等価入力推定によるスライディングモード制御について†

森 岡 弘*・和田 憲 造**
Asif ŠABANOVIC***・Karel JEZERNIK****

Sliding Mode Control with Estimated Equivalent Control

Hiroshi MORIOKA*, Kenzo WADA**,
Asif ŠABANOVIC*** and Karel JEZERNIK****

In this paper Sliding Mode Control (SMC) with estimated equivalent control is presented. A equivalent control in SMC is a continuous control which is introduced to analyze the sliding mode motion on the manifolds. Using a equivalent control as a control input after reaching manifolds is very useful method from a view point of eliminating chattering and analyzing of sliding mode motion on the manifolds. We presents a design method of on-line estimator which estimates a part of equivalent control containing a system's nonlinear term by use of one of a Neural Network's most powerful ability, that is, function approximation. This control algorithm doesn't require abundant information about controlled plant to calculate a equivalent control. The controller is designed to provide sliding mode motion on the selected manifolds in the state space and to satisfy selected Lyapunov function and stability criteria. This resulting control is continuous, so chattering is eliminated. Under the condition of estimation of on-line estimator converging to real value, the motion of sliding mode is equal to that one of SMC with discontinuous control.

Key Words: nonlinear control, sliding mode control, equivalent control, neural network

1. 緒 言

スライディングモード制御(以下 SMC)は非線形システムの制御で注目され、その高いロバスト性から多くの実システムへの適用が報告されている^{1)~3)}。SMC の魅力ある特性は、パラメータ変動や外乱に対してロバスト性を有していることと、システムの状態が任意の初期値から状態空間内で定義された切替面への到達が保証されていることである⁴⁾。これらの特性は、非線形性の最も強い、スイッチング素子を制御入力として使用することに

より実現されている。しかし、理想的なスイッチングの実現は非常に難しく、使用するアクチュエータにスイッチングの遅れが存在すると、チャタリングを生じることが基本的な問題点として指摘されている^{7)~9)}。

チャタリングを抑える一つの方法として、システムの状態が切替面へ到達した後は制御入力として等価入力と呼ばれる連続な入力を使用する方法がある^{8),9)}。しかし、等価入力を計算するためにはシステムの動特性を正確に把握する必要があるため実現するのは一般に困難である。

一方、SMC においてなんらかの手法によりオンラインで等価入力の推定が可能であれば、チャタリングの影響を除くことができ、また、スライディングモードにおけるシステムの挙動を解析するうえでも非常に有効であると思われる。

本論文では、ニューラルネットワーク(以下 NN)の優れた関数近似能力を使用して、制御対象であるプラントの等価入力の一部をオンラインで推定する推定器を構成し、その推定された等価入力をを用いて、非線形システムに対する SMC の連続な制御入力の構成法を示す。本制

† 日本機械学会第 71 期総会講演会で発表(1994・3)

* 宇部工業高等専門学校 宇部市常盤台

** 山口大学工学部 宇部市常盤台 2557

* Ube National College of Technology, Ube

** Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube

*** Marmara Research Center, P. K. 21, 41470 GEBZE, TURKEY

**** University of Maribor, Maribor Smetanova 17, Slovenia

(Received February 21, 1994)

(Revised August 23, 1994)

御則は、筆者らによって提案されている制御則¹⁰⁾をもとに構成されているため、システムの状態が任意の初期状態から切替面へ到達することが保証されている。また、NN による推定値が真値に収束するとスライディングモードにおける動作の方程式は従来の SMC のものと一致することから SMC の優れた特性を保持することができる。

最後に、本アルゴリズムの有効性を代表的な不安定非線形システムであるシーソーシステム¹¹⁾を制御対象としたシミュレーションにより確認する。

2. スライディングモード制御

2.1 スライディングモード制御について

制御対象として入力に関して線形であるつぎの非線形システムを考える。

$$\begin{aligned} dx/dt &= f(x) + B(x)u + d(x, t) \\ x &\in R^n, u \in R^m, \text{rank}(B) = m \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 d は外乱とする。

SMC の目的は、(1)式で表わされるシステムの状態が、状態空間内の切替面 S に沿って拘束されるような制御入力 u を決定することである⁴⁾。

$$\begin{aligned} S &= \{x: \sigma_a(x) - \varphi(t) = \sigma(x, t) = 0\} \\ \sigma_a^T &= [\sigma_{a1}, \dots, \sigma_{am}] \in F^m, \varphi(t)^T = [\varphi_1, \dots, \varphi_m] \in F^m \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\sigma_{ai}(x)$ は連続な状態変数の関数であり、 $\varphi_i(t)$ はそれらの目標値である。(1)式で表わされるシステムが切替面上にあるときの閉ループの特性は切替面 S の選択に依存する^{4),5)}。

2.2 従来の SMC の設計法

スライディングモードを有する VSS の理論では、(1)式のシステムに対して、次式で表わされる不連続な制御入力を適用することによって、切替面 S 上でスライディングモードが存在することが証明されている⁴⁾。

$$u(x) = F(x, t) \text{sign}(\sigma_a(x) - \varphi(t)) \quad (3)$$

スライディングモードにあるときのシステムの挙動は理想的なスイッチングの実現の仮定のもとで、不連続な制御入力を等価入力⁴⁾とよばれる連続な入力で置き換えることにより解析することができる。等価入力はシステムがスライディングモードにあるときは切替面の時間微分が $d(\sigma(x, u = u_{eq}))/dt = 0$ となることより計算され、 $\sigma_a(x) = Gx$ とおくと次式のように求められる。

$$u_{eq} = -(GB)^{-1} \left(Gf(x) + Gd(x, t) - \frac{d\varphi}{dt} \right) \quad (4)$$

したがって、スライディングモードにあるときのシステムの挙動を表わす動作の方程式は(1)式に等価入力を代入することによって得ることができ、つぎようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= (I - B(GB)^{-1}G)f(x) \\ &\quad + (I - B(GB)^{-1}G)d(x, t) \\ &\quad + B(GB)^{-1} \frac{d\varphi}{dt} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\sigma_a(x) - \varphi(t) = 0 \quad (6)$$

さらに、(1)式のシステムにおいて、外乱 d が次式を満足するとき、スライディングモードにあるシステムは、その影響を受けない⁵⁾。

$$d(x, t) \in \text{Range}(B) \quad (7)$$

そのとき、スライディングモードにおける動作の方程式は次式となる⁵⁾。

$$\frac{dx}{dt} (I - B(GB)^{-1}G)f(x) + B(GB)^{-1} \frac{d\varphi}{dt} \quad (8)$$

$$\sigma_a(x) - \varphi(t) = 0 \quad (9)$$

本章ではニューラルネットワークを用いて(4)式の等価入力の一部をオンライン推定することにより、スライディングモードにおける動作の方程式が(8)、(9)式と等しくなるような連続な制御入力の構成法を示す。

3. ニューラルネットワークによる連続な制御入力の設計法

3.1 連続な制御入力の設計法¹⁰⁾

切替面に関するリアプノフ関数の候補として次式で示される関数を選択する。

$$V = \sigma^T \sigma / 2 \quad (10)$$

(10)式のリアプノフ関数に対して、リアプノフ関数の時間微分が次式で与えられると、 $\sigma \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ となり状態の切替面への拘束が保証される。

$$\frac{dV}{dt} = -\sigma^T D \sigma, D: \text{positive definite matrix} \quad (11)$$

(10)、(11)式より $\sigma^T (D\sigma + d\sigma/dt) = 0$ となる。したがって、制御入力は次式を満足するように決定すればよい。

$$D\sigma + \dot{\sigma} = 0 \quad (12)$$

すなわち、 $\sigma_a(x) = Gx$ とすると、(1)、(2)式より制御入力は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u &= -(GB)^{-1} \left(Gf(x) + Gd(x, t) - \frac{d\varphi}{dt} \right) \\ &\quad - (GB)^{-1} D \sigma, \det(GB) \neq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

このときシステムの動作の方程式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} dx/dt &= (I - B(GB)^{-1}G)f(x) \\ &\quad + (I - B(GB)^{-1}G)d(x, t) \end{aligned} \quad (14)$$

$$+ B(GB)^{-1} d\varphi/dt - B(GB)^{-1} D \sigma$$

$$D\sigma + \dot{\sigma} = 0 \quad (15)$$

(13)式の制御入力の第1項は先に示した等価入力を表わしている。制御入力として(13)式を使用することにより、

リアプノフの安定定理より $t \rightarrow \infty$ で $\sigma \rightarrow 0$ が保証される。すなわち、システムの状態は切替面に拘束されスライディングモード状態となる。このとき(13)式で表わされる制御入力 u は等価入力と等しくなり、外乱 d が(7)式の条件を満足するときシステムの動作の方程式は従来のSMCの動作の方程式である(8),(9)式と一致する。また制御入力は連続な入力となっているためチャタリングの影響を除くことができる。

3.2 NNによる非線形項 $Gf(x)$ のオンライン推定器

制御入力として、(13)式を使用することでシステムの状態が任意の初期状態から切替面に拘束されることが保証される。また、切替面へ到達後、(13)式の制御入力は等価入力と一致するため、スライディングモードにおけるシステムの挙動の解析が容易である。しかし、一般にシステムの非線形項 f 、および未知外乱 d を正確に把握することは困難であり、またシステムの特性が変動する場合、(13)式を直接使用することは実用的でない場合がある¹⁰⁾。そこで本論文では、NNのすぐれた関数近似能力を利用してオンラインで等価入力の一部である非線形項 f 、および未知外乱 d を推定することを考える。

$f(x) + d(x, t)$ を、入力層、出力層のニューロンの数がそれぞれ n である3層の階層型ネットワークによる写像 $N(x)$ で置き換えると、(13)式はつぎようになる。

$$u = -(GB)^{-1} \left(GN(x) - \frac{d\varphi}{dt} \right) - (GB)^{-1} D\sigma, \det(GB) \neq 0 \quad (16)$$

制御入力として、(16)式を使用したときの、システムの軌道に沿ったリアプノフ関数の時間微分は(1),(16)式よりつぎのように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \sigma^T \frac{d\sigma}{dt} \\ &= \sigma^T \left(G \frac{dx}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) \\ &= \sigma^T (G(f(x) + d(x, t) - N(x))) - \sigma^T D\sigma \end{aligned} \quad (17)$$

したがって、 $G(f(x) + d(x, t) - N(x)) = 0$ となれば、リアプノフ関数の導関数は必ず負定となり $\sigma \rightarrow 0$ が保証される。

制御入力として、(16)式を使用したときの推定誤差 $G(f(x) + d(x, t) - N(x))$ の値は(1),(2)式よりつぎようになる。

$$G(f(x) + d(x, t) - N(x)) = D\sigma + \delta \quad (18)$$

以下では、制御入力の次数を $m=1$ として検討を行う。(18)式より、NNの各ニューロンの結合係数は(19)式で示される評価関数を最小化するようにオンラインで学習される。

Fig. 1 Estimator of function f and d by Neural Network

$$E = \frac{1}{2} (D\sigma + \delta)^2 \quad (19)$$

この学習により評価関数が零に収束すると $GN(x) \rightarrow Gf(x) + Gd(x, t)$ となり、このとき、システムの動作の方程式は(14),(15)式と一致する。すなわち、 $\sigma \rightarrow 0$ となることが保証され、スライディングモードにおける動作の方程式は(8),(9)式と一致する。Fig. 1(a)にNNによる非線形項 $f(x) + d(x, t)$ を推定する推定器の構造を示す。Fig. 1(b)には、使用した階層型ネットワークを示す。

3.3 ニューラルネットワークの学習法

通常、階層型NNによって n 次のベクトル関数 $f(x)$ 、($f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$)を同次元のNNによる写像 $N(x)$ で近似する場合、ネットワークモデルの結合係数は $N_i(x) \rightarrow f_i(x)$ 、($i=1, \dots, n$)となるようにバックプロパゲーション(以下BP)アルゴリズムによって学習される。しかし、ここで使用するオンライン推定器の目的は $GN \rightarrow Gf$ とすることである。したがって、オンライン推定器で使用するNNの学習アルゴリズムとして、以下に示すように、通常のBPアルゴリズムを切替面 S を決定する設計パラメータ G を含む形に変形したものを使用する。その結果、 $GN \rightarrow Gf$ の収束速度を飛躍的に向上させることができる。収束速度の比較については、次章においてシミュレーション結果により示す。

ネットワークモデルはつぎのように表わされる。

$$x_{Ni} = \sum_j \omega_{ij} y_{Nj} + I_{Ni}, y_{Ni} = g_N(x_{Ni}) \quad (20)$$

ここで、 x_{Ni} はニューロン i への入力の和、 ω_{ij} はニューロン j からニューロン i への結合係数、 I_{Ni} はニューロン i のしきい値、 y_{Ni} はニューロン i の出力を表す。関数 g_N には通常シグモイド関数が用いられる。結合係数の修正量は最急降下法より次式で計算される。

$$\Delta \omega_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}} \quad (21)$$

$\partial E / \partial \omega_{ij}$ は

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}} &= \frac{\partial E}{\partial x_{Ni}} \frac{\partial x_{Ni}}{\partial \omega_{ij}} \\ &= \frac{\partial E}{\partial x_{Ni}} y_{Nj} \\ &= \frac{\partial E}{\partial y_{Ni}} \frac{\partial y_{Ni}}{\partial x_{Ni}} y_{Nj} \end{aligned}$$

$$= \frac{\partial E}{\partial y_{N_i}} g_{N_i}'(x_{N_i}) y_{N_i} \quad (22)$$

となり, y_{N_i} が出力層の場合

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial y_{N_i}} &= \frac{\partial E}{\partial N_m} \quad (m=1, \dots, n) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial N_m} \{G(f(x) + d(x, t) - N(x))\}^2 \\ &= G(f(x) + d(x, t) - N(x)) \\ &\quad \times \frac{\partial \{G(f(x) + d(x, t) - N(x))\}}{\partial N_m} \\ &= G(f(x) + d(x, t) - N(x))(-g_m), \\ G &= [g_1, \dots, g_n] \end{aligned} \quad (23)$$

したがって, (22), (23) 式より結合係数の修正量は次式で与えられる.

$$\Delta \omega_{ij} = \eta g_m(D\sigma + \dot{\sigma}) g_{N_i}'(x_{N_i}) y_{N_i} \quad (24)$$

y_{N_i} が中間層の場合, 通常のバックプロパゲーションにより計算することができる.

つぎに NN による学習がローカルミニマムに陥り, 推定値が真値に一定の誤差をもって収束した場合のシステムの安定性について検討する. ここでは, $GN(x)$ と $Gf(x) + Gd(x, t)$ の差が一定値に収束すると仮定する. そのとき, (18) 式より

$$G(f(x) + d(x, t)) - GN(x) = D\sigma + \dot{\sigma} = K \quad (25)$$

となり, $\sigma \rightarrow K/D$ になる. これより, システムの状態が収束する切替面は次式で表わされる.

$$S = \{x: \sigma_a(x) - \varphi(t) = \sigma(x, t) = K/D\} \quad (26)$$

したがって, $\sigma_a(x) \rightarrow \varphi(t) + K/D$ となり, 閉ループシステムの安定性には影響しないが定常偏差が残る可能性がある.

Fig. 2 Simulation results for second order nonlinear system

4. シミュレーション

提案した制御アルゴリズムの有効性を確認するため, 初めに, システムの状態が切替面へ拘束される過程が位相面で確認ができる 2 次系を対象としてシミュレーションを行った. さらに, 高次の不安定な非線形システムであるシーソーシステム¹¹⁾を制御対象としたシミュレーションを行った.

4.1 2 次系への適用

制御対象として (27) 式で示される外乱を有する 2 次の非線形システムについてシミュレーションを行った. ここで使用したオンライン推定器における NN の中間層のニューロンの数は 10, 学習率は $\eta=0.1$ とした. また結合係数 ω_{ij} , しきい値 I_i は乱数を用いて初期化している.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_2 - 2x_2 + u + d, \quad d = 3 \cos(\pi t/5) \\ S &= \{x_1, x_2: g_1 x_1 + x_2 - \varphi(t) = 0, \varphi(t) = 0, g_1 = 2\} \end{aligned} \quad (27)$$

Fig. 2(a) に $D=5$ としたときのシステムの時間応答を, Fig. 2(b) にそのときの制御入力を示す. また Fig. 2(c) に縦軸に $\dot{x}_1$, 横軸に x_1 をとり D を変化させたときの位相面での応答を示す. これらより, 未知外乱が存在する場合においてもシステムの状態が切替面に拘束されていることから制御入力 (16) 式より等価入力と等しくなっており, オンライン推定器により等価入力の一部である非線形項, および未知外乱がうまく推定されているのがわかる. また, システムの状態の切替面 S への到達過程は (15) 式から理論的に予想されるようにリアプノフ関数の導関数を決めるパラメータ D によって決定されることがわかる.

4.2 シーソーシステムへの適用

つぎに高次の不安定非線形システムに対して本手法の有効性を確認するため, シーソーシステムを制御対象としてシミュレーションを行った. シーソーシステムの概略を Fig. 3 に示す. 制御の目的はシーソーの回転角を制御して, シーソー上の質量 M のマスを目標の位置で安定化

Fig. 3 A simplified model of Seesaw system

させることである($\theta \rightarrow 0$).

(1) シーソーシステムの状態方程式

シーソーシステムの状態方程式は $\mathbf{x}(t)=[r, \theta, \dot{r}, \dot{\theta}]^T$ とおくとつぎの非線形モデルで与えられる¹¹⁾.

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_4 \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 x_4^2 - g \sin x_2 - \frac{D_r}{M} x_3 \\ \frac{dx_4}{dt} &= -\frac{2M}{K(x_1)} x_1 x_3 x_4 - \frac{Mg}{K(x_1)} x_1 \cos x_2 \\ &\quad - \frac{D_\theta}{K(x_1)} x_4 + \frac{u}{K(x_1)}\end{aligned}\quad (28)$$

ただし, $K(x_1)=J+Mx_1^2$ とする.

ここで,

M : 質量 M のマス

$2l$: シーソーの長さ

r : シーソーの中心からマス M までの距離

θ : シーソーの回転角

D_r : シーソーとマスの摩擦係数

J : シーソーの慣性モーメント ($J=ml^2/3$)

m : シーソーの質量

D_θ : シーソーと回転軸の摩擦係数

g : 重力加速度

シミュレーションにおいて使用した各パラメータの値はつぎのとおりである.

$$M=0.02, l=0.3, D_r=0.001, m=1, D_\theta=1.9, g=9.8$$

(2) 閉ループの特性の決定

システムがスライディングモードにあるときの閉ループの特性は制御入力に依存せず, システムと切替面の特性によって決定される^{4),5)}. 切替面の選択はスライディングモードにおいて低次元化されたシステムに対して以下のように決定する.

(28)式はつぎのレギュラーフォーム^{4),6)}で表わすことができる.

$$\frac{dx_{R1}}{dt} = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{R1}, \mathbf{x}_{R2}) \quad (29)$$

$$\frac{dx_{R2}}{dt} = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_{R1}, \mathbf{x}_{R2}) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u} \quad (30)$$

ここで, $\mathbf{x}_{R1}=[r, \theta, \dot{r}]^T$, $\mathbf{x}_{R2}=\dot{\theta}$ である. このとき(13)式で示される入力を用いることにより, システムの状態が切替面に拘束される. スライディングモードにおける動作の方程式は次式となる^{4),10)}.

$$\frac{dx_{R1}}{dt} = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{R1}, \mathbf{x}_{R2}) \quad (31)$$

$$\sigma_a(\mathbf{x}) = \varphi(t) \quad (32)$$

ここで, 切替面を次式のように選択する.

$$S = \{\mathbf{x}_{R1}, \mathbf{x}_{R2} : \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_{R1} + \mathbf{x}_{R2} - \varphi(t) = 0\}, \quad \mathbf{G}_1 = [g_1, g_2, g_3] \quad (33)$$

(32)式を(31)式に代入すると, システムは入力の次数だけ低次元されつぎのようになる^{4),10)}.

$$\frac{d\mathbf{x}_{R1}}{dt} = \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_{R1}, \varphi(t) - \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_{R1}) \quad (34)$$

$$\mathbf{x}_{R2} = \varphi(t) - \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_{R1} \quad (35)$$

スライディングモードにおける閉ループシステムの特性は(34)式より, 行列 $\mathbf{G}_1$ の選択によって決定されるのがわかる. 行列 $\mathbf{G}_1$ の決定のため, (28)式を原点のまわりで線形化したつぎの線形モデルを使用する.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (36)$$

ただし,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -g & -D_r/M & 0 \\ -Mg/J & 0 & 0 & D_\theta/J \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/J \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{R}^4, \mathbf{u} \in \mathbf{R}^1, \text{rank}(\mathbf{B})=1$$

(36)式を非線形モデルと同様にレギュラーフォームで表わすつぎのようになる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{R1} \\ \dot{\mathbf{x}}_{R2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{R1} \\ \mathbf{x}_{R2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} u \quad (37)$$

このとき, 切替面を(33)式のように定義すると, スライディングモードにおけるシステムの動作の方程式はつぎのようになる.

$$\dot{\mathbf{x}}_{R1} = (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12} \mathbf{G}_1) \mathbf{x}_{R1} - \mathbf{A}_{12} \varphi(t) \quad (38)$$

$$\mathbf{x}_{R2} = \varphi(t) - \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_{R1} \quad (39)$$

シミュレーションにおける設計パラメータ $\mathbf{G}=[\mathbf{G}_1, 1]$ は, 低次元化された(38)式のシステムが安定になるよう極配置法によって決定した. また, (38)式より $\mathbf{x}_{R1}$ の最終値を計算すると, $\mathbf{x}_{R1}(\infty)=[\varphi/g_1, 0, 0]^T$ となることから, トラッキング問題を扱うため $\varphi=g_1 r^{ref}$, ただし r^{ref} はマス M の目標位置, としている. これより, 閉ループシステムの安定化は低次元化されたシステムに対して行われるため, システムのすべての情報を必要としない.

以上のことを考慮して, シミュレーションにおいては切替面 S をつぎのように選択した.

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{R1}, \mathbf{x}_{R2} : \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_{R1} + \mathbf{x}_{R2} - \varphi(t) \\ = g_1(r^{ref} - r) + g_2 \theta + g_3 \dot{r} + \dot{\theta} = 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (40)$$

シミュレーションにおいてパラメータ g_i の値は以下のとおりである.

$$g_1 = -3.6735, g_2 = 9.95, g_3 = -3.3166$$

ただし, 応答のシミュレーションにおいては(28)式の非線形モデルを使用している.

(3) シミュレーション結果

Fig. 4に中間層のニューロンの数が15のNNによって構成されるオンライン推定器を使用したときの応答のシミュレーション結果を示す。ネットワークの学習率の値は $\eta=0.1$ とした。また結合係数としきい値は乱数を用いて初期化している。シーソーシステムの各状態の初期値は $r=0.1, \theta=0, \dot{r}=\dot{\theta}=0$ とした。Fig. 4(a)にシーソー上のマスの位置の時間応答を示す。Fig. 4(b)にシーソーの角度の時間応答を示す。またFig. 4(c), (d)にそのときの $Gf(x)$, $GN(x)$ の値と S の値をそれぞれ示す。ただし、Fig. 4(c)の時間軸は0~10秒としている。

Fig. 4(a), (b)より、回転角を制御することにより、シーソー上のマスは目標の位置で安定しているのがわかる。また、50秒の時点で目標位置をステップ状に変化させているが、初期の応答に比べて目標位置への収束が速くなっている。これは、NNによる学習効果と思われる。

Fig. 4(c)よりニューラルネットワークのオンライン推定器によりシーソーシステムの非線形項が非常に速く、かつ精度良く推定されていることがわかる。またFig. 4(c), (d)からNNによる推定値が真値に収束後、理論的に予測されたように各状態が切替面に拘束されスライディングモード状態になっているのがわかる。

つぎに、3.3節で指摘した通常のBPアルゴリズムを使用したときと、本論文で使用するオンライン推定器を使用したときの $GN \rightarrow G(f+d)$ の収束速度を比較したシミュレーション結果をFig. 5に示す。 $f(x)$ として、(28)式で定義された関数を使用している。ただし $d=0$ である。また、入力層に加えるデータ組 x_i , ($i=1, \dots, 4$)として、Fig. 4のシミュレーション(0~10秒)における

データ組 x_i (数値計算の時間きざみ $\Delta t=0.01$ 秒としているため、データ組 x_i , ($i=1, \dots, 4$)は1000組存在する)を使用している。

Fig. 5(a), (b)にオンライン推定器を使用したときの結果を示す。Fig. 5(b)は同(a)の横軸を拡大している。またFig. 5(c)~(e)に通常のBPアルゴリズムを使用したときの結果を示す。ただし、Fig. 5(d), (e)は、それぞれ、同(c), (d)において学習された結合係数を初期値として使用している。これらより、単に $GN \rightarrow G(f+d)$ の近似を行うにはオンライン推定器のほうが収束速度が飛躍的に向上していることがわかる。本アルゴリズムの制御結果が $GN \rightarrow G(f+d)$ の収束速度に大きく依存していることを考えると実用性は十分高いと考える。しかし、つぎに示すシミュレーション結果(Fig. 6)のように非線形性の強い領域や、あるいは初期誤差が非常に大きい場合には初期学習なしでオンライン学習すると、推定がうまく行われる前にシステムが不安定になることがある。このような場合の対策としてはつぎのことが考えられる。

※近似線形モデルを使用して初期学習を行う。

※適用領域を徐々に広げていく。

※目標値の変化をゆるやかにする。

※NNの中間層のニューロン数を増やす。

以上のことを場合により使い分ければよい。

先に指摘したようにFig. 4と同じ初期条件のNNを使用して、システムの初期状態をさらに非線形性の強い領域における値 $r=0.2, \theta=0, \dot{r}=\dot{\theta}=0$ に変更してシ

Fig. 4 Simulation results for Seesaw system ($r(0)=0.1, \theta(0)=0, \dot{\theta}(0)=0, \dot{r}(0)=0$)

Fig. 5 Comparison of convergence rate of a function approximation Gf using an online estimator and a general BP algorithm

Fig. 6 Simulation results for Seesaw system with using a after training ω_{ij} in Fig. 4
($r(0)=0.2$, $\theta(0)=0$, $\dot{\theta}(0)=0$, $\dot{r}(0)=0$)

ミュレーションを行ったところ本システムは不安定となった。そこで、Fig. 4のシミュレーション実行後のNNの結合係数を初期値として使用してシミュレーションを行った。そのときの結果をFig. 6に示す。これより学習後のNNを使用することにより非線形項の影響が非常に強い領域においても本アルゴリズムが有効に動作することがわかった。

最後に、システムの動特性変動に対するロバスト性の確認のため、摩擦係数 D_θ , D_r を時変((28)式において、 $D_\theta \rightarrow D_\theta \cdot \cos(\pi/t \cdot 10)$, $D_r \rightarrow D_r \cdot \cos(\pi/t \cdot 10)$)とした場合のシミュレーション結果をFig. 7に示す。使用したオンライン推定器におけるNNの初期条件はFig. 4と同じであり初期学習は行っていない。目標値として、2次系($\omega_n=1$, $\xi=1$)のステップ応答を使用している。Fig. 7より動特性変動がある場合においてもシーソー上のマスは目標値によく追従していることがわかる。

以上のシミュレーション結果から、未知外乱やパラメータ変動を有するシステムに対してNNを使用することによりロバスト性の高い連続的な制御入力によるSMCが構成できることが確認できた。本アルゴリズムはシステムの次数が既知であれば適用可能であり、さらに、非線形性が強い、あるいはパラメータ変動が大きい場合に対してもシステムの大まかな動特性(たとえばパラメータ値が大まかに把握できる線形モデルが作成可能であること)の把握が可能であれば事前学習により適用することができる。また、切替面 S の設計については従来のSMCと同様の試行錯誤が必要である。

Fig. 7 Simulation results for Seesaw system with time variant parameters
($r(0)=0.2$, $\theta(0)=0$, $\dot{\theta}(0)=0$, $\dot{r}(0)=0$)

4. 結 言

本論文では以下のことが明らかになった。

- (1) 設計パラメータ G を含む学習アルゴリズムによるオンライン推定器を用いることでシステムの非線形項、および未知外乱を含む等価入力の一部をオンラインで非常に速く、かつ正確に推定することができる。
- (2) 推定されたシステムの非線形項をもとに、入力に関して線形である非線形システムに対して、チャタリングの影響を抑えるスライディングモードの連続的な制御入力を構成することができる。また、NNによる推定値が真値に収束すると、本アルゴリズムのスライディングモードにおける動作の方程式は従来のSMCのものと一致する。
- (3) シーソーシステムのような高次の不安定非線形システムについても、システムの次数が既知であれば、システムの動特性についての十分な事前情報が得られない場合でも、本アルゴリズムを使用することにより連続的な制御入力によるSMCを構成することができる。

参 考 文 献

- 1) R. P. Paul: Robot Manipulators, MIT Press (1981)
- 2) K. Ohnishi: Advanced Motion Control in Robotics, Proc. IEEE IECON'89, 348/353, Philadelphia (1989)
- 3) K. Simura, M. Sugai and Y. Hori: A Novel Robot Motion Control Based on Decentralized Robust Servomechanism for Each Joint, Proc. IECON'91, 2 (1991) Japan
- 4) V. I. Utkin: Sliding Modes in Control and Optimization, Springer-Verlag (1992)
- 5) B. Drazhenovic: The Invariance Conditions in Variable Structure Systems, Automatica, 5, 287/295, Pergamon Press (1969)
- 6) A. G. Luk'yanov and V. I. Utkin: Method of Reducing Equations for Dynamics Systems to a Regular Form, Automation and Remote Control, 43-4, 413/420 (1981)
- 7) J. J. Slotine and S. S. Shastri: Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces, with Appli-

cation to Robot Manipulators, Int. J. Contr., 38-2, 465/492 (1983)

- 8) Z. Fengxi and D. G. Fisher : Continuous Sliding Mode Control, Int. J. Control, 55-2, 313/327 (1992)
- 9) K. Furuta : Sliding Mode Control of a Discrete System, System and Control Letters, 14-2, 145/152 (1990)
- 10) A. Šabanovic, K. Wada and N. Šabanovic : Chattering Free Sliding Modes, Proc. of the 32nd SICE Annual Conference, 1099/1102 (1993)
- 11) 小郷, 美多 : システム制御理論入門, 16/17, 実教出版

Asif ŠABANOVIĆ

1979年, ユーゴスラビヤ, サラエボ大学にて Ph.D を取得. 71 年サラエボ大学電気工学科助手, 同講師, 助教授を経て 85 年同教授, 現在に至る. その間, 84~85 年カリフォルニア工科大学客員教授, 91~92 年慶應義塾大学理工学部電気工学科日立寄付講座教授, 92~93 年山口大学機械工学科教授, 93 年トルコ, マルマラ研究所 CAD/CAM 部門主任, VSS 理論, モーションコントロールの研究に従事.

[著 者 紹 介]

森 岡 弘 (正会員)

1987 年, 山口大学工学研究科修士課程修了, 同年三菱電機(株)勤務. 90~92 年宇部興産(株)勤務. 92 年宇部工業高等専門学校機械工学科講師となり, 現在に至る. スライディングモード制御の研究に従事, 日本機械学会の会員.

Karel JEZERNÍK

1976 年, スロベニア, リュブリアナ大学にて Ph.D を取得. 76~78 年イラスクオートマチック社勤務. 78 年スロベニア大学電気工学科助手, 講師を経て現在同教授. パワーエレクトロニクス, ロボット制御の研究に従事.

和 田 憲 造 (正会員)

1969 年, 山口大学生産機械工学科卒業, 同年安立電気(株)入社. 77 年山口大学生産機械工学科助手, 講師, 助教授を経て, 94 年機械工学科教授, 現在に至る. VSS, 粉粒体のプロセス制御などの研究に従事. 日本機械学会の会員(工学博士).