ループ整形設計手法を用いた修正繰返し制御系の設計†

金子 修*・川谷 亮 治*

A Synthesis of Modified Repetitive Control System Using the Loop Shaping Design Procedure

Osamu KANEKO* and Ryoji KAWATANI*

A servo system for any periodical signal can be realized based on the so-called repetitive control system. If a controlled plant has no direct path, the modified repetitive control system which includes a lowpass filter to assure the internal stability, is usually used. As a selection of the lowpass filter is constrained by a gain characteristic of sensitivity function, the sensitivity function must be shaped corresponding to a lowpass filter selected from a standpoint of performance. In this paper, we propose a new synthesis of repetitive control system using the Loop shaping design procedure. This procedure is one of method that can shape the sensitivity function as expected. Furthermore, a pre-controller designed by this procedure has a structure of state feedback plus full state observer. In a case that plant is of high order, this feature makes a synthesis easy. We consider a periodical disturbance reduction problem in a plate temperature control system and confirm the validity of our method in both simulation and experiment.

Key Words: repetitive control, loop shaping design procedure, disturbance reduction, temperature control

1. 序 論

1.1 はじめに

周期的な外生信号に対する目標値追従特性, 外乱除去特性を高めることを主眼としたサーボ系として繰返し制御系が提案されている^{1)~4)}. 制御対象が直達成分をもたないときには, 内部モデルとなるむだ時間のフィードバックループにローパスフィルタを挿入した修正繰返し制御系の形が採用される (Fig. 1). この制御系においてローパスフィルタ $F(s)$ の帯域を広げることができれば, 制御性能の向上が期待される. しかし, 安定性の立場から, このときのローパスフィルタ $F(s)$ の周波数特性は, ある条件 ($a(s)=I$) のもとでは感度関数 $S(s)$ ($\triangleq (I + G(s)K(s))^{-1}$) から制約を受ける. そのため, 所望の周波数特性をもつローパスフィルタ $F(s)$ を選定したいとき, 感度関数 $S(s)$ を整形する必要が生じる. 一方, Fig. 1 における前置補償器 $K(s)$ の設計において, ほとんどの

制御対象が状態量すべてを観測することはできないので, オブザーバを用いて状態量を推定しなければならない. 一般にオブザーバの設計には明確な指針はなく, 特に状態量の多い系ではその設計に多くの労力と経験を要する. よって, オブザーバの構造をもつ動的補償器が設計されるならば, それは設計者の負担軽減の意味で非常に有益である.

以上の点より, 本論文ではつぎに示す二つの目的を達成する前置補償器の設計法としてループ整形設計手法 (Loop Shaping Design Procedure; 以下 LSDP と称する)^{5),6)} の適用を提案する.

1. 所望の周波数特性をもつローパスフィルタを選定するための感度関数の整形
2. 前置補償器が状態フィードバック + オブザーバの

Fig. 1 Modified repetitive control system

† 第 33 回計測自動制御学会学術講演会で発表 (1994・7)

* 長岡技術科学大学 長岡市上富岡町 1603-1

* Nagaoka University of Technology, Nagaoka
(Received May 2, 1994)

(Revised December 1, 1994)

構造を有する

対象として、多入出力(Multi Input Multi Output; 以下MIMOと称する)集中容量系と近似した平板の温度制御を一例とする。そして、設定温度に保たれた平板における周期外乱の除去問題を取り上げ、設計手順、数値シミュレーション、実験結果を示すことにより、本論文で提案した設計法の有効性を検証する。

本論文の構成はつぎのとおりである、まず第2章では本論文で扱われる制御対象と印加外乱に関する概説を行う。第3章ではLSDPを用いた繰返し制御系の設計について述べる。第4章では、第3章で述べた設計の有効性を示すために、第2章の制御対象に対して周期的外乱除去を目的とした繰返し制御系の設計ならびに実験を行い、それらの結果を示す。第5章では本論文で得られた結論を述べる。

1.2 記号一覧

本論文で扱う記号を示す。

I_n : $n \times n$ の単位行列

RH_∞ : プロパーかつ安定な実有理伝達行列の集合

L_2 : 2乗可積分な関数の集合

$\bar{\sigma}(G)$: 伝達行列 G の最大特異値

$\underline{\sigma}(G)$: 伝達行列 G の最小特異値

$\|G\|_\infty$: 伝達行列 G の H_∞ のノルム

2. 制御対象と印加外乱

2.1 制御対象

本論文ではFig. 2に示すアルミニウム平板を対象として、外乱印加時においてもその温度を設定温度(80°C)に保つことを制御目的とする。その制御系の構成をFig. 3(a)に示す。

制御系における信号の流れは以下のとおりである。まず、センサであるサーミスタ(芝浦電子(株)PTS 25 E2-S1)から得られた温度変動の情報をA/D変換ボードを介して計算機に取り込む。計算機内で制御則に基づき操作量を計算した後、D/A変換ボードから電圧信号として出力する。その信号は、PWMコンバータによりパルス幅変調されてから、ヒータ(京セラ(株)FJF-110)に電力が供給される。供給された電力はヒータにより熱として平板に供給され、平板の温度がその供給熱量により制御される。なお、本実験でのサンプリングタイムはPWMコンバータの制約からすべて0.2[sec]とし、操作量の上限は10[V]、下限は0[V]とする。

つぎにモデリングについて述べる。本対象は分布定数系であるが、本論文では平板を均等に3分割して、それぞれを集中容量系で近似する(Fig. 3(b))。各要素にはFig. 3(a)に示すようにヒータとサーミスタが1対取り

Fig. 2 Controlled aluminium plate

(a) Schematic diagram of experimental equipment

These elements are approximated as the lumped capacity system.

(b) Division of the plate

Fig. 3 Experimental equipment

Fig. 4 Step response of G_{CB}

Table 1 Parameters of transfer matrix G

$$G_{ij} = \frac{k_{ij}}{s^2 + a_{ij}s + b_{ij}}$$

i	j	a_{ij}	b_{ij}	k_{ij}
A	A	0.105	6.0×10^{-4}	7.5×10^{-3}
A	B	3.5×10^{-2}	8.0×10^{-5}	8.0×10^{-4}
A	C	5.0×10^{-3}	1.5×10^{-5}	1.0×10^{-4}
B	A	1.12×10^{-2}	2.5×10^{-5}	2.5×10^{-4}
B	B	0.10	3.0×10^{-4}	3.5×10^{-3}
B	C	1.6×10^{-2}	4.0×10^{-5}	3.5×10^{-4}
C	A	5.0×10^{-3}	1.5×10^{-5}	9.5×10^{-5}
C	B	2.1×10^{-2}	5.0×10^{-5}	4.5×10^{-4}
C	C	0.17	1.1×10^{-3}	1.4×10^{-2}

Fig. 5 Singular values of the plant G

付けられている。各要素の間には熱伝導による相互干渉が存在するので、本対象の入出力関係は次式に示す 3×3 の伝達行列で与えられる。

$$\begin{bmatrix} y_A \\ y_B \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{AA} & G_{AB} & G_{AC} \\ G_{BA} & G_{BB} & G_{BC} \\ G_{CA} & G_{CB} & G_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 y_i ($i=A, B, C$) は要素 A, B, C からのセンサ出力、 u_i ($i=A, B, C$) は要素 A, B, C に取り付けられた PWM コンバータへの入力電圧である。式中の各伝達関数の同定は 2 次遅れ系と近似してステップ応答のカーブフィッティングにより行った。その一例として干渉に関する伝達関数 G_{CB} の応答を Fig. 4 に示す。また、このようにして得られたモデルを Table 1 に、そのモデルに対する特異値線図を Fig. 5 に示す。

2.2 印加外乱

外乱周期を 400 [sec] と設定し、各要素ごとに振幅の異なる方形波状の負の電圧外乱を入力端に印加する。印加外乱電圧は以下のとおりである。

- ・要素 A …… -0.6 [V]
- ・要素 B …… -0.5 [V]
- ・要素 C …… -0.4 [V]

この外乱の時間的挙動を Fig. 6 に示す。なお、このような方形波外乱を採用する理由は、(1) 設定温度に保たれた平板に対して要素 A 側からの風による外乱を印加した状況を想定したこと、(2) 周期外乱の中で条件の厳しい外乱を印加することでそのほかの一般に考えられる周期外乱に対する除去性能の保証を得るため、の 2 点にある。

3. LSDP を用いた繰返し制御系の設計

3.1 繰返し制御系

繰返し制御系とは、1 周期前の偏差情報を利用することにより、周期が既知の目標入力に高精度に追従、あるいは周期が既知の外乱の漸近的除去をめざすサーボ系で

Fig. 6 Periodical disturbance

ある。本論文では(1)式で与えられるモデルが直達成分をもたないことから、Fig. 1 に示した修正繰返し制御系(以後、本論文では単に繰返し制御系と呼ぶ)の構成を検討する。

Fig. 1 の制御系の安定性については、スモールゲイン定理に基づいて以下の定理が導かれている^{2),3)}。

《定理》 Fig. 1 の繰返し制御系において $G(s)$ と $K(s)$ の間に不安定な極零相殺がないものとする。このとき

$$1. (I + a(s)G(s)K(s))^{-1} \in RH_{\infty} \quad (2)$$

$$2. \|F(s)[(I + a(s)G(s)K(s))^{-1} (I + (a(s)I - I)G(s)K(s))]\|_{\infty} < 1 \quad (3)$$

が成立するならば、制御系は指数漸近安定であり、任意の L_2 に属する周期 L の外生入力に対して偏差 $e(t)$ は常に有界となる。特に $F(s)=I$ に対してこの条件が成立するならば、偏差 $e(t)$ は指数的に 0 に漸近する。■

定理において $a(s)=I$ のときは、(2)式、(3)式の条件は次式となる。

$$1. S(s) = (I + G(s)K(s))^{-1} \in RH_{\infty} \quad (4)$$

$$2. \bar{\sigma}(F(s)) < \underline{\sigma}(S(s)^{-1}) \quad \forall s = j\omega \quad (5)$$

(5)式よりローパスフィルタ $F(s)$ の最大特異値が感度関数 $S(s)$ の逆行列の最小特異値から制約を受けていることから、ローパスフィルタ $F(s)$ の選定に感度関数 $S(s)$ の周波数特性が密接に関わっていることがわかる。

3.2 LSDP

LSDP は正規化左既約因子に対するロバスト安定化問題⁹⁾を基礎としており、設計者の要求を適切な周波数重み伝達行列で表現し、それを利用して要求を満たす安定化補償器を設計する方法である^{5),6)}。設計は Fig. 7(a) に示すように設計モデル G を重み伝達行列 W_1, W_2 により拡大し、(6)式で表わされる四つの閉ループ伝達関数からなる評価関数を最小にする H_{∞} 制御問題を解くことにより行う。ただし、このときの重み W_1, W_2 は設計モデルの不安定な極を相殺しないように選定しなければならない。

Fig. 7 Loop shaping design procedure

$$\left\| \begin{bmatrix} I \\ K_s \end{bmatrix} (I + G_s K_s)^{-1} \begin{bmatrix} I & G_s \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (6)$$

ここで、 $G_s = W_2 G W_1$ である。またこの問題に対して設計された補償器 K_s は Fig. 7(b) に示すように $K = W_1 K_s W_2$ として実装する。

ところで、(6)式のノルム条件式からつぎの不等式を導くことができる⁹⁾。

$$\bar{\sigma}((I + GK)^{-1}) \leq \gamma \left(\frac{1}{1 + \bar{\sigma}^2(G_s)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{\sigma}(W_2)}{\underline{\sigma}(W_2)} \quad (7)$$

ここでは感度関数のみを示したが、ほかの三つの伝達行列についても同様な不等式を導くことができる。これらの不等式条件は、閉ループ伝達行列の最大特異値が重み W_1, W_2 により直接整形できることを意味している。つまり、この重みに設計者の周波数領域上での要求を含ませることにより所望の閉ループ特性が得られる。

LSDP の特長を以下に示す。

1. 一つの閉ループ伝達関数(たとえば感度関数)のみに関する周波数領域上での指標を利用して適切な安定化補償器が設計できる。
2. 評価関数の最適値($\gamma_{\min}$)を繰り返し計算することなく確実に求めることができる。
3. G あるいは G_s が虚軸上に極をもつ場合も容易に設計できる。
4. 安定化補償器が状態フィードバック+オブザーバの構造をもつ。

3.3 LSDP と繰返し制御系

先述の繰返し制御系において周期的な外生信号に対する制御性能を向上させるためには、ローパスフィルタ $F(s)$ の帯域を広げればよい。しかし、ローパスフィルタ $F(s)$ は安定条件(5)式を満足するように選定しなければならない。設計手順として、繰返し制御系を考慮せず

に前置補償器 $K(s)$ を設計し、つぎにローパスフィルタ $F(s)$ を選定する場合を考えると、感度関数 $S(s)$ による制約から、周期的外生信号に対する制御性能を支配するローパスフィルタ $F(s)$ の選定の自由度が狭められることになる。そして、それが原因となり制御性能の向上が望めない場合が生じることがある。一方、繰返し制御系を考慮して、所望の周波数特性に近いローパスフィルタを選定するために前置補償器 $K(s)$ を設計し、その後でローパスフィルタ $F(s)$ を選定する、という方針で設計をすすめることを考えると、ローパスフィルタのための所望の感度整形さえできれば、希望する制御性能の向上が得られる。つまり、外生信号のモードを多く含み、安定条件(5)式を満足するようなローパスフィルタ $F(s)$ を選定するために、感度関数(の逆関数)を適切に整形すればよい。

また、一般に補償器を設計する際に合理的に状態フィードバックゲインを設計しても、オブザーバに関する明確な設計指針がないことが多い。特に状態量の多い系では、オブザーバの設計に非常に多くの労力と経験を要することになり、設計者の負担が増大する。しかし、LSDP をはじめとした H_{∞} 制御理論により設計された安定化補償器は、状態フィードバック+全状態オブザーバの構造をもつ動的補償器が設計されるので、設計者の負担の軽減の意味で大きな利点があるといえる。

4. 制御系設計および実験

先述の制御対象に対して、具体的に LSDP を用いた繰返し制御系の設計を行う。制御系設計の前に、開ループ系に対して前述の方形波外乱(Fig. 6 参照)を印加したときの温度応答のシミュレーション結果を Fig. 8 に示す。Fig. 6 からわかるように印加外乱には直流周波数成分が含まれているので外乱印加後 1600 [sec] で温度が 70 [°C] 程度まで低下していることがわかる。

設計パラメータについてはつぎのような設定を行う。

Fig. 8 Open loop response of periodical disturbance

まず Fig. 1 の直達項は $a(s)=I_3$ とする。そして、設計の簡便さを考慮して、 $W_2(s)=I_3$ とし、 $W_1(s)$ ならびに $F(s)$ はそれぞれ $w_1(s)$, $f(s)$ を対角成分とする対角行列とする。

なお、この章で設計された補償器は 0 次ホールドにより離散化することで計算機へ実装する。

4.1 繰返し制御系を考慮しない感度整形をした場合

まず、設定温度に保つ必要性から、前置補償器 $K(s)$ に積分特性をもたせなければならない。一方、2 章で同定したモデルのもつ不確かさの影響により感度低減帯域の上限が約 8.5×10^{-2} [rad/sec] であることが実験的に確認された。以上の点から次式で表わされる重みを用いて前置補償器 $K(s)$ を設計する。

$$w_1 = \frac{0.1}{s} \quad (8)$$

この重み $w_1(s)$ のゲイン特性、設計された補償器 $K(s)$ のゲイン特性、ならびに感度関数 $S(s)$ の最大特異値線図をそれぞれ Fig. 9(a)~(c) に示す。なお、安定条件 (4) 式は、(6) 式で表わされる閉ループ系に対する安定化補償器を設計していることから、この時点ですでに満たされている。

(1) Case 1

安定条件 (5) 式を満足するように、次式で表わされるローパスフィルタを選定した。

$$f(s) = \frac{1}{35s+1} \quad (9)$$

このときの感度関数とローパスフィルタの周波数特性を Fig. 10 に示す。

つぎに繰返し制御系を構成し、先述の周期外乱を印加したときの温度応答と入力電圧のシミュレーション結果を要素 A のみについて Fig. 11(a), (b) に示す。図より応答は安定しているものの、繰返し制御による外乱除去性能はほとんどない。この最大の理由は、ローパスフィルタのカットオフ周波数が低いことにある。いま考えている外乱周期は 400 [sec] であり、その方形波をフーリエ級数展開したとき、その周期外乱に含まれる周波数成分はつぎのようになる。

$$\frac{2n\pi}{L} = 0, 1.57 \times 10^{-2}, 3.14 \times 10^{-2}, \dots [\text{rad/sec}] \quad (L=400) \quad (10)$$

一方、ローパスフィルタのカットオフ周波数は 2.86×10^{-2} [rad/sec] であり、内部モデルとして追従できる外乱のモードが直流成分を含めても高々二つである。外乱周波数成分を温度応答に現れないようにするには、修正繰返し制御系のローパスフィルタの導入の背景より、このローパスフィルタのカットオフ周波数を高くすればよ

(a) Weighting function

(b) Pre-controller

(c) Sensitivity function

Fig. 9 Frequency characteristics

Fig. 10 Frequency characteristics of sensitivity function and lowpass filters

(a) Temperature

(b) Input voltage

Fig. 11 Simulation results of Case 1 (element A)

(a) Temperature

(b) Input voltage

Fig. 12 Simulation results of Case 2 (element A)

いが、それでは感度関数の周波数特性から(5)式を満足できず安定性が保証されない。

(2) Case 2

そこで、安定条件(5)式を満足するとともに帯域を広げることができるように、(9)式と比べて低いゲインをもつ次式のローパスフィルタを選定した。

$$f(s) = \frac{0.4}{0.1s + 1} \quad (11)$$

このときの感度関数とローパスフィルタの周波数特性をFig. 10に示す。

これに対してCase 1と同様に繰返し制御系を構成し、先述の周期外乱を印加したときの温度応答と入力電圧のシミュレーション結果を要素AのみについてFig. 12(a), (b)に示す。この場合も外乱除去性能はほとんどない。原因としては、ローパスフィルタのゲイン特性が先の外乱モードを含む周波数帯域で低すぎることが考えられる。

4.2 繰返し制御系を考慮した感度整形をした場合

4.1節での問題点を回避する一つの方法として感度関数のゲイン特性に対応させてローパスフィルタを選定することが考えられるが、それではローパスフィルタが高次になり実装を考えると好ましくない。そこで、外乱除

去性能の立場から所望の周波数特性をもつローパスフィルタ、具体的には帯域が広く、かつ、外乱モードが問題になる周波数帯域でそのゲイン特性が0 [dB]に近い低次の遅れ系で構成されるローパスフィルタ、を選定しそれに対応してLSDPを用いた感度関数の整形を試みる。

4.1節の設計では、感度関数がほぼ0.1 [rad/sec]付近でピーク特性をもつことから、この周波数におけるピーク値の低減を考える。そして、4.1節での感度整形と同様に、1型のサーボ系であることの要求と、感度低減の要求から次式で表わされるような重みを採用する。

$$w_1(s) = \frac{s^2 + 50s + 2}{s(s + 30)} \quad (12)$$

この重み $w_1(s)$ のゲイン特性、設計された補償器 $K(s)$ のゲイン特性、ならびに感度関数 $S(s)$ の最大特異値線図をFig. 13(a)~(c)に示す。Fig. 9(c)とFig. 13(c)と比較すると感度低減の帯域をほぼ保ったままで、そのピークゲイン値を6.2 [dB]から2.8 [dB]へ低減できていることがわかる。なお、ここでも安定条件(4)式は、先と同様にすでに満たされている。この感度関数に対して、安定条件(5)式を満足するように、次式で表わされるローパスフィルタを選定した。

(a) Weighting function

(b) Pre-controller

(c) Sensitivity function

Fig. 13 Frequency characteristics

$$f(s) = \frac{0.7}{0.1s + 1} \quad (13)$$

このときの感度関数とローパスフィルタの周波数特性を Fig. 14 に示す。

以上のように設計された前置補償器とローパスフィルタを用いて周期的外乱印加実験を行った。各要素 A, B, C の温度応答の実験結果とシミュレーション結果を Fig. 15 に示す。結果は良好であり、第一波では温度低下が 0.4 [°C] であるが、第二波以降は温度低下が 0.2 [°C] 以内に抑えられている。また各要素 A, B, C に対する操

Fig. 14 Frequency characteristics of sensitivity function and lowpass filter

(a) Element A

(b) Element B

(c) Element C

Fig. 15 Temperature response in simulation and experiment

(a) Element A

(b) Element B

(c) Element C

Fig. 16 Input voltage in simulation and experiment

作量の実験結果とシミュレーション結果をそれぞれ Fig. 16 に示すが、目立った振動現象もなく、また上限 10 [V]、下限 0 [V] を越すことなく良好な結果が得られている。また、フィルタは 0 [rad/sec] で 0 [dB] 未満なので周期的外乱のもつ直流成分は除去できないが、その代わりに前置補償器に積分特性をもたせているので温度応答に外乱の直流成分が現れていない。

なお、本論文では議論しなかったが、ローパスフィルタを適切に設計した後、本論文で提案した設計法に基づいて前置補償器を設計することで、周期的外乱の影響をさらに低減する制御系の設計が可能である。

5. 結 論

本論文では、繰返し制御系の一設計法として、LSDP の適用を提案し、その有効性を平板の温度制御実験および数値シミュレーションをとおして検証した。本設計法は、以下の特長をもつ。

1. 所望のローパスフィルタの特性を考慮した感度整形を定量的かつ容易に行える。
2. ローパスフィルタに直流成分の内部モデルがなくとも、1 型のサーボ系を容易に設計できることにより、直流成分も除去できる。
3. オプザバ構造をもつ動的補償器が設計される。

また、MIMO 系への繰返し制御系の適用例、特に、プロセス制御系の適用の報告数は少ないので、本論文での一連の結果はその方面への適用可能性に十分寄与するものと考えられる。

参 考 文 献

- 1) 井上, 中野, 久保, 松本, 馬場: 陽子シンクロトロン電磁石電源の繰返し運転における高精度制御, 電気学会論文集, C 100, 234/240 (1980)
- 2) 中野, 井上, 山本, 原: 繰返し制御, 計測自動制御学会学術図書 (1989)
- 3) 原 辰次: 繰返し制御, 計測と制御, 25-12, 1111/1119 (1986)
- 4) 小俣, 原, 井上: 繰返し制御の多変数系への拡張, 計測自動制御学会論文集, 20-9, 795/800 (1984)
- 5) 川谷亮治: ループ整形手法を用いたロバスト制御系の設計, システム/制御/情報, 36-12, 776/783 (1992)
- 6) D. C. McFarlane and K. Glover: Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Description, Lecture Notes in Control and Information Sciences 138, Springer-Verlag (1990)

[著 者 紹 介]

金子 修 (正会員)

1994 年, 長岡技術科学大学大学院工学研究科修士課程創造設計工学専攻修了。同年 (株) 石川島システムテクノロジー入社。現在, プロセス制御系の設計, 開発に従事。日本機械学会の会員。

川谷 亮 治 (正会員)

1984 年, 大阪大学大学院工学研究科博士課程後期修了。同年同大学工学部助手, 90 年同講師を経て, 91 年長岡技術科学大学工学部機械系助教授, 現在に至る。ロバスト制御の機械システムへの応用に関する研究に従事。システム制御情報学会などの会員 (工学博士)。