面積式流量計の脈動誤差に関する考察

—— 脈動誤差におけるテーパ管のテーパ角の影響 ——

金 住 順 二*

A Study on the Pulsation Error of Area-Type Flowmeter

—— The Effect of the Taper Angle of the Meter Tube on the Pulsation Error ——

Junji KANAZUMI*

The effect of the taper angle of the meter tube on the pulsation error of area-type flowmeter is examined theoretically. For some cases of the taper angle the pulsation errors are calculated on the basis of equation of motion taking into the factor of taper angle of meter tube. It is found that the pulsation error which are produced in the intermediate zone of pulsation frequency ($0.2 < \lambda < 20$) are influenced mainly by the taper angle of the meter tube.

Key Words: flowmeter, pulsation error

1. はじめに

面積式流量計を使って脈動する流れの流量を測定した場合に発生する脈動誤差について、特に面積式流量計を構成しているテーパ管のテーパ角の違いが脈動誤差の発生にどう影響するかを取り上げる。この流量計には種々のテーパ角をもつテーパ管が使われている。このことは、脈動する流れの流量測定にテーパ度の違う流量計を用いた場合、個々の流量計に発生する脈動誤差が大きく異なることが予想される。脈動流量測定時の脈動誤差を正確に把握するためには、このテーパ角の違いによる脈動誤差への影響を明らかにする必要がある。そこで、本報告ではテーパ管のテーパ角の違いが脈動誤差の発生におよぼす影響を理論面から検討、考察するものである。

2. 浮き子の運動方程式

面積式流量計 (Fig. 1) の浮き子の脈動する流れ下における運動を考えるに当たり、以下の仮定をする。脈動流のもとでの任意の時刻の浮き子の抵抗が、その時刻の浮き子位置と浮き子に相対的なテーパ管入り口部流速で定まり、その値はこれらの流速と浮き子位置に対する定常流れ下での値に等しいとする。さらに、この仮定がテーパ角 θ が小さい限りにおいて θ が変化しても成り立つ

Fig. 1 Area-type flowmeter model

ものとする。また、脈動流れにおいて粘性の影響はないものとする。

上記の仮定を基に脈動流れ下での浮き子の抵抗力を

$$D = \frac{1}{2} \rho u^2 S C_d = \frac{1}{2} \rho u^2 S \cdot \frac{1}{\alpha_0^2} \left(\frac{S}{s} \right)^2$$

$$= \frac{\rho S^3 u^2}{2 \alpha_0^2 s^2} \quad (1)$$

で表わす¹⁾。ここで、 D は浮き子の抵抗力、 u は浮き子に相対的なテーパ管入り口部流速、 ρ は流体の密度、 S は浮き子最大直径部断面積 (= テーパ管入り口面積)、 s は浮き子とテーパ管の隙間面積、 C_d は浮き子の抗力係数、 α_0 は浮き子の流量係数である。

浮き子の運動方程式は

$$m \ddot{x} = \frac{\sigma S^3}{2 \alpha_0^2 s^2} \left(\frac{Q}{S} - \dot{X} \right)^2 - m_* g \quad (2)$$

* 大阪産業大学工学部 大東市中垣内 3-1-1

* Faculty of Engineering, Osaka Sangyo University, Daito

(Received April 15, 1994)

(Revised November 9, 1994)

で表わされる。ここで、 m は浮き子の質量、 m_*g は流体中の浮き子の重さ、 Q は脈動流量、 $\dot{X}$ は浮き子の速度である。

(2)式の脈動流量 Q と、それに対応する浮き子変位 X を、定常流量 Q_0 と変動流量 ΔQ 、浮き子の平衡位置 X_0 と浮き子振幅 ΔX によって、つぎのように表わす。

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 + \Delta Q = Q_0(1+q), \\ X &= X_0 + \Delta X = X_0(1+\xi). \end{aligned} \quad (3)$$

また、(2)式の浮き子とテーパ管の隙間面積 s もテーパ管入り口半径 r 、テーパ角 θ 、浮き子位置座標 X を用いてつぎのように表わす。

$$\begin{aligned} s &= \pi\{(r+\phi X)^2 - r^2\} \\ &= 2\pi r\phi X + \pi\phi^2 X^2, \phi = \tan \theta \end{aligned} \quad (4)$$

これら、(3)、(4)式を用いて(2)式を整理すると

$$\ddot{\xi} = \frac{\rho S Q_0^2}{2a_0^2 b^2 m X_0} \cdot \frac{(1+q-\chi\xi)^2}{\{1+\xi+f(1+\xi)^2\}^2} - \frac{m_*g}{m X_0} \quad (5)$$

となる。ここで、 $b=2r\pi\phi X_0$ 、 $c=\pi\phi^2 X_0^2$ 、 $f=(c/b)=(X_0/2r)\cdot\tan\theta$ 、 $\chi=SX_0/Q_0$ である。

ところで、(5)式は定常流れでは $q=\xi=0$ であるから、

$$\frac{\rho S Q_0^2}{2a_0^2 b^2 m X_0} = \frac{m_*g}{m X_0} \cdot (1+f)^2 \quad (6)$$

となる。また、(6)式より定常流れ下での流量算出式 Q_0 は

$$Q_0 = a_0 b (1+f) (2m_*g/\rho S)^{1/2} \quad (7)$$

となる。(6)式の関係を用いて、(5)式をさらに整理すると

$$\begin{aligned} \{1+\xi+f(1+\xi)^2\}^2 \cdot \frac{m X_0}{m_*g} \ddot{\xi} \\ = (1+f)^2 (1+q-\chi\xi)^2 - \{1+\xi+f(1+\xi)^2\}^2 \end{aligned} \quad (8)$$

となる。さらに(8)式を、 $t=t_*\tau$ 、 $t_*= (m X_0/2m_*g)^{1/2}$ の関係²⁾によって τ 時間に変換し、その微分演算を“dash”で示し、また、 ξ 、 ξ' 、 q の高次の微小項を省略することにより、 ξ を定める以下のような微分方程式をえる。

$$\begin{aligned} 2\{1+2f+f^2+(2+6f+4f^2)\xi+(1+6f+6f^2)\xi^2\}\xi'' \\ + K(2+2q-K\xi'+4f+4fq-2fK\xi'+2f^2+2f^2q \\ -f^2K\xi')\xi'+(2+6f+4f^2)\xi+(1+6f+6f^2)\xi^2 \\ = q(2+q+4f+2f^2+f^2q+2fq) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $K=SX_0/Q_0 t_*= \chi/t_*$ である。

(9)式より、各 f ごとに解 ξ を求め、この ξ の時間的的平均指示値が定常流れ下での浮き子平衡位置に対し、いかに偏れるかを求めることで脈動誤差を知ることができる。(9)式の解 ξ は、ここでは数値的解法により求めるものとする。なお、数値的解法の手順などは既報の文献

3)との重複を避けるためこれを省略する。(9)式の解から各 f ごとに求められる脈動誤差については後の章に示す。

3. 解析結果とその検討

3.1 浮き子の挙動に見るテーパ角の影響

(9)式の解 ξ を求めるにあたり、同式における変動流量 q の波形を余弦波 $q=\varepsilon \cos 2\pi n t = \varepsilon \cos \lambda \tau$ (ε は変動流量の無次元振幅、 $\lambda=2\pi n t_*$) と仮定する。テーパ角の違いが脈動誤差にどのような影響を及ぼすかを調べる前に、まず、テーパ角の違いによる影響が脈動流れ下の浮き子の挙動面においてどのように現れるかを調べる。テーパ角の浮き子挙動への影響としては、(9)式の解から浮き子の平均指示位置(変動する浮き子指示位置の時間的平均 X_m)を算出し、この平均指示位置 X_m が同流量の定常流れ下での浮き子平衡位置 X_0 に対し生ずるずれの大きさ M で見る。ここで、ずれ M は $M=(X_m-X_0)/X_0$ とする。Fig. 2の実線は $K=3/(1+f)$ 、 $\varepsilon=0.4$ と置いた場合の各テーパ角 f ごとに生ずるずれ M を周波数 λ との関係で表わしたものである。図中の $f=0$ は先の(4)式でテーパ角が非常に小さいとして線形近似が可能である場合のずれ M を示すものでテーパ角 $\theta=0$ を意味するものではない。テーパ角の浮き子の挙動面への影響としては、脈動流の周波数を低、中間、高の三つの領域に大きく区分した場合、各領域によってずれ M の大きさの程度は大きく異なるものとなっている。特に、低、高の両脈動流の周波数領域ではテーパ角ごとに発生するずれ M の大きさの差異が顕著に現れ、さらには、低い脈動流の周波数領域でマイナスの方向へのずれ M が現れるなど、浮き子挙動に対するテーパ角の影響は複雑なものとなっている。

3.2 脈動誤差にみるテーパ角の影響

テーパ角が大きい場合は、(7)式の流量算出式で知れ

Fig. 2 Deviation M and pulsation error E characteristics

るように、浮き子指示位置と流量との間に線形の関係が成立しない。したがって、テーパ角が非常に小さいとした $f=0$ の場合のずれ M の特性を除いて、先の Fig. 2 の実線で示したずれ M の特性をただちに脈動誤差の特性とすることはできない。そこで、数値解によって求められる浮き子の指示位置の時間的変化を(7)式を介して浮き子の指示流量の時間的変化に変える。そして、浮き子が示す指示流量の時間的平均、すなわち、平均指示流量 Q_p が実際の流量 Q_0 に対し、いかに違ってくるかで脈動誤差を求める。ここで、脈動誤差 E は $E=(Q_p-Q_0)/Q_0$ とする。Fig. 2 の破線は先のずれ M を求めた場合と同条件で求めた各テーパ角 f ごとに発生する脈動誤差 E を脈動流の周波数 λ との関係で表わしたものである。これからわかるように脈動誤差の各テーパ角による差異は脈動流の周波数が低い領域 ($\lambda < 0.2$)、脈動流の周波数が高い領域 ($\lambda > 20$) では見られないが、脈動流の周波数が $0.2 < \lambda < 20$ の領域(以下、この領域を中間の脈動流の周波数領域と呼ぶ)でテーパ角の違いによって大きな差異が生じる結果となっている。このことから、テーパ角の脈動誤差への影響は中間の脈動流の周波数領域 ($0.2 < \lambda < 20$) で大きく現れることになる。したがって、テーパ角を大きくすることは中間の脈動流の周波数の領域での脈動誤差の発生をより増大させることになる。

このように、流量計を構成しているテーパ管のテーパ角も浮き子の形状⁴⁾と共に脈動誤差に影響を与える要因の一つであることがわかった。このことから、脈動流量

測定時の脈動誤差を正確に把握するためには流量計のテーパ管のテーパ角についても十分考慮することが必要である。

4. おわりに

以上、面積式流量計を使って脈動流量を測定した場合に発生する脈動誤差の問題で、流量計の構成要素の一つであるテーパ管のテーパ角が脈動誤差に及ぼす影響を理論面から検討した。その結果、テーパ角が脈動誤差に及ぼす影響は脈動流の周波数の低い領域 ($\lambda < 0.2$)、脈動流の周波数が高い領域 ($\lambda > 20$) では現れず、中間の脈動流の周波数領域 ($0.2 < \lambda < 20$) で大きく現れてくること。テーパ角を大きくすることは、この中間の脈動流の周波数領域で発生する脈動誤差をより増大させることになるなどが明らかになった。

参考文献

- 1) 金住順二：フロート形面積式流量計の流量係数に関する考察、一面積式流量計の流量係数に関する研究一、計測自動制御学会論文集, 18-4, 390/393 (1982)
- 2) 金住順二：フロート形面積流量計による脈動流の平均流量測定時の誤差、計測自動制御学会論文集, 20-2, 156/161 (1984)
- 3) 金住, 杉田：フロート形面積流量計による脈動流の平均流量測定時の誤差—流量変動が大きい場合の誤差と流量波形による影響—、計測自動制御学会論文集, 21-2, 151/156 (1985)
- 4) 金住順二：面積式流量計における脈動誤差についての考察—脈動誤差における浮き子形状の影響—計測自動制御学会論文集, 30-3, 360/362 (1994)