right) \int_{t_0}^t F(z_1(\tau))^2 d\tau \\ &+ iCL_0(t - t_0) \\ &+ \sum_{j=2}^i \left(\frac{1}{2C} - k_{j1} \right) \int_{t_0}^t \gamma_{j-1}(\tau)^2 z_j(\tau)^2 d\tau \\ &- \sum_{j=2}^i k_{j2} \int_{t_0}^t z_j(\tau)^2 d\tau \\ &+ \int_{t_0}^t z_i(\tau) z_{i+1}(\tau) d\tau + iCL_3 \int_{t_0}^t \epsilon(\tau)^2 d\tau \end{aligned} \quad (51)$$

Step n^*

$z_{n^*}(t)$ を以下のように定めると

$$z_{n^*}(t) \equiv u_{f1}(t) - \alpha_{n^*-1}(t) \quad (52)$$

$\dot{z}_{n^*}(t)$ はつぎのように表わされる.

$$\dot{z}_{n^*}(t) = -\lambda_{n^*-1} u_{f1}(t) + u(t) - \dot{\alpha}_{n^*-1}(t) \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{n^*-1}(t) &= \beta_{n^*-1}(t) \\ &+ \gamma_{n^*-1}(t) \{ \theta y(t) + b_0 u_{fn^*-1}(t) + w(t) \} \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \beta_{n^*-1}(t) &= \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial u_f^{(2)}} u_f^{(2)}(t) + \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial \bar{K}_{n^*-1}} \bar{K}_{n^*-1}(t) \\ &+ \sum_{j=2}^{n^*-1} \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial z_j} \{ -\lambda_{j-1} u_{fn^*-j+1}(t) + u_{fn^*-j}(t) \\ &- \beta_{j-1}(t) \} + \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial Y_M^{(n^*-1)}} Y_M^{(n^*-1)}(t) - \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial z_1} \dot{y}_M(t) \end{aligned} \quad (55)$$

$$\gamma_{n^*-1}(t) \equiv \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial z_1} - \sum_{j=2}^{n^*-1} \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial z_j} \gamma_{j-1}(t) \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{n^*-1}(t) &= [\bar{K}_{n^*-2}(t)^T, \bar{\theta}^{(n^*-1)}(t), \\ &\bar{\delta}_0^{(n^*-1)}(t), \bar{k}_{n^*-1,1}(t), \bar{k}_{n^*-1,2}(t)]^T \end{aligned} \quad (57)$$

$$u_f^{(2)} \equiv [u_f^{(3)}(t)^T, u_{f2}(t)]^T \quad (58)$$

$$Y_M^{(n^*-1)}(t) \equiv [y_M(t), \dot{y}_M(t), \dots, y_M^{(n^*-1)}(t)]^T \quad (59)$$

$z_{n^*}(t)$ の中に制御入力 $u(t)$ が直接に現れることに着目して, 可調整パラメータを含む $u(t)$ をつぎのように定める.

$$\begin{aligned} u(t) &= \lambda_{n^*-1} u_{f1}(t) + \bar{\beta}_{n^*-1}(t) \\ &- z_{n^*-1}(t) + \bar{\theta}^{(n^*)}(t) \gamma_{n^*-1}(t) y(t) \\ &+ \bar{\delta}_0^{(n^*)}(t) \gamma_{n^*-1}(t) u_{fn^*-1}(t) \\ &- \bar{k}_{n^*1}(t) \gamma_{n^*-1}(t)^2 z_{n^*}(t) - \bar{k}_{n^*2}(t) z_{n^*}(t) \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^{(n^*)}(t) &= -g_{n^*1} N[\|z(t)\|] \gamma_{n^*-1}(t) y(t) z_{n^*}(t) \\ \bar{\delta}_0^{(n^*)}(t) &= -g_{n^*2} N[\|z(t)\|] \gamma_{n^*-1}(t) u_{fn^*-1}(t) z_{n^*}(t) \\ \bar{k}_{n^*1}(t) &= g_{n^*3} N[\|z(t)\|] \gamma_{n^*-1}(t)^2 z_{n^*}(t)^2 \\ \bar{k}_{n^*2}(t) &= g_{n^*4} N[\|z(t)\|] z_{n^*}(t)^2 \quad (g_{n^*1} \sim g_{n^*4} > 0) \end{aligned} \quad (61)$$

$\bar{\beta}_{n^*-1}(t)$ の決め方はこれまでと同様である ((32), (48)). ここで以下の $V_{n^*}(t)$ を用いて安定解析を行う (ϕ_{n^*j} , $\bar{\psi}_{n^*j}(t)$ の定義は (50) に準じる ($i = n^*$)).

$$\begin{aligned} V_{n^*}(t) &= V_{n^*-1}(t) + \frac{1}{2} z_{n^*}(t)^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \{ \phi_{n^*j} - \bar{\psi}_{n^*j}(t) \} / g_{n^*j} \end{aligned} \quad (62)$$

(52)~(61)を考慮すると, Case I $\equiv [t_0 \leq \tau \leq t: \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*]$ で以下の評価を得る ($\dot{V}_{n^*}(t)$ を積分して評価する).

$$\begin{aligned} V_{n^*}(t) - V_{n^*}(t_0) &\leq \left(\frac{1}{2C} + n^* CL_1 - b_0 k_{i1} \right) \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau \\ &+ \left(n^* CL_2 - \frac{b_0 k_{i2}}{f_2} \right) \int_{t_0}^t F(z_1(\tau))^2 d\tau \\ &+ n^* CL_0(t - t_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{j=2}^{n^*} \left(\frac{1}{2C} - k_{j1} \right) \int_{t_0}^t \gamma_{j-1}(t)^2 z_j(\tau)^2 d\tau \\
& - \sum_{j=2}^{n^*} k_{j2} \int_{t_0}^t z_j(\tau)^2 d\tau \\
& + n^* CL_3 \int_{t_0}^t \epsilon(\tau)^2 d\tau
\end{aligned} \quad (63)$$

Step n^*+1) 安定性の解析

$\epsilon(t) \in \mathcal{L}^2$ に着目して $V(t)$ をつぎのように定義する.

$$V(t) \equiv V_{n^*}(t) + n^* CL_3 \int_t^\infty \epsilon(\tau)^2 d\tau \quad (64)$$

任意の正定数 C に対して未定の定数 k_{ij} ($1 \leq i \leq n^*$, $j=1, 2$) を以下のように定める ($\hat{k}_{ij}(t)$ の真値).

$$\begin{aligned}
k_{11} & > \left(\frac{1}{2C} + n^* CL_1 + \hat{k}_{11} \right) / b_0 \\
k_{12} & > n^* CL_2 f_2 / b_0 \\
\hat{k}_{11} & > n^* CL_0 / \epsilon^{*2} \\
k_{j1} & > \frac{1}{2C}, \quad k_{j2} > n^* CL_0 / \epsilon^{*2} \quad (2 \leq j \leq n^*)
\end{aligned} \quad (65)$$

すると Case I $\equiv [t_0 \leq \tau \leq t : \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*]$ で $V(t)$ がつぎのように評価される.

$$\begin{aligned}
V(t) - V(t_0) & \leq -\hat{k}_{11} \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau - \sum_{i=2}^{n^*} k_{i2} \int_{t_0}^t z_i(\tau)^2 d\tau \\
& + n^* CL_0 (t - t_0) \\
& \leq -(n^* CL_0 / \epsilon^{*2}) \int_{t_0}^t \{ \|z(\tau)\|^2 - \epsilon^{*2} \} d\tau \leq 0
\end{aligned} \quad (66)$$

一方 $\|z(t)\| < \epsilon^*$ の場合 (Case II), $\hat{k}_{ij}(t)$, $\hat{\theta}^{(i)}(t)$, $\hat{\delta}^{(i)}(t)$ は定数となるので, Case II において $V(t)$ はそれ以前の最後に Case I から Case II に移行したときの値を超えることはない (または最初から Case II の場合は, 経過時間に依存しない定数で上から評価される). これより $V_{n^*}(t) \in \mathcal{L}^\infty$, したがって $z_i(t) \in \mathcal{L}^\infty$, $\hat{K}_{n^*}(t) \equiv [\hat{K}_{n^*-1}(t)^T, \hat{\theta}^{(n^*)}(t), \hat{\delta}^{(n^*)}(t), \hat{k}_{n^*1}(t), \hat{k}_{n^*2}(t)]^T \in \mathcal{L}^\infty$, また

$F(z_1(t)), f(z_1(t), t) \in \mathcal{L}^\infty$ が導かれる. さらに $\alpha_1(t) \in \mathcal{L}^\infty$, $u_{fn^*-1}(t) = z_2(t) + \alpha_1(t)$ より $u_{fn^*-1}(t) \in \mathcal{L}^\infty$, 以下同様にして $\alpha_2(t) \sim \alpha_{n^*-1}(t) \in \mathcal{L}^\infty$, $u_{fn^*-2}(t) \sim u_{f1}(t) \in \mathcal{L}^\infty$, および $u(t) \in \mathcal{L}^\infty$ が示され, このことから $\dot{z}_i(t) \in \mathcal{L}^\infty$ ($1 \leq i \leq n^*$) も示される. 以上より制御系の有界性が示せた. つぎに出力誤差の収束特性について調べる. $\hat{k}_{11}(t) \geq 0$, $\hat{k}_{11}(t) \in \mathcal{L}^\infty$, および $\hat{k}_{i2}(t) \geq 0$, $\hat{k}_{i2}(t) \in \mathcal{L}^\infty$ ($2 \leq i \leq n^*$) より $\hat{k}_{11}(\infty)$ と $\hat{k}_{i2}(\infty)$ ($2 \leq i \leq n^*$) の存在が保証されるから $\|z(t)\| (N[\|z(t)\|])^{1/2} \in \mathcal{L}^2$ が成立し, これと $\dot{z}_i(t) \in \mathcal{L}^\infty$ より

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t)\|^2 N[\|z(t)\|] = 0 \quad (67)$$

となって次式が得られる.

$$z(t) \rightarrow S(\epsilon^*) \equiv \{z \equiv (z_1, \dots, z_{n^*}) : \|z\| < \epsilon^*\} \quad (68)$$

以上をまとめて本稿の主要定理の一つを得る.

《定理 1》 相対次数 n^* の非線形系に対して, これまでに述べた適応制御系の全ての信号は一様有界で, 出力誤差を含む状態変数 $z_1(t) \sim z_{n^*}(t)$ は $S(\epsilon^*)$ に収束する.

(注意 2) 提案する制御系の構成に必要な信号の関係を Fig. 1 に示す. これまで述べた方法で $a_i(t)$ と $z_{i+1}(t)$ ($1 \leq i \leq n^*$) を生成していき (出力誤差 $z_1(t)$ を最初に定めて以後は $\alpha_1(t), z_2(t), \alpha_2(t), z_3(t), \dots, \alpha_{n^*-1}(t), z_{n^*}(t)$ の順番に決定), 最終的に制御入力 $u(t)$ が決定される (これはつぎの構成法 II でも共通). なお設計パラメータ ϵ^* は任意の正定数とすることができるが, 0 にはできない. つまり提案する手法では出力誤差 $z_1(t)$ を含む n^* 次元の状態ベクトル $z(t)$ の収束領域の大きさ (ノルム) を任意の ϵ^* とすることができるが, 0 に収束させることはできない. また出力誤差を小さくするにはこの ϵ^* をより小さく決めなければならないが, その場合, (65) 式で決まる制御パラメータの真値が大きくなるので, 入力

Fig. 1 Design procedure of adaptive controller

過大になる可能性がある。入力大きさをも考慮するためには、システムパラメータの概略値をもとに ϵ^* を適切に設定する必要がある。

(注意3) (65)式で任意の定数 C を適切に選ぶと、 k_{j1} または k_{j2} ($2 \leq j \leq n^*$) のいずれか一方は任意の正の定数でよいことがわかる。したがって $\hat{k}_{j1}(t)$ または $\hat{k}_{j2}(t)$ ($2 \leq j \leq n^*$) のいずれか一方はチューニングの必要がなく、任意の正定数でよい。また $\hat{\theta}^{(i)}(t)$ と $\hat{b}_0^{(i)}(t)$ は step i における θ と b_0 の推定値であるが、これより一つのパラメータを n^*-1 回別々に推定する必要があることもわかる。以上の構成のもとで可調整パラメータの最小数は $3n^*+1$ となる。これに対し次節では θ と b_0 の推定を各1回として、可調整パラメータ数を低減化する手法について述べる。

(注意4) $\beta_i(t)$ に対する $\tilde{\beta}_i(t)$ の一構成法として、 $\beta_i(t)$ 中に現われる " $N[\|z(t)\|]$ " を "1" に置き換えて $\tilde{\beta}_i(t)$ とする方法がある。こうして構成された $\tilde{\beta}_i(t)$ は $\beta_i(t)$ と違って解析的であり、Case I で $\beta_i(t)$ と等しくなる。

(注意5) $u_{f1}(t) \sim u_{fn^*-1}(t)$ には出力微分 $y^{(n^*-1)}(t) \sim y^{(1)}(t)$ が含まれる。つまり文献12)の間接的な出力微分項の一般化になっている。また各ステップで1次元のシステムに対し $\alpha_i(t)$ を仮の入力としてハイゲインフィードバック系を構成している。これより全体として相対次数分の階層的な適応ハイゲインフィードバック系が実現される (Fig. 2 参照、図中の Δ_i は α_i と z_{i+1} 以外の項を示す)。

4.3 適応制御系の構成法 II

本節では θ と b_0 の推定をそれぞれ一つの可調整パラメータ $\hat{\theta}(t)$ と $\hat{b}_0(t)$ で行い、可調整パラメータ数を低減化する。前節と同様に n^* ステップに分けて説明する。

Step 1)

構成法 I の step 1) と同じ。

Step 2)

$z_2(t)$ を求める。もし $n^*=2$ ならば、構成法 I の step 2) と同じようにして終了する。それに対し $n^* \geq 3$ のときは構成法 I の step 2) と同様に $z_3(t)$ を定めるが、 $a_2(t)$ については以下のように定める。

$$\begin{aligned} a_2(t) = & \lambda_1 u_{fn^*-1}(t) + \tilde{\beta}_1(t) + \hat{\theta}(t) \gamma_1(t) y(t) \\ & + \tilde{b}_0(t) \{ \gamma_1(t) u_{fn^*-1}(t) - z_1(t) \} \\ & - \hat{k}_{21}(t) \gamma_1(t)^2 z_2(t) - \hat{k}_{22}(t) z_2(t) \end{aligned} \quad (69)$$

$$\dot{\hat{k}}_{21}(t) = g_{21} N[\|z(t)\|] \gamma_1(t)^2 z_2(t)^2 \quad (70)$$

$$\dot{\hat{k}}_{22}(t) = g_{22} N[\|z(t)\|] z_2(t)^2 \quad (g_{21}, g_{22} > 0) \quad (71)$$

可調整パラメータ $\hat{\theta}(t)$ と $\tilde{b}_0(t)$ (θ と b_0 の推定値) の調整則は後で定める。 $V_2(t)$ を定義し (ただし $g_{21} \sim g_{24} > 0$)、

$$\begin{aligned} V_2(t) = & V_1(t) + \frac{1}{2} z_2(t)^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \{ k_{2j} - \hat{k}_{2j}(t) \}^2 / g_{2j} \\ & + \frac{1}{2} \{ \theta - \hat{\theta}(t) \}^2 / g_{23} + \frac{1}{2} \{ b_0 - \tilde{b}_0(t) \}^2 / g_{24} \end{aligned} \quad (72)$$

以下のように $\tau_{\theta 2}(t)$, $\tau_{b 2}(t)$ を定めると、

$$\tau_{\theta 2}(t) \equiv -g_{23} \gamma_1(t) y(t) z_2(t) \quad (73)$$

$$\tau_{b 2}(t) \equiv -g_{24} \{ \gamma_1(t) u_{fn^*-1}(t) - z_1(t) \} z_2(t) \quad (74)$$

$V_2(\tau) ([t_0 \leq \tau \leq t : \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*] \equiv \text{Case I})$ の評価を得る。

$$\begin{aligned} V_2(t) - V_2(t_0) \leq & \left(\frac{1}{2C} + 2CL_1 - b_0 k_{11} \right) \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau \\ & + \left(2CL_2 - \frac{b_0 k_{12}}{f_2} \right) \int_{t_0}^t F(z_1(\tau))^2 d\tau \\ & + 2CL_0(t - t_0) + \left(\frac{1}{2C} - k_{21} \right) \int_{t_0}^t \gamma_1(\tau)^2 z_2(\tau)^2 d\tau \\ & - k_{22} \int_{t_0}^t z_2(\tau)^2 d\tau \\ & + \int_{t_0}^t z_2(\tau) z_3(\tau) d\tau + 2CL_3 \int_{t_0}^t \epsilon(\tau)^2 d\tau \end{aligned}$$

Fig. 2 Configuration of overall system

$$\begin{aligned}
& + \int_{t_0}^t \{\theta - \bar{\theta}(\tau)\} \{-\dot{\bar{\theta}}(\tau) + \tau_{\theta 2}(\tau)\} d\tau / g_{23} \\
& + \int_{t_0}^t \{b_0 - \bar{b}_0(\tau)\} \{-\dot{\bar{b}}_0(\tau) + \tau_{b 2}(\tau)\} d\tau / g_{24} \quad (75)
\end{aligned}$$

Step 3)

$z_3(t)$ を同様に定め, $\dot{z}_3(t)$ を求める.

$$\dot{z}_3(t) = -\lambda_2 u_{fn^*-2}(t) + u_{fn^*-3}(t) - \dot{a}_2(t) \quad (76)$$

$$\begin{aligned}
\dot{a}_2(t) = & \beta_2(t) + \gamma_2(t) \{\theta y(t) + b_0 u_{fn^*-1}(t) + w(t)\} \\
& + \frac{\partial a_2}{\partial \theta} \dot{\theta}(t) + \frac{\partial a_2}{\partial b_0} \dot{b}_0(t) \quad (77)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{K}_2(t) \equiv & [\bar{k}_{11}(t), \bar{k}_{12}(t), \bar{k}_{13}(t), \bar{k}_{14}(t), \\
& \bar{k}_{21}(t), \bar{k}_{22}(t)]^T \quad (78)
\end{aligned}$$

$\beta_2(t)$ の定義は (39) に従うが $\bar{K}_2(t)$ の定義が異なる. それ以外は構成法 I と同じである. もし $n^*=3$ ならば構成法 I と同様にして終了する. また $n^* \geq 4$ のときは $z_4(t)$ を同様に定めて

$$\begin{aligned}
a_3(t) = & \lambda_2 u_{fn^*-2}(t) + \bar{\beta}_2(t) \\
& + \bar{\theta}(t) \gamma_2(t) y(t) + \bar{b}_0(t) \gamma_2(t) u_{fn^*-1}(t) \\
& - \bar{k}_{31}(t) \gamma_2(t)^2 z_3(t) - \bar{k}_{32}(t) z_3(t) - z_2(t) \\
& + \frac{\partial a_3}{\partial \theta} \tau_{\theta 3}(t) + \frac{\partial a_3}{\partial b_0} \tau_{b 3}(t) \quad (79)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{k}}_{31}(t) = & g_{31} N[\|z(t)\|] \gamma_2(t)^2 z_3(t)^2 \\
\dot{\bar{k}}_{32}(t) = & g_{32} N[\|z(t)\|] z_3(t)^2 \quad (g_{31}, g_{32} > 0) \quad (80)
\end{aligned}$$

を導入する ($\bar{\beta}_2(t)$ の定義も同じ). 以下の $V_3(t)$ を用いて安定解析を行う.

$$\begin{aligned}
V_3(t) \\
= & V_2(t) + \frac{1}{2} z_3(t)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \{k_{3j} - \bar{k}_{3j}(t)\}^2 / g_{3j} \quad (81)
\end{aligned}$$

ここで以下のように $\tau_{\theta 3}(t)$, $\tau_{b 3}(t)$ を定めると,

$$\tau_{\theta 3}(t) \equiv \tau_{\theta 2}(t) - g_{23} \gamma_2(t) y(t) z_3(t) \quad (82)$$

$$\tau_{b 3}(t) \equiv \tau_{b 2}(t) - g_{24} \gamma_2(t) u_{fn^*-1}(t) z_3(t) \quad (83)$$

$V_3(\tau) ([t_0 \leq \tau \leq t : \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*]) \equiv \text{Case I}$ の評価を得る.

$$\begin{aligned}
V_3(t) - V_3(t_0) \\
\leq & \left(\frac{1}{2C} + 3CL_1 - b_0 k_{11} \right) \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau \\
& + \left(3CL_2 - \frac{b_0 k_{12}}{f_2} \right) \int_{t_0}^t F(z_1(\tau))^2 d\tau \\
& + 3CL_0(t - t_0) \\
& + \sum_{j=2}^3 \left(\frac{1}{2C} - k_{j1} \right) \int_{t_0}^t \gamma_{j-1}(\tau)^2 z_j(\tau)^2 d\tau \\
& - \sum_{j=2}^3 k_{j2} \int_{t_0}^t z_j(\tau)^2 d\tau \\
& + \int_{t_0}^t z_3(\tau) z_4(\tau) d\tau + 3CL_3 \int_{t_0}^t \epsilon(\tau)^2 d\tau \\
& + \int_{t_0}^t \frac{\partial a_2}{\partial \theta} \{\tau_{\theta 3}(\tau) - \dot{\bar{\theta}}(\tau)\} z_3(\tau) d\tau \\
& + \int_{t_0}^t \frac{\partial a_2}{\partial b_0} \{\tau_{b 3}(\tau) - \dot{\bar{b}}_0(\tau)\} z_3(\tau) d\tau \\
& + \int_{t_0}^t \{\theta - \bar{\theta}(\tau)\} \{-\dot{\bar{\theta}}(\tau) + \tau_{\theta 3}(\tau)\} d\tau / g_{23}
\end{aligned}$$

$$+ \int_{t_0}^t \{b_0 - \bar{b}_0(\tau)\} \{-\dot{\bar{b}}_0(\tau) + \tau_{b 3}(\tau)\} d\tau / g_{24} \quad (84)$$

Step i) ($4 \leq i \leq n^*-1$)

$z_i(t)$ を同様に定め, $\dot{z}_i(t)$ を求める.

$$\dot{z}_i(t) = -\lambda_{i-1} u_{fn^*-i+1}(t) + u_{fn^*-i}(t) - \dot{a}_{i-1}(t) \quad (85)$$

$$\begin{aligned}
\dot{a}_{i-1}(t) = & \beta_{i-1}(t) + \gamma_{i-1}(t) \{\theta y(t) + b_0 u_{fn^*-1}(t) \\
& + w(t)\} + \gamma_{\theta i-1}(t) \dot{\theta}(t) + \gamma_{b i-1}(t) \dot{b}_0(t) \quad (86)
\end{aligned}$$

$$\bar{K}_{i-1}(t) \equiv [\bar{K}_{i-2}(t)^T, \bar{k}_{i-1,1}(t), \bar{k}_{i-1,2}(t)]^T \quad (87)$$

$$\gamma_{\theta i-1}(t) \equiv \frac{\partial a_{i-1}}{\partial \theta} - \sum_{j=3}^{i-1} \gamma_{\theta j-1}(t) \frac{\partial a_{i-1}}{\partial z_j} \quad (88)$$

$$\left(\gamma_{\theta 2}(t) \equiv \frac{\partial a_2}{\partial \theta} \right) \quad (89)$$

$$\gamma_{b i-1}(t) \equiv \frac{\partial a_{i-1}}{\partial b_0} - \sum_{j=3}^{i-1} \gamma_{b j-1}(t) \frac{\partial a_{i-1}}{\partial z_j} \quad (90)$$

$$\left(\gamma_{b 2}(t) \equiv \frac{\partial a_2}{\partial b_0} \right) \quad (91)$$

$\beta_{i-1}(t)$ は (39) にしたがって定義されるが $\bar{K}_{i-1}(t)$ の定義が異なる. 上記以外の定義は構成法 I と同じである. これに対応して $z_{i+1}(t)$ を同様に定めて

$$\begin{aligned}
a_i(t) = & \lambda_{i-1} u_{fn^*-i+1}(t) + \bar{\beta}_{i-1}(t) \\
& + \bar{\theta}(t) \gamma_{i-1}(t) y(t) + \bar{b}_0(t) \gamma_{i-1}(t) u_{fn^*-1}(t) \\
& - \bar{k}_{i1}(t) \gamma_{i-1}(t)^2 z_i(t) - \bar{k}_{i2}(t) z_i(t) \\
& - z_{i-1}(t) + \gamma_{\theta i-1}(t) \tau_{\theta i}(t) \\
& + \gamma_{b i-1}(t) \tau_{b i}(t) + \bar{a}_i(t) \quad (92)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{k}}_{i1}(t) = & g_{i1} N[\|z(t)\|] \gamma_{i-1}(t)^2 z_i(t)^2 \\
\dot{\bar{k}}_{i2}(t) = & g_{i2} N[\|z(t)\|] z_i(t)^2 \quad (g_{i1}, g_{i2} > 0) \quad (93)
\end{aligned}$$

を導入する. ただし $\bar{a}_i(t)$ は後に定める信号である. 以下の $V_i(t)$ を用いて安定解析を行う.

$$\begin{aligned}
V_i(t) = & V_{i-1}(t) + \frac{1}{2} z_i(t)^2 \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \{k_{ij} - \bar{k}_{ij}(t)\}^2 / g_{ij} \quad (94)
\end{aligned}$$

つぎのように $\tau_{\theta i}(t)$, $\tau_{b i}(t)$ を定めると,

$$\begin{aligned}
\tau_{\theta i}(t) = & \tau_{\theta i-1}(t) - g_{23} \gamma_{i-1}(t) y(t) z_i(t) \\
\tau_{b i}(t) = & \tau_{b i-1}(t) - g_{24} \gamma_{i-1}(t) u_{fn^*-1}(t) z_i(t) \quad (95)
\end{aligned}$$

$V_i(\tau) ([t_0 \leq \tau \leq t : \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*]) \equiv \text{Case I}$ の評価を得る.

$$\begin{aligned}
V_i(t) - V_i(t_0) \\
\leq & \left(\frac{1}{2C} + iCL_1 - b_0 k_{11} \right) \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau \\
& + \left(iCL_2 - \frac{b_0 k_{12}}{f_2} \right) \int_{t_0}^t F(z_1(\tau))^2 d\tau \\
& + iCL_0(t - t_0) \\
& + \sum_{j=2}^i \left(\frac{1}{2C} - k_{j1} \right) \int_{t_0}^t \gamma_{j-1}(\tau)^2 z_j(\tau)^2 d\tau \\
& - \sum_{j=2}^i k_{j2} \int_{t_0}^t z_j(\tau)^2 d\tau
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{t_0}^t z_i(\tau) z_{i+1}(\tau) d\tau + iCL_3 \int_{t_0}^t \epsilon(\tau)^2 d\tau \\
& + \sum_{j=3}^i \int_{t_0}^t \gamma_{\theta j-1}(\tau) \{ \tau_{\theta j}(\tau) - \hat{\theta}(\tau) \} z_j(\tau) d\tau \\
& + \sum_{j=3}^i \int_{t_0}^t \gamma_{b j-1}(\tau) \{ \tau_{b j}(\tau) - \hat{b}_0(\tau) \} z_j(\tau) d\tau \\
& + \int_{t_0}^t \{ \theta - \hat{\theta}(\tau) \} \{ -\hat{\theta}(\tau) + \tau_{\theta i}(\tau) \} d\tau / g_{23} \\
& + \int_{t_0}^t \{ b_0 - \hat{b}_0(\tau) \} \{ -\hat{b}_0(\tau) + \tau_{b i}(\tau) \} d\tau / g_{24} \\
& + \sum_{j=4}^i \int_{t_0}^t \tilde{a}_j(\tau) z_j(\tau) d\tau \quad (96)
\end{aligned}$$

Step n^*)

$z_{n^*}(t)$ を同様に定め, $\dot{z}_{n^*}(t)$ を求める.

$$\dot{z}_{n^*}(t) = -\lambda_{n^*-1} u_{f1}(t) + u(t) - \dot{\alpha}_{n^*-1}(t) \quad (97)$$

$$\begin{aligned}
\dot{\alpha}_{n^*-1}(t) = & \beta_{n^*-1}(t) + \gamma_{n^*-1}(t) \{ \theta y(t) \\
& + b_0 u_{fn^*-1}(t) + w(t) \} + \gamma_{\theta n^*-1}(t) \hat{\theta}(t) \\
& + \gamma_{bn^*-1}(t) \hat{b}_0(t) \quad (98)
\end{aligned}$$

$$\hat{K}_{n^*-1}(t) = [\hat{K}_{n^*-2}(t)^T, \hat{k}_{n^*-1,1}(t), \hat{k}_{n^*-1,2}(t)]^T \quad (99)$$

$$\gamma_{\theta n^*-1}(t) = \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial \theta} - \sum_{j=3}^{n^*-1} \gamma_{\theta j-1}(t) \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial z_j} \quad (100)$$

$$\gamma_{bn^*-1}(t) = \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial b_0} - \sum_{j=3}^{n^*-1} \gamma_{bj-1}(t) \frac{\partial \alpha_{n^*-1}}{\partial z_j} \quad (101)$$

$\beta_{n^*-1}(t)$ の定義は (55) に従うが $\hat{K}_{n^*-1}(t)$ の定義が異なる. 上記以外の定義は構成法 I と同じである. これに対して制御入力をつぎのように定める ($\tilde{a}_{n^*}(t)$ は後に定める).

$$\begin{aligned}
u(t) = & \lambda_{n^*-1} u_{f1}(t) + \tilde{\beta}_{n^*-1}(t) + \hat{\theta}(t) \gamma_{n^*-1}(t) y(t) \\
& + \hat{b}_0(t) \gamma_{n^*-1}(t) u_{fn^*-1}(t) \\
& - \hat{k}_{n^*1}(t) \gamma_{n^*-1}(t)^2 z_{n^*}(t) \\
& - \hat{k}_{n^*2}(t) z_{n^*}(t) - z_{n^*-1}(t) \\
& + \gamma_{\theta n^*-1}(t) \tau_{\theta n^*}(t) + \gamma_{bn^*-1}(t) \tau_{bn^*}(t) + \tilde{a}_{n^*}(t) \quad (102)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{k}_{n^*1}(t) = & g_{n^*1} N[\|z(t)\|] \gamma_{n^*-1}(t)^2 z_{n^*}(t)^2 \\
\hat{k}_{n^*2}(t) = & g_{n^*2} N[\|z(t)\|] z_{n^*}(t)^2 \quad (g_{n^*1}, g_{n^*2} > 0) \quad (103)
\end{aligned}$$

以下の $V_{n^*}(t)$ を用いて安定解析を行う.

$$\begin{aligned}
V_{n^*}(t) = & V_{n^*-1}(t) \\
& + \frac{1}{2} z_{n^*}(t)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \{ k_{n^*j} - \hat{k}_{n^*j}(t) \}^2 / g_{n^*j} \quad (104)
\end{aligned}$$

ここでつぎのように $\hat{\theta}(t)$ と $\hat{b}(t)$ の適応則を定めると,

$$\tau_{\theta n^*}(t) \equiv \tau_{\theta n^*-1}(t) - g_{23} \gamma_{n^*-1}(t) y(t) z_{n^*}(t) \quad (105)$$

$$\tau_{bn^*}(t) \equiv \tau_{bn^*-1}(t) - g_{24} \gamma_{n^*-1}(t) u_{fn^*-1}(t) z_{n^*}(t) \quad (106)$$

$$\hat{\theta}(t) = N[\|z(t)\|] \tau_{\theta n^*}(t) \quad (107)$$

$$\hat{b}_0(t) = N[\|z(t)\|] \tau_{bn^*}(t) \quad (108)$$

$V_{n^*}(\tau)$ ($[t_0 \leq \tau \leq t : \|z(\tau)\| \geq \epsilon^*] \equiv \text{Case I}$) の評価を得る.

$$\begin{aligned}
V_{n^*}(t) - V_{n^*}(t_0) \leq & \left(\frac{1}{2C} + n^* CL_1 - b_0 k_{11} \right) \int_{t_0}^t z_1(\tau)^2 d\tau \\
& + \left(n^* CL_2 f_1^2 - \frac{b_0 k_{12}}{f_2} \right) \int_{t_0}^t F(z_1(\tau))^2 d\tau \\
& + n^* CL_0(t - t_0) \\
& + \sum_{j=2}^{n^*} \left(\frac{1}{2C} - k_{j1} \right) \int_{t_0}^t \gamma_{j-1}(t)^2 z_j(\tau)^2 d\tau \\
& - \sum_{j=2}^{n^*} k_{j2} \int_{t_0}^t z_j(\tau)^2 d\tau + n^* CL_3 \int_{t_0}^t \epsilon(\tau)^2 d\tau \\
& + \sum_{j=3}^{n^*-1} \int_{t_0}^t \gamma_{\theta j-1}(\tau) \{ \tau_{\theta j}(\tau) - \tau_{\theta n^*}(\tau) \} z_j(\tau) d\tau \\
& + \sum_{j=3}^{n^*-1} \int_{t_0}^t \gamma_{bj-1}(\tau) \{ \tau_{bj}(\tau) - \tau_{bn^*}(\tau) \} z_j(\tau) d\tau \\
& + \sum_{j=4}^{n^*} \int_{t_0}^t \tilde{a}_j(\tau) z_j(\tau) d\tau \quad (109)
\end{aligned}$$

Step n^*+1) 補助信号の決定と安定解析

未定の信号 $\tilde{a}_j(t)$ ($4 \leq j \leq n^*$) を決定する. (109) 式の

右辺の最後の 3 項を $\int_{t_0}^t \Lambda_{n^*}(\tau) d\tau$ において評価する.

$$\begin{aligned}
\Lambda_{n^*}(t) = & \sum_{j=3}^{n^*-1} \gamma_{\theta j-1}(t) \{ \tau_{\theta j}(t) - \tau_{\theta n^*}(t) \} z_j(t) \\
& + \sum_{j=3}^{n^*-1} \gamma_{bj-1}(t) \{ \tau_{bj}(t) - \tau_{bn^*}(t) \} z_j(t) \\
& + \sum_{j=4}^{n^*} \tilde{a}_j(t) z_j(t) \\
= & \sum_{j=3}^{n^*-1} \sum_{k=j+1}^{n^*} \gamma_{\theta j-1}(t) g_{23} \gamma_{k-1}(t) y(t) z_k(t) z_j(t) \\
& + \sum_{j=3}^{n^*-1} \sum_{k=j+1}^{n^*} \gamma_{bj-1}(t) g_{24} \gamma_{k-1}(t) u_{fn^*-1}(t) z_k(t) z_j(t) \\
& + \sum_{j=4}^{n^*} \tilde{a}_j(t) z_j(t) \\
= & \sum_{k=4}^{n^*} \sum_{j=3}^{k-1} \gamma_{\theta j-1}(t) z_j(t) g_{23} \gamma_{k-1}(t) y(t) z_k(t) \\
& + \sum_{k=4}^{n^*} \sum_{j=3}^{k-1} \gamma_{bj-1}(t) z_j(t) g_{24} \gamma_{k-1}(t) u_{fn^*-1}(t) z_k(t) \\
& + \sum_{j=4}^{n^*} \tilde{a}_j(t) z_j(t) \quad (110)
\end{aligned}$$

したがって $\tilde{a}_j(t)$ ($4 \leq j \leq n^*$) を

$$\begin{aligned}
\tilde{a}_j(t) = & - \sum_{k=3}^{j-1} \gamma_{\theta k-1}(t) z_k(t) g_{23} \gamma_{j-1}(t) y(t) \\
& - \sum_{k=3}^{j-1} \gamma_{bk-1}(t) z_k(t) g_{24} \gamma_{j-1}(t) u_{fn^*-1}(t) \quad (111)
\end{aligned}$$

のように設定すると $\Lambda_{n^*}(t) \equiv 0$ となって $V_{n^*}(t)$ が構成法 I の場合と同じに評価されることがわかる. このとき $\tilde{a}_j(t)$ により各 Step で新しい信号成分が加わらない. したがって同様に安定解析が行えて, 以下の結果を得る.

《定理 2》 相対次数 n^* の非線形系に対し, 本節の制御

則と適応則を用いても、信号の一樣有界性と、出力を含む状態変数 $z_1(t) \sim z_n(t)$ の $S(\epsilon^*)$ への収束が示される。

(注意6) 構成法 I と II の違いは適応則の種類にあるのではなく、(注意3)でも触れたように推定パラメータの縮約化を行った点にある。その結果、構成法 II では可調整パラメータの最小数は n^*+5 ($n^* \geq 2$ のとき), $4(n^*=1$ のとき) となる。次章の数値例では構成法 I と II で応答結果に大きな差異はないが、可調整パラメータ数が少ない構成法 II のほうが(相対次数の増大に伴い両者のパラメータ数の差も増大), 相対次数の増大に伴う応答の過渡特性の劣化は少ないと思われる。

5. 数値実験

提案する手法の有効性を確認するために、以下の非線形系に対して数値実験を行った。

(制御対象)

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + bu(t) + Gf(y(t), t), \quad (112)$$

$$y(t) = c^T(t), \quad (113)$$

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -a_{50} & 0 & 0 \\ c_1 & c_2 & \cdots & c_{50} & -a_{51} & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & -a_{52} \end{bmatrix},$$

$$b = \underbrace{[1 \ 1 \ \cdots \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T}_{49}, \quad c = \underbrace{[0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1]^T}_{51},$$

$$G = \underbrace{[0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T}_{49}, \quad (m=1)$$

$$f(y(t), t) = 0.5 \sin(y(t)),$$

$$a_i = 0.1 \cdot (i-1), \quad c_i = 1/i, \quad (1 \leq i \leq 50),$$

$$a_{51} = a_{52} = -1. \quad (114)$$

次数 $n=52$ は未知で、相対次数 $n^*=3$ は既知である。また非線形項も含めてシステムパラメータは全て未知である。設計パラメータと目標信号はつぎのように設定した。

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \quad g_U = 10, \quad \epsilon^* = 10^{-6},$$

$$\phi(e) = e,$$

$$\left(\frac{d}{dt} + 1\right)^3 y_M(t) = \sin t,$$

$$(y_M(0) = \dot{y}_M(0) = \ddot{y}_M(0) = 0). \quad (115)$$

$\beta_i(t)$ ($i=1, 2$) は注意4にしたがって構成した。構成法 I と II を用いた場合をそれぞれ Fig. 3 と Fig. 4 に示す。

6. 結 言

ハイゲインフィードバックに基づくロバスト適応制御

Fig. 3 Simulation result (Method I, $g_U=10$)

Fig. 4 Simulation result (Method II, $g_U=10$)

方式を任意の既知の相対次数の場合に拡張し、次数や非線形成分に依存しないモデル規範形適応制御系の構成法を示した。このような拡張のためには1. 出力微分またはそれと等価なフィードバック項の導入と、2. 誤差システムの正実化による適応系としての安定性の保証の2点が必要になる。このうち1については注意5にもあるように文献12)で導入した間接的な出力微分項をさらに一般化して、Backstepping の過程の中に導入して対処した。一方2については、Backstepping の特徴である多変数の階層的なハイゲインフィードバック系 ($a_1(t) \sim a_{n^*-1}(t)$, $u(t)$ を入力, $z_1(t) \sim z_n(t)$ を出力とする) の正実化により安定性を保証している。この点是对象と同じ入出力数の誤差システムを考える従来の方法(拡張誤差法も含む)と根本的に異なる Backstepping 法の特徴と考えられる。また本手法では非線形関数が未知であっても制御系が構成できるが、これは従来の結果³⁾⁻⁵⁾と同様に非線形要素の関数としての発散のオーダーを考慮したハイゲインフィードバックを行っているからであり((3), (4)式の意味で), 直接に Backstepping 法とは関係がない。ただし文献12)の仮定4)は本手法では前提と

していないことに注意する。つまり $c^T(sI-A)^{-1}b$ の相対次数 (n^* 次) のほうが $c^T(sI-A)^{-1}G$ の相対次数より大きい必要はない。これは本稿では相対次数 n^* 次分の高階の微分方程式 (対象の表現) を考えるかわりに、新たに導入した n^* 次分の次元の状態変数の1階微分だけを問題にしているからで (誤差システムの表現)、この点も Backstepping 法の特質と考えられる。

参 考 文 献

- 1) K. S. Narendra and A. M. Annaswamy: Stable Adaptive Systems, Prentice Hall, New Jersey (1989)
- 2) 宮里義彦: VSS形適応制御, コンピュータロール, **32**, 42/51 (1990)
- 3) Y. Miyasato: On Nonlinear Adaptive Control Systems Independent of the Degree of the Process, Proceeding of the 1988 Korean Automatic Control Conference, 740/745 (1988)
- 4) 宮里, 大島: 次数に依存しない非線形適応制御系の構成法, 計測自動制御学会論文集, **26**-10, 1215/1217 (1990)
- 5) 宮里, 大島: ロボットマニピュレータの非線形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **24**-1, 63/68 (1988)
- 6) Y. Miyasato and Y. Oshima: Non-Linear Adaptive Control for Robotic Manipulators with Continuous Control Inputs, Int. J. Contr., **49**-2, 545/559 (1989)
- 7) 宮里義彦: 放物型分布定数系の有限次元モデル規範形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **26**-6, 662/668 (1990)
- 8) 宮里義彦: 双曲型分布定数系の有限次元モデル規範形適応制御, 計測自動制御学会論文集, **27**-6, 686/692 (1991)
- 9) I. Bar-Kana: Parallel Feedforward and Simplified Adaptive Control, Int. J. Adaptive Control and Signal Processing, **1**, 95/109 (1987)
- 10) L. Hsu: Variable Structure Model-Reference Adaptive Control (VS-MRAC) Using Only Input and Output Measurements: the General Case, IEEE Trans., **AC-35**, 1238/1243 (1990)
- 11) A. S. Morse: A Three-Dimensional Universal Controller for the Adaptive Stabilization of Any Strictly Proper Minimum-Phase System with Relative Degree Not Exceeding Two, IEEE Trans., **AC-30**, 1188/1191 (1985)
- 12) 宮里義彦: 次数に依存しない非線形適応制御系の構成法—相対次数が2次以下で未知の場合—, 計測自動制御学会論文集, **30**-2, 158/164 (1994)
- 13) M. Kristić, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotović: A New Generation of Adaptive Controllers for Linear Systems, Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control, 3644/3650, Tucson (1992)

[著 者 紹 介]

宮 里 義 彦 (正会員)

1984年, 東京大学大学院博士課程修了 (計数工学専攻)。同大学工学部助手, 千葉工業大学機械工学科助手を経て, 87年7月より文部省統計数理研究所制御研究系助教授。総合研究大学院大学数物科学研究科統計科学専攻助教授併任。91年度計測自動制御学会論文賞受賞。制御理論特に適応制御などの研究に従事, IEEE, システム制御情報学会などの会員 (工学博士)。