評価関数の自己相似性に基づく TSP のための階層型アニーリング法[†]

須 貝 康 雄*

Hierarchical Annealing Method for TSP Based on Self-similarity of Cost Function

Yasuo SUGAI*

The improved simulated annealing method which is based on the self-similarity of cost function is proposed. The simulated annealing method is a stochastic computational algorithm derived from statistical mechanics, and has much success in various fields. However, this method wastes too much computational time to obtain a solution. In practical problems it can be expected that cost functions are statistically self-similar. If cost functions have self-similar property, a quasi reduction of the state space will be achieved, then, computational time can be reduced. Moreover, this procedure can be applied hierarchically by the degree of smoothness. Based on this idea, the proposed method hierarchically repeats the search for the region in which higher quality solutions seem to exist. Finally the standard simulated annealing method is also applied in the highly restricted region of the state space.

The traveling salesman problems are dealt with in this paper. After verifying the cost functions which have statistical self-similar property for the traveling salesman problem, computational experiments for the benchmark data, i.e., the 249-city problem and the 600-city problem will show that the proposed method can achieve much reduction of computational time compared with the standard simulated annealing method.

Key Words: simulated annealing, combinatorial optimization problem, self-similarity, traveling salesman problem

1. はじめに

近年、様々な分野で大規模な組合せ最適化問題のための手法開発が望まれている。最近では、ニューラルネットワークや遺伝的アルゴリズムを用いた最適化手法の研究が盛んに行われている。大規模な組合せ問題では、常に局所解の問題が生じ、最近提案されている手法の多くは、この局所解からの脱出手段を有するのが普通である。確率的最適化手法の一つであるシミュレーテッド・アニーリング法(以下 SA 法と略記)¹⁾も、確率的要素を取り入れることにより局所解からの脱出が可能で、温度パラメータの適切な制御により良質な解が得られることが知られている。SA 法の最大の欠点は多大な計算時間を

要することであるが、アルゴリズムが簡単であり、解の質だけを見ればほかの手法と比較しても遜色がない、あるいは優れているため、現在も広く利用されている。

SA 法は温度パラメータを用いることにより、すなわち、確率的に改悪となる状態遷移を許容することにより、評価関数曲面を粗視化して逐次改善を行っている。この粗視化は状態空間を大域的に見るためのものであるが、この粗視化をより積極的に利用して状態空間を疑似的に縮小できれば、SA 法の計算時間短縮に結び付くと考えられる。

本論文では状態空間の疑似的縮小のために、評価関数の自己相似性に着目した改良型アニーリング法を提案する。評価関数の自己相似性とは、状態空間における評価関数形の一部を拡大すると、それが全体と同じ形になるような入れ子構造になっていることである。もちろんすべての組合せ問題に対して評価関数が自己相似性を有するわけではなく、自己相似的であるといっても正確には統計的自己相似性の意味である。組合せ問題の評価関数

[†] 1994 Joint Technical Conf. on Circuits/Systems, Comp. and Commu. で発表(1994・7)

* 千葉大学工学部 千葉市稲毛区弥生町 1-33

* Faculty of Engineering, Chiba University, Chiba
(Received September 13, 1994)

(Revised January 11, 1995)

とよく対比される物理システムのスピンス系においては、エネルギー関数は無数の極大極小点を持ち、その形状は自己相似的であるという報告がある²⁾。意識的に作られた特異な問題を別として、実際に遭遇する組合せ問題において、評価関数が自己相似的性質をもつ場合は多いと考えられる。

評価関数が自己相似的であれば、評価関数形を粗視化し、その粗視化のレベルに合せた状態遷移に基づくSA法により、評価関数値の小さい領域を大雑把に探索することができる。その際、粗視化により状態空間は疑似的に縮小され、評価関数の自己相似性により、大雑把な探索で限定された領域の中に大域的な最適解が存在することも期待できる。つぎの段階では、限定された範囲内で粗視化の程度を緩和してアニーリングを行う。

提案手法はこのような階層的な探索を繰り返した後、最終段階で通常のSA法を適用する。本論文では具体的対象として、組合せ問題の典型例である巡回セールスマン問題(traveling salesman problem: 以下TSPと略記)を例にとり、評価関数の自己相似性を利用した改良型アニーリング法とその有効性について述べる。2章では評価関数の自己相似性について説明し、計算機実験に用いたデータ、249都市問題³⁾と600都市問題⁴⁾に対してそれを検証する。3章では提案手法を説明し、4章では計算機実験結果を述べる。5章はまとめである。

2. 評価関数の自己相似性とその検証

2.1 評価関数の自己相似性

ここでは評価関数の自己相似性を巡回セールスマン問題を例にとりながら説明する。巡回セールスマン問題は、よく知られているように、「 n 個の地点に対し、地点 i から地点 j への距離 $d_{ij}(i \neq j)$ が与えられたとき、それぞれの地点をちょうど1度ずつ経由する巡回路のうち最短な経路を見いだす問題」である⁵⁾。ここではすべての i と j に対して $d_{ij}=d_{ji}$ が成立しているような対称巡回セールスマン問題を扱うことにする。

評価関数は巡回路の総距離になる。出発地点を1として、 n 個の地点全てに番号を割り当て、順列 P を用いて、 i 番目に通過する地点を $P(i)$ で表わすと、評価関数(総距離)は、

$$L(P) = \sum_{i=1}^n d_{P(i)P(i+1)}, \quad (P(n+1) \equiv P(1)) \quad (1)$$

となる。SA法を適用する際、各 $P(i)$ は状態変数に対応し、全体の経路 P は、システムのマクロ状態に対応する。また、状態変数の集合は状態空間を構成し、ある巡回路 P は状態空間の中のある1点に対応する。以下では特に誤解を生じない限り、マクロ状態を単に状態と表現する

こともある。

評価関数の自己相似性を議論するためには、まず、地点間の距離とは別に、任意の二つの状態、すなわち、巡回路 P と P' の間の距離を定義する必要がある。定義の仕方はいろいろ考えられるが、ここでは以下の2種類の距離を定義する。

距離 D_1 の定義:二つの巡回路 P と P' において、すべての i に対して、 $P(i) \neq P'(i)$ であるような i の個数を巡回路間の距離とする。すなわち、巡回路 P と P' の間の距離 $D_1(P, P')$ を次式で定義する。

$$D_1(P, P') = \sum_{i=1}^n H(P(i), P'(i)) \quad (2)$$

ただし

$$H(i, j) = \begin{cases} 1 & (i \neq j) \\ 0 & (i = j) \end{cases}$$

距離 D_2 の定義:巡回路 P において2地点 i と j を選択し、 $i-j$ 間の部分経路を逆転した新しい巡回路を生成する。この操作を k 回行った後、元の巡回路 P が巡回路 P' に一致したとき、巡回路 P, P' 間の距離 $D_2(P, P')$ を k とする。

たとえば、 $n=5$ の場合、 $1-2-3-4-5-1$ という巡回路と、 $1-2-5-4-3-1$ という巡回路の場合、3番目の地点と5番目の訪問順序が異なるため、 $D_1(P, P')=2$ である。一方、巡回路 P の3番目から5番目までの部分経路を逆転すると巡回路 P' に一致し、部分経路の反転回数は1回であるから、 $D_2(P, P')=1$ である。 P から P' への部分経路の反転の仕方は複数考えられるが、最小の反転数をもって距離 D_2 とする。

巡回路間の最短距離は距離 D_1 と距離 D_2 の定義のもとでそれぞれ2, 1である。また、ある巡回路 P から最短距離にある巡回路の個数は D_1, D_2 どちらの定義でも $n-1C_2$ である。一般的にマクロな状態間の距離の定義の仕方は、問題ごとに様々であろうが、たとえば、2値変数のベクトルで表現されるような問題では、ハミング距離などの採用が考えられる。その意味で、距離 D_1 のほうがより一般定義と考えられる。

以上のように、マクロな状態間の距離が定義された上で、評価関数が自己相似的であるかどうかを判定する。自己相似性の定義としては、有界集合に対する定義として、「有界集合 S が N 個の部分集合の和であって、その部分集合のおのおのが S の相似変換と並進によって得られたものと一致するとき、 S は自己相似である⁶⁾」という定義があり、また、自己相似に対しての条件をゆめ、どの一部分も統計的に同じ性質をもっている場合を統計的自己相似と呼ぶ⁶⁾。ここでは、統計的自己相似性について検証を行うが、統計的に同じ性質という場合、様々な

定義が考えられる。そのうちの一つの指標として、次式が挙げられる^{7),8)}。

$$E[(L(P') - L(P))^2] \propto D(P', P)^{2H} \quad (3)$$

ここで、 $E[\cdot]$ は期待値、 H は正の定数である。また、本論文の場合は L は総距離、 D は巡回路間の距離に対応する。

2.2 自己相似性の検証

(3)式が成り立つかどうかを、TSPのテストデータを用いて検証した。用いたデータは、249都市問題($n=249$)³⁾と600都市問題($n=600$)⁴⁾である。存在するすべての巡回路について調べることは無理なので、具体的には、ある距離だけ離れているような巡回路対をランダムに1000組発生させ、それぞれ総距離の差の2乗を計算し、1000組の平均値を(3)式左辺の期待値とする。巡回路間の各距離について以上のことを行う。Fig. 1は距離 D_2 のもとで、横軸を巡回路間の距離、縦軸を(3)式の左辺の期待値として、各距離に対する期待値を両対数軸でプロットした図である。Fig. 1(a)は249都市問題、Fig.

1(b)は600都市問題の場合である。図より明らかなように、どちらの問題に対しても、すべての点がほぼ直線上にあり、近似的に(3)式が成り立つことが検証された。

また、距離 D_1 についても同様のことを二つの問題に対して行ってみた結果、傾きが異なるだけでやはりすべての点がほぼ直線上にあることを確認した。以上のことから、ここで用いたTSPのテストデータについては、その評価関数が統計的自己相似であることがわかった。

3. 改良型アニーリング法

先に述べた249都市問題では、可能な巡回路数は $248! = 5.2 \times 10^{487}$ 個、600都市問題では $599! = 2.1 \times 10^{1408}$ 個ある。距離 D_1 の定義に対応した状態遷移を採用した場合、通常のSA法では距離2離れた新しい巡回路への遷移を繰り返す。その場合、何回の遷移で状態空間全体をカバーできるか、距離3, 4, ...の遷移ならばどうか。たとえば249都市問題では、距離 D_1 のもとで、ある巡回路から距離が2離れた隣接する巡回路の個数は 3.1×10^4 個($n=249$)である。つまり、状態空間において、半径2の(疑似的)超球の中にはマクロ状態数は 3.1×10^4 個あり、全空間を覆うためには、半径2の超球 1.7×10^{483} 個が必要である。つまり、距離2の遷移の繰り返しでは実用的な計算時間内では状態空間の十分な探索は行えない。

Table 1は、距離 D_1 のもとで249都市問題の場合に、半径を変化させたときの超球に含まれる巡回路数と、全空間をカバーするのに必要な超球の数を示している。(3)式は、「ある巡回路 P に距離的に近い巡回路はほぼ P と同様の評価関数値をもつと期待できる」ことを意味している。したがって、通常のSA法のように隣接する状態間への遷移を繰り返しても効率が悪い。一方、SA法の利点はそれまでの探索結果に基づいて、確率的に逐次改善を行うことである。これらを両立するためには、状態空間を粗視化して、ある半径内にある巡回路すべての平均的な評価関数値をその領域の評価関数値とし、その領域全体を一つの巡回路のようにみなす。そして領域間の

(a) The 249-city problem

(b) The 600-city problem

Fig. 1 The relations between the distances and the expected values of Eq. (3)

Table 1 Relation between radiuses of hyperspheres and number of hyperspheres

radius	number of tours	number of hyperspheres
2	3.1×10^4	1.7×10^{483}
4	3.7×10^9	1.4×10^{478}
8	1.3×10^{19}	4.0×10^{468}
16	1.2×10^{38}	4.2×10^{449}
32	5.2×10^{75}	1.0×10^{412}
64	2.3×10^{149}	2.2×10^{338}
128	7.8×10^{288}	6.4×10^{198}
248	5.2×10^{487}	1.0×10^0

遷移を繰り返す逐次改善を行うことである。領域を状態をみなすことにより、状態空間を疑似的に縮小できる。そして、遷移の半径が大きいくほど、状態空間の探索を少ないステップ数で済ますことができる。あるいは、限られた計算時間内でより広い範囲を探索できることになる。通常の SA 法の状態遷移の様子と状態空間を粗視化して行う状態遷移の様子を Fig. 2 に模式的に示す。

状態空間の粗視化によるアニーリングにより、良好な解が存在する範囲が限定された後は、その領域内で半径を小さくしてアニーリングを行う。これを繰り返し、探索範囲を階層的に限定していき、最終段階で通常の SA 法を適用するというのが提案手法の特徴である。まとめると、以下ようになる。

1. ある半径内の巡回路を一つの巡回路とみなし、SA 法を適用する。そのとき、その領域内のすべての巡回路の評価関数値から平均を求めることは時間的に不可能であるため、領域内に存在するいくつかの巡回路をランダムに選択し、それらの評価関数値の平均をこの領域の評価関数値とする。巡回路の個数はあらかじめ定めておく。

このような大雑把な見積りでも、自己相似性が成り立てば、(3)式や Fig. 1 からわかるように、距離が近いところにある巡回路は同じような評価関数値をもつ傾向があるわけであるから、計算時間短縮のためにかなり間引きして評価してもそれほど大きな誤差は生じないと考えられる。実際、先の 249 都市問題において、いくつかの距離に対して、その距離内にあるすべての巡回路の評価関数値の平均値と、10 個の巡回路をランダムに選択して、その 10 個の平均値を求めて比較した場合、その誤差は 1%以内であった。

2. 半径を縮小し、縮小された半径内の巡回路を一つの巡回路とみなして、1.と同様に SA 法を適用する。このとき、状態遷移により、前段階で得られた領域から飛び出さない程度の初期温度を用いる。
3. 2.を繰り返し、最後に距離 2 (D_1 に基づく場合)の遷移を用いた通常の SA 法を適用する。このときも最終

段階で得られた領域から飛び出さない程度の初期温度を用いる。

先に述べたとおり、SA 法は逐次改善手法であり、状態空間において隣接状態への遷移を繰り返す行うため、大規模な問題に対しては計算時間が増大する。提案手法では、一時に大きな距離の遷移を行うため、広い状態空間を探索できる。SA 法においても、遷移は隣接状態に限定されているわけではないが、隣接状態以外への遷移を許すと、逐次改善の意味が失われることと、隣接状態への遷移ならば遷移前後の状態はわずかな数の状態変数の値だけが異なるために、新しい状態に対応する評価関数値は遷移前の状態の評価関数値との差により簡単に計算できるので、任意の遷移では全ての状態変数を用いて最初から評価関数値を計算し直す必要があり、さらに計算時間を要することになる。提案手法では、状態空間の粗視化はしているが、逐次改善の利点を残している。また、離れた巡回路への遷移は、隣接状態への遷移(2地点の経由順の交換)の繰返しで到達できるので、対応する評価関数値の更新も差の計算の繰返しにより、計算時間の増大を極力防ぐことができる。これはもちろん、通常の SA 法でも可能である。

また、SA 法を階層的に適用すると、初期の段階では一つの状態(領域)が巨大であるから、相対的に状態空間が小さくなり、繰返し計算のステップ数が少なくて済む。逆に、最後のほうでは実質的な状態空間の大きさが縮小されるので、やはりステップ数が少なくて済むことになる。さらに、前の階層で得られた範囲から逸脱しないような低い初期温度からアニーリングを行うため、温度ステップ数自体も少なくて済む。

しかしながら、通常の SA 法は 1 回の適用でよく、それに対して階層的に何回かの SA 法を適用することは、逆に計算時間の増加を招くことになる。また、初期の階層では 1 回状態遷移に要する計算時間も多く、総合的にどの程度の計算時間短縮が可能であるかの理論的検討はまだ行っていない。この辺の詳細については、次章の計算機実験で述べる。

4. 計算機実験

実験で用いたデータは 249 都市問題³⁾と 600 都市問題⁴⁾である。以下に改良型アニーリング法を適用する際に必要な設定、および、パラメータについて述べる。それらの値は現在はまだ理論的に求めたわけではなく、試行錯誤的に求めた値である。

1. 初期巡回路：出発地点を 1 とし、残りをランダムに並べ、地点 1 に戻る巡回路を初期巡回路とする。そして、この巡回路から距離 k 離れた巡回路 10 個をランダム

Fig. 2 State transitions of the standard annealing and the proposed one

に選択し、それらの総距離の平均値をこの巡回路の属する領域の評価関数値とする。10個の巡回路を隣接状態への遷移を繰り返して生成した場合、実際には距離が h 未満の巡回路が生成される可能性が多分にある。すなわち、ここでの距離 h 離れた巡回路には、結果的には距離 h 未満の巡回路が含まれ、それらをこの領域を代表する巡回路とするということである。距離に関して厳密に検証してから巡回路を生成する仕方も考えられるが、本論文の主目的は計算時間短縮であるということとを考慮し、この方式を採用することにする。

2. 状態遷移：現在の領域を代表する巡回路と距離 $2h$ 離れた巡回路をランダムに選び、その巡回路から距離 h 離れた10個の巡回路の総距離の平均値を遷移候補領域の評価関数値とする。その領域へ遷移するかどうかは、現在の領域と候補先の領域の評価関数値との差に基づいて確率的に決定する。新しい領域に遷移する場合は、実際には先に選択した巡回路への遷移を行う。この巡回路が、属する領域を代表する巡回路になる。ある階層で最後に得られた領域を代表する巡回路は、つぎの階層の初期領域を代表する巡回路として引き継ぐ。
3. 階層数と各階層における初期温度：階層数は3とし、距離 D_1 に基づく遷移を行う場合は $h=16, 4, 2$ 、距離 D_2 に基づく遷移を行う場合は $h=8, 2, 1$ とする。初期の階層における初期温度は、SAを開始する前に1温度分の回数程度の領域間遷移をランダムに行い、そのうちの最大の改悪となる遷移を受け入れる確率が0.5になるような初期温度を用いた。残りの階層では、前の階層で得られた領域を飛び出さない程度の初期温度として、同様のランダム遷移を行った後、0.5の代わりに0.05という受け入れ確率を採用した。
4. 一温度ステップにおける繰返し計算回数：これは規

定回数とも呼ばれ、その温度における確率的な定常状態に達するのに必要な状態遷移の回数である。通常は少なくともすべての状態に(確率的に)到達できる程度の回数が必要とされていて、状態空間の大きさに依存する。提案手法では、疑似的に状態空間の大きさが変化するので、ここでは、 D_1 のもとでは $h=16, 4, 2$ の各階層で、 D_2 のもとでは $h=8, 2, 1$ の各階層で、1温度当たりの規定回数の比が1:4:8になるようにした。

5. 終了条件：最終階層、すなわち、通常のSA法を適用する階層では、5温度ステップの規定回数連続して状態遷移が生じなかった場合を収束とみなし終了する。また、そのほかの階層では3温度ステップの規定回数連続して状態遷移が生じなかった場合に、つぎの階層に移る。

計算機実験では提案手法と通常のSA法を249都市問題と600都市問題を用いて比較した。実験にはSUN Sparc Station ELCを用い、プログラムはC言語で記述した。アニーリングにおいてつぎの温度を決定する温度係数は両手法共にすべて、よく用いられる0.95を採用した。通常のSA法において、初期経路はランダムに生成し、初期温度は提案手法と同様にランダムな状態遷移により最大改悪となる状態の受け入れ確率が0.5になるように決定し、終了条件も5温度ステップ連続して状態遷移が生じない場合を条件とした。

249都市問題 一温度当りの繰返し計算回数を変化させたときの総距離と計算時間をFig. 3からFig. 6に示す。これら図の各プロットは、乱数の種を変えてそれぞれ10回ずつ実験を行った平均値であり、実線は提案手法、点線は通常のSA法である。提案手法の規定回数は最終階層の値を示して、それより前の階層の規定回数は、先に示した各階層での規定回数の比に従って設定した。Fig. 3とFig. 4は距離 D_1 に基づく状態遷移を行っ

Fig. 3 The costs under the definition D_1 for the 249-city problem

Fig. 4 The computational time under the definition D_1 for the 249-city problem

Fig. 5 The costs under the definition D_2 for the 249-city problem

Fig. 6 The computational time under the definition D_2 for the 249-city problem

た場合、Fig. 5 と Fig. 6 は距離 D_2 に基づく状態遷移を行った場合である。

600 都市問題 距離 D_2 に基づいて、一温度当りの繰返し計算回数を変化させたときの総距離と計算時間をそれぞれ Fig. 7, Fig. 8 に示す。実線が提案手法、点線が通常の SA 法である。図中の各プロットと提案手法の規定回数は、先と同様に、それぞれ 10 回の平均と最終階層の規定回数である。

Fig. 3, Fig. 5, Fig. 7 より、解の質に関しては、同じ規定回数同士を比較した場合にほぼ同等といえる。計算時間に関しては、 D_1 に基づく状態遷移を採用した Fig. 4 では、各規定回数で提案手法のほうが計算時間が短い。 D_2 に基づく状態遷移を採用した場合には、規定回数が少ない場合は通常の SA 法のほうがかなり速い (Fig. 6, Fig. 8 参照)。規定回数を増やすと、その関係が逆転し、提案手法のほうが相対的に高速になることがわかる。以上のことは、規定回数は問題の規模と共に多くの回数を必要と

Fig. 7 The costs under the definition D_2 for the 600-city problem

Fig. 8 The computational time under the definition D_2 for the 600-city problem

することから、大規模な問題ほど本手法が同質の解を高速に得るのに有効であることを示している。また、 D_1 に基づく状態遷移 (Fig. 3) と D_2 に基づく状態遷移 (Fig. 5) を比較した場合、通常の SA 法も提案手法も全体的に D_1 に基づく状態遷移のほうが解の質が悪く、より多くの計算時間を要している。TSP では部分経路を保存するような状態遷移が有利とされているため、この結果は妥当と考えられる。ただし、部分経路を保存するような状態遷移は TSP 向きの特殊な状態遷移方法であり、一般性ということを考慮すると、 D_1 に基づく状態遷移のほうが応用性があると考えられる。

最後に、249 都市問題と 600 都市問題に対して、本手法を用いて得られた最良結果をそれぞれ Fig. 9 と Fig. 10 に示す。これらは従来得られている結果よりも良好な結果である^{3),4)}。SA 法は時間を費やせばかなり高品質の解が得られるということで、本論文の目的は解の質というよりも計算時間の短縮化に重点を置いたが、従来の結果

Fig. 9 The best solution for the 249-city problem.
(the cost is 2322.655)

よりも良好な解が得られたということは、評価関数の自己相似性を利用した状態空間の疑似的縮小により、状態空間を広く的確に探索できたためだとも考えられる。

5. おわりに

本論文では、評価関数の自己相似性に着目して、SA法を階層的に適用する組合せ最適化問題のための新しい手法を提案した。TSPを対象とした計算機実験では、通常のSA法を用いて得られる解と同程度の質の解を得るのに、大規模な問題になるほど相対的な計算時間が高速化できることがわかり、提案手法の有効性が示された。

しかしながら、本論文では問題をTSPに限定しているため、どの程度の範囲の問題に対して評価関数が自己相似的性質を有するか、あるいは、Fig. 1の直線の傾きから得られる(3)式の H の値が、距離 D_1, D_2 の定義により、どのように解の質に影響を与えるかは今後の検討課題であり、また、現状ではかなりの部分が実験に依存しているため、階層数の適切な設定や、各階層での繰返し計算回数、初期温度の設定などについての理論的な検討が必要であると考えられる。

最後に、日頃有益な御討論御助言をいただいている本学電気電子工学科川瀬太郎教授に感謝いたします。

参考文献

- 1) S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt Jr., and M.P. Vecchi: Optimization by Simulated Annealing, *Science*, **220**, 671/680(1983)
- 2) 鈴木増雄: 秩序化のスケールリング, *フィジクス*, **6-8**, 463/469(1985)
- 3) W. Conley: Multi-stage Monte Carlo Optimization Applied to a Large Travelling Salesman Problem, *Int. J. Systems Sci.*, **21-3**, 547/566(1990)

Fig. 10 The best solution for the 600-city problem.
(the cost is 123781.488)

- 4) W. Conley: Multi-stage Monte Carlo Optimization Applied to a Six Hundred Point Travelling Salesman Problem, *Int. J. Systems Sci.*, **24-4**, 609/626(1993)
- 5) 長尾, ほか編: 情報科学辞典, 岩波書店(1990)
- 6) 広中平祐代表編集: 数理科学事典, 大阪書籍(1991)
- 7) D. Saupe: Algorithms for Random Fractals, in H.-O. Peitgen and D. Saupe(eds.), *The Science of Fractal Images*, 71/136, Springer-Verlag(1988)
- 8) G. B. Sorkin: Simulated Annealing on Fractals: Theoretical Analysis and Relevance for Combinatorial Optimization, in W. J. Dally(ed.), *Advanced Research in VLSI, Proc. of the 6th MIT Conf.*, 331/351, MIT Press(1990)
- 9) 須貝, 長田: 評価関数の自己相似性を利用した改良型アニリング法—巡回セールスマンを例として—, 平成5年電気学会電子・情報・システム部門第3回大会講演論文集, **B-6-3**, 379/184(1993)
- 10) Y. Sugai: Improved Simulated Annealing Method Based on Self-similarity of Cost Function for Travelling Salesman Problem, *Proc. of 1994 Joint Technical Conf. on Circuits/Systems, Comp. and Commu.*, **C3-1**, 408/413(1994)

[著者紹介]

須貝 康雄 (正会員)

1985年, 東京工業大学大学院理工学研究科情報工学専攻博士課程修了。86年千葉大学工学部助手, 91年同助教授, 大規模システム, ニューラルネットなどの分散システムやその最適化の研究に従事。電子情報通信学会, 電気学会などの会員(工学博士)。