ゴルフシャフトのたわみ特性および曲げ剛性の測定装置試作

亀岡 紘一*・松本 紀生**・小松 源一*

Measuring Apparatus of the Deflection Characteristics and Flexural Rigidity of Golf Shafts

Koichi KAMEOKA*, Norio MATSUMOTO* and Genichi KOMATSU*

This paper considers the following important problems to be clarified or solved for making evaluation, selection and design of golf shafts systematically on the basis of their static characteristics.

- 1) Expression of the deflection characteristics
- 2) Method for measuring the above expressing parameters and the flexural rigidity (EI-value)
- 3) Development of the apparatus for measuring the parameters and EI-value

As to the item 1), two parameters, curvature $1/\rho(x)$ and newly introduced parameter λ are proposed; the curvature expressing the figure of deflection of a shaft in microscopic measurement and the parameter in macroscopic measurement. Also it is shown λ is geometrically related to $1/\rho(x)$. As to the item 2), a calculation algorithm of the parameters and EI-value using an approximate polynomial fitted to the measured deflection data is discussed. As to the item 3), the basic construction and functions of the trially-constructed apparatus for measuring the deflection characteristics and EI-value and the experimental results are reported.

Key Words: golf shaft, deflection characteristics, flexural rigidity, shaft evaluation, shaft design

1. ま え が き

ゴルフが大衆化し、老若男女の多くがこれを楽しむ時代となった。またゴルフ用具に関する科学研究も活発になり、個々人の技術、体力に適した用具の選定、設計についておおよそことがわかってきている¹⁾。しかしながらたとえば、ゴルフクラブやシャフトの選定あるいは設計方法が、明確な力学的根拠に基づいて体系化されているとはいえないのが現状であろう。

ゴルフシャフト(以下、シャフトと呼ぶ)は、人体からクラブヘッドへのエネルギー伝達とヘッドの位置・姿勢決定において重要な役割を担っている。現在、シャフトの分類あるいは性能評価は、静たわみにおける「硬さ」および「調子」という性質に着目して、その表現量であるベンドおよびキックポイントを用いて行われている^{2),3)}。また最近では曲げ剛性 $EI(x)$ が注目されている。

いずれの量をシャフトの分類あるいは評価に採用するにしても、その量が力学体系の中に明確に位置づけられ、かつ精度よく測定できることが要件となる。このような観点から現状を見直すならば、ベンドおよびキックポイントだけでは不十分であるだけでなく、キックポイントについては力学的意味が今一つ不鮮明である。さらに $EI(x)$ については、静特性を決定づけ、かつ動特性にも関わる基本的なシステムパラメータであり、設計においても最も基本となる量の一つであるが、この量を高精度で測定できる装置が開発されていないことなどを指摘できよう。

本論文では、より明確な力学的根拠に基づくゴルフシャフトの評価、選定、設計の規範づくりを念頭に置いて、下記の事項について論じている。すなわち、

- (A) たわみ特性の表現方法
- (B) 上記表現量と曲げ剛性 $EI(x)$ の測定方法
- (C) 上記表現量と $EI(x)$ の測定装置試作

(A) では、シャフトのたわみ特性を表現するための二つの表現量すなわち、曲率 $1/\rho(x)$ と新しく導入した量 λ を提案している。さらに、 $1/\rho(x)$ と λ が、ある幾何学的

* 姫路工業大学工学部 姫路市書写 2167

** 藤倉ゴム工業(株) 東京都品川区西五反田 2-11-20

* Faculty of Engineering, Himeji Institute of Technology, Himeji, Hyogo

** Fujikura Rubber Ltd., Shinagawa-ku, Tokyo
(Received January 19, 1994)
(Revised August 10, 1994)

定理として理論的に関連づけられることを示す。(B)では、上記パラメータと $EI(x)$ 値をたわみ測定データに多項式当てはめを行ってから求めるアルゴリズムについて議論している。(C)に関しては、レーザ・マイクロメータを利用した試作測定装置の基本構成と機能および実験結果について報告する。

2. 静たわみ特性の表現方法

シャフトの分類あるいは性能評価は通常、「硬さ」および「調子」という性質に着目して行われる。硬さとは、たわみの大きさの概念であり、調子とはたわみ曲線の形状(曲がり具合)に関する概念であるといえよう。Table 1 は、硬さおよび調子の表現量を、従来の量に筆者らが本論文で新しく提案する量を付け加えて整理したものである。調子の表現量として、キックポイント K_P よりも理論的根拠が明確で、かつ意味の直観的把握が容易な曲率 $1/\rho(x)$ および λ (これについては後述)を用いてはどうか、というのが筆者らの提案である。

2.1 曲 率

Fig. 1 は、シャフトのバット側(グリップ側)を固定し、固定端 O から L_0 の位置に荷重 W を負荷したときのシャフトのたわみ状態を示す。無負荷時のシャフトの中心線が水平であると仮定して、 x 軸を中心線に一致させ、固定端をその原点にとる。いま、たわみ曲線を $y(x)$ 、曲率を $1/\rho(x)$ 、ただし $\rho(x)$ は曲率半径とすると、次式が成立する。

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}} \approx \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (1)$$

Table 1 Deflection characteristics of golf shaft and their expressions

Type of deformation	Characteristics	Expressing parameters
Static deflection	Flex	Bend : δ
	Figure of deflection	Kickpoint : K_P Curvature : $1/\rho(x)$ Bending point : λ

Fig. 1 Static deflection of shaft

いうまでもなく、曲率 $\sigma(x)$ はシャフト各点の曲がり具合を連続的に表現できる量である。

2.2 調 子 点

Fig. 1 において、たわみ曲線上の任意の点 Q における接線と x 軸との交点を P とする。この点 P を本論文では、区間 $O-Q$ における「調子点(Bending point)」と名づけ、その位置を $\lambda(=\overline{OP})$ で表わす。 λ はシャフトの曲がり具合の全体的特徴を表わす量とみなすことができる。すなわち、 λ の大きいシャフトほど、全体的にみてチップ側(ヘッド側)で曲がり大きいといえる。

2.3 曲率と調子点の関係

上の説明から明らかなように、曲率は、いわばミクロ的にみた調子を表わす量であり、調子点位置 λ はマクロ的にみた調子を表わす量といえよう。ところで、この曲率と調子点位置について、以下で述べる関係(定理)の成立することが、本研究において明らかになった。

Fig. 2 は、 $0 \leq x \leq L$ の区間の曲率 $1/\rho(x)$ をプロットしたものである。いま、直線 $x=0$ に関する斜線部の図心の x 座標を x^* とおくと、つぎの定理が得られる。

《定理 1》

調子点位置 $\lambda(=\overline{OP})$ は、曲率曲線 $1/\rho(x)$ と x 軸とで囲まれる区間 $0 \leq x \leq L$ の図形の、直線 $x=0$ に関する図心位置 x^* に一致する (Fig. 1, 2 参照)。すなわち

$$\lambda = x^* \quad (2)$$

(証明)

図心の定義より

$$Ax^* = \int_0^L x \frac{1}{\rho(x)} dx \quad (3)$$

ただし、 A は斜線部の面積であって

$$A = \int_0^L \frac{1}{\rho(x)} dx = \int_0^L \frac{d^2 y}{dx^2} dx = \theta \quad (4)$$

である。

(3)式の右辺は

$$\int_0^L x \frac{1}{\rho(x)} dx = \int_0^L x \frac{d^2 y}{dx^2} dx \cong L\theta - \delta \quad (5)$$

Fig. 2 Explanation of centroid x^*

Fig. 3 Bending point λ in case of $a \leq x \leq L$

(4)式, (5)式を(2)式に代入して x^* について解くと

$$x^* = L - \frac{\delta}{\theta} \cong \lambda \quad (6)$$

が得られる(証明終り).

なお, 上記定理は, x の区間を $a \leq x \leq L$ ($a \geq 0$) として一般化した場合には, つぎの表現となる(証明省略).

《定理2》

調子点位置 $\lambda (= \overline{RS})$ は, 曲率曲線 $1/\rho(x)$ と x 軸とで囲まれる区間 $a \leq x \leq L$ ($a \geq 0$) の図形の, 直線 $x=a$ に関する図心位置 x^* に一致する (Fig. 3 参照). すなわち $\lambda = x^*$ (7)

2.4 調子表現量に曲率を採用する意義

ミクロ的調子表現量 ($1/\rho$) は, 対象となる長さ全体の各点の曲がり具合を表現する量であるから, 異なるシャフトの各点についてこの量が同一であれば, それらのシャフトの調子特性はまったく同一であるといえる. これに対して従来用いられているキックポイントは, マクロ的調子表現量であるため, この量が同一であっても調子特性は上述の意味において必ずしも同一とみなすことができず, しばしばシャフト製作現場で問題が生じていた. このような理由から, ミクロ的調子表現量 ($1/\rho$) を採用することの意義は大きいものと考えられる.

2. 静たわみ特性表現量と EI 値の測定

3.1 静たわみ特性表現量と EI 値の計算式

(1) たわみ曲線 $y(x)$

シャフトの位置 x の離散値に対して測定したたわみのデータに, 最小2乗法で多項式:

$$y(x) = \sum_{i=1}^P (a_i x^i) = a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{P-1} x^{P-1} + a_P x^P \quad (8)$$

をあてはめ, これをたわみ曲線の式とする.

(2) 曲率 $1/\rho(x)$

次式による計算で求める.

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{3/2}} = \frac{\sum_{i=3}^P i(i-1) a_i x^{i-2}}{\left\{1 + \left(\sum_{i=2}^P i a_i x^{i-1}\right)^2\right\}^{3/2}} \quad (9)$$

(3) 調子点位置 λ

曲率曲線と x 軸でかこまれる図形の図心位置, あるいはたわみ曲線上の Q 点における接線と座標軸の交点位置を求めることにより得られる. どちらの方法であっても, その計算式は同一である.

(4) 曲げ剛性 $EI(x)$

次式による計算で求める.

$$EI(x) = \frac{W(L_0 - x)}{\frac{1}{\rho(x)}} \quad (10)$$

ただし, $1/\rho(x)$ の計算は(9)式による.

3.2 たわみデータの取得方法

Fig. 4 に示すように, 無負荷時のシャフトが水平であると仮定して, 固定端 O を原点とする x 座標軸をこれに一致させてとる. いま, シャフト中心線上の任意点 $A(x, 0)$ が負荷後, たわみ曲線の B に移動したとする. また, 点 A の鉛直下方のたわみ曲線上の点を C , 点 B から直線 AC に下ろした垂線の足を D とし, $\overline{AD} = y(x)$, $\overline{AC} = s(x)$ とおく. このとき, たわみ曲線の方程式:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{W(L_0 - x)}{EI(x)} \quad (11)$$

を満足する解 y は, $y(x)$ であって $s(x)$ ではない.

$s(x)$ は $y(x)$ より測定が容易な量である. そこで, 本研究ではまず $s(x)$ を測定し, 数式による変換で $y(x)$ を求めることにする. その変換アルゴリズムの基本的な考え方はつぎのとおりである.

点 B の位置を点 A から直線 OC に下ろした垂線の足の B' の位置で近似する. つまり, $y(x)$ を $A-B'$ 間の鉛直距離 AD' で近似する. $\overline{AD'} = y(x)$ は,

$$\triangle OAB' \sim \triangle OCA \sim \triangle AB'D' \quad (12)$$

の関係を利用して次式で求めることができる.

$$y(x) = \frac{x^2 s(x)}{x^2 + s^2(x)} \quad (13)$$

実際の測定においては x の数多くの離散値に対して,

Fig. 4 Method of deflection data acquisition

上述の考え方を順次適用してたわみデータ $\{y(x_i), i=0, 1, 2, \dots, n\}$ を求める。

なお、上の説明では無負荷時のシャフト中心線が水平であることを仮定しているが、実際にはシャフトの自重および固定状態により厳密な水平を得ることは困難である。そこで、試作した測定器では、まず無負荷状態のたわみデータを測定し、負荷状態でのたわみデータから差引くことによりたわみデータを求め、非水平性の誤差の軽減をはかっている。

3.3 たわみ曲線近似多項式の次数

(8)式における妥当な次数 p の決定は、本測定装置開発における重要課題の一つである。これについては、以下に述べる検討を経て決定した。

ヤング率 E が一定のテーパ型丸棒の片持ち梁において、その自由端に集中荷重 W を負荷した場合を想定する。この場合の $EI(x)$, $1/\rho(x)$ および $y(x)$ の理論式は、容易に求めることができる(付録参照)。そこで、 E を一定($=2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$)として、 $EI(x)$ の値が固定端で 80 Nm^2 、固定端から 0.84 m の位置で 25 Nm^2 となる長さ 1.2 m のテーパ型丸棒を仮定する。この丸棒の固定端から 1.2 m の位置に集中荷重 4.9 N を負荷した場合で次数決定問題を考察する。

まず、 $x=0 \sim 0.84 \text{ m}$ について、(A.1)式および(A.2)式で $EI(x)$ および $1/\rho(x)$ の値(真値)を求める。つぎに $x=0 \sim 1.2 \text{ m}$ について(A.3)式で生成したたわみの模擬データに対して、 $p=4 \sim 6$ として(8)式を定め、これに基づいて(9)式および(10)式より $EI(x)$ および $1/\rho(x)$ の推定値(測定値)を求める。そして、 p の相違による真値と測定値を比較して、妥当な p の値を決定する。

$EI(x)$ についての上述の比較を Fig. 5 に示す。 $x=0$ の近傍で誤差を生じる傾向にあるが、 $p=6$ ではかなり良好な結果が得られている。なお、図示については省略するが、 $1/\rho(x)$ に関しても、 $p=6$ で良好な結果が得られている。この結果より、次数 p の値には 6 を採用すること

Fig. 5 Determination of the order p

に決定した。

Fig. 5 より、良好な測定精度を得る上で固定点を $EI(x)$ あるいは $1/\rho(x)$ の測定必要区間のバット側の端よりも、さらに外側へ ΔL_1 離れた位置にとることが、有効であることがわかる。またこのことは別に、Fig. 5 では明らかではないが、荷重点を測定必要区間のチップ側の端よりも、さらに外側へ ΔL_2 離れた位置にとることが有効であることに気づいた。上述の p 値決定の場合では、 $1/\rho(x)$ および $EI(x)$ 測定必要区間は $x=0.04 \sim 0.84 \text{ m}$ を仮定して、 $\Delta L_1=0.04 \text{ m}$, $\Delta L_2=0.36 \text{ m}$ としている。なお、 ΔL_2 をとる理由は、荷重点では $\Delta L_2=0$ の場合、 $EI(x)$ の計算式(10)の分子は零であるが、分母は近似式 $y(x)$ に基づくために一般に誤差を含んで有限となるから $EI(x)=0$ となってしまう、このことに関連して荷重点近傍での測定精度が極端に低下するためである。

ゴルフクラブの素材としてのシャフトは寸法的余裕をもって制作されているため、必ずしも素材全長についての測定を必要としない。したがって $\Delta L_1=0.04 \text{ m}$ とする余裕はある。しかし、 $\Delta L_2=0.36 \text{ m}$ とするほどの余裕はない。そこで実際の測定においては、シャフトのチップ端にアルミニウム製ソケット付きのアタッチメントを取り付けることにより $\Delta L_2=0.36 \text{ m}$ とした荷重位置を得る。このアタッチメント装着部のたわみデータは使用しないため、測定必要区間内の測定への影響はほとんど問題にならない。

4. 測定装置の試作

4.1 試作装置の概要

Photo. 1 に試作測定装置の本体の外観図を、また Fig. 6 に装置全体の基本構成を示す。

バット側の 2 か所を V 型金具で強く挟んで動きを拘束し、固定部とする。シャフトのたわみは、レーザ・マイクロメータを用いて測定する⁴⁾。レーザ・マイクロメータは鉛直方向移動軸(Y-ARM MODULE)に取り付けられており、シャフトの中心位置を検出しながら水平方向移動軸(X-ARM MODULE)によって固定端から自由端

Fig. 6 Basic configuration of the apparatus

Photo. 1 Trially-constructed measuring apparatus

(a) Curvature $1/\rho(x)$

(b) EI-value

Fig. 7 Experimental result for a circular rod made of aluminum

へと移動し、たわみデータを出力する⁵⁾。このデータはパーソナルコンピュータ(PC-9801 FA)に取り込まれる。Photo. 1では、左側がシャフト固定部、右側が荷重負荷部で、レーザ・マイクロメータが左から右への移動時にたわみデータが得られる。

(a) Curvature $1/\rho(x)$

(b) EI-value

Fig. 8 Experimental result for a CFRP golf shaft

測定条件の設定、装置の制御およびデータの解析は上記コンピュータで行われる。プログラムはすべてC言語で書かれている。たわみデータおよび解析結果はCRT、プリンタおよびプロットに出力される。出力可能な量は、Table 1 に示したすべてのたわみ特性表現量と $EI(x)$ および、たわみ曲線、シャフトの直径などである。

4.2 測定結果と考察

Fig. 7 は、シャフトを対象とした測定に先立ち、アルミニウム製丸棒を測定した結果である。すなわち、直径 10 mm(一定値)のアルミニウム製丸棒に 1.96 N を負荷したときの測定結果をプロットに出力したもので、同図 (a) が $1/\rho(x)$ 、同図 (b) が $EI(x)$ である。曲率の図の x 座標軸には調子点位置 λ を示す線分が記入され、その値は 0.330 m ($\lambda/L=0.413$, $L=0.8$ m) である。なお、プロットされた図の x 座標は固定端から $\Delta L_1=0.04$ m を差し引いた測定必要区間の端点を原点としたものになっている。

Fig. 7(b) より $EI(x)=32.5 \pm 1 \text{ Nm}^2$ が得られている。そこで、測定値を 32.5 Nm^2 として計算した E の値

は $6.6 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ である。この測定値の精度評価を行うために、測定に使用したアルミ丸棒から幅(5.5 mm)×厚さ(3 mm)×長さ(200 mm)の試験片を作製し、4点曲げ試験を行った。それぞれの試験片について中央のひずみとたわみを測定し、その値から E の値(平均値)を計算した。その結果、たわみに基づく場合は $6.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 、ひずみに基づく場合は $6.3 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ の値が得られた。いま、これを真値とみなすと、本試作装置による E (あるいは EI) の測定誤差は 1.5~4.8% となる。

Fig. 8 は、硬さが X で先調子の CFRP 製シャフトに 9.8 N を負荷したときの測定結果である。設計時の仕様から推定される傾向とかなり良く一致している一例である。 λ の値は 0.448 m ($\lambda/L=0.561$, $L=0.8 \text{ m}$) となっている。硬さが同じ X で、中調子および元調子のシャフトについての λ の測定結果はそれぞれ、 $\lambda/L=0.534$ および 0.495 であり、 λ が調子表現量として有効なこともわかる。

5. あとがき

本論文では、シャフトを、その静特性に基づいて評価、選定、設計を行う前提として解決すべき問題点について考察した。得られた主な結果は以下のとおりである。

- (1) シャフトの調子のミクロ的表現量として曲率を、マクロ的表現量として調子点位置を提案し、その幾何学的関係を定理として示すとともに、曲率を調子表現量として採用する意義について述べた。
- (2) 硬さと調子の従来の表現量、新提案の調子表現量、 EI 値、静たわみなどの測定を 1 台で行う装置を試作し、実験を行ってその有効性の一端を示した。
- (3) 明確な力学的根拠に基づくシャフトの評価、選定、設計の規範づくりに、本試作装置をその一助として役立てることができる。

本研究遂行に際して貴重な助言を賜りました藤倉ゴム工業(株)取締役 F. S 事業部長・有田静生氏に厚くお礼申し上げます。また、本学卒業生・中山俊信君(山武ハネウエル(株))、曾我部健君((株)ローランド)、松本孝則君((株)クボタ)には実験およびプログラミングにおいてご助力いただいた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 佐藤文宣: スポーツ用具の設計—ゴルフクラブ, 精密学会誌, 59-10, 27/31(1993)
- 2) 土田厚志: ゴルフシャフトの評価法に関して, スポーツ工学シンポジウム講演論文集, No. 900-66, 42/44(1990)

- 3) 小林正志: クラブシャフトの撓み特性測定法及び装置, 特許公報(B2), 平3-74783, 169/175(1991)
- 4) オムロン(株): レーザ・マイクロメータ(カタログ)(1986)
- 5) オムロン(株): アームモジュール P1H シリーズ(カタログ)(1991)

付 録

テーバ型丸棒の片持ち梁に関する式:

$$EI(x) = \frac{\pi d^4(x) E}{64} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{W(L-x)}{EI(x)} \quad (\text{A.2})$$

$$y(x) = \frac{32WL^4}{3\pi E(a-b)^3} \left\{ \frac{3aL-bL-3ax+3bx}{(aL-ax+bx)^2} - \frac{(a-b)(3a-2b)}{a^3L^2} x - \frac{3a-b}{a^2L} \right\} \quad (\text{A.3})$$

ただし,

$d(x)$: 固定端から x の距離にある棒断面の直径

a : 固定端における棒断面の直径

b : 荷重位置における棒断面の直径

L : 固定端から荷重位置までの距離

[著 者 紹 介]

亀 岡 紘 一 (正会員)

1965 年, 姫路工業大学機械工学科卒業。同年大和製衡(株)入社。69 年姫路工業大学助手を経て現在助教授。質量・力測定に関する研究に従事。76 年度精機学会論文賞受賞(工学博士)。

松 本 紀 生

1973 年, 姫路工業大学機械工学科卒業。同年藤倉ゴム工業(株)入社。工業用品部設計技術課を経て, 90 年より同社スポーツ用品部カーボンシャフト部ゴルフ研究室長。日本機械学会, 日本ゴルフ学会などの会員。

小 松 源 一

1963 年, 東北大学工学部鉱山学科卒業。同年姫路工業大学助手, 講師, 助教授を経て, 91 年教授。流動並びに熱対流場の数値解析に関する研究に従事(工学博士)。日本機械学会の会員。