予測誤差法に基づく閉ループ同定と

2自由度補償器の結合化設計†

岡田 昌史*・杉江 俊治*

Joint Design of Two-Degree-Of-Freedom Controller and Closed Loop Identification Based on Prediction Error Method

Masafumi OKADA* and Toshiharu SUGIE*

In this paper, we give a new method of joint design of control and closed loop identification. Here we adopt the two-degree-of-freedom control system structure in order to obtain both good command response and satisfactory disturbance rejection property. Based on the prediction error method and appropriate choice of the identification objective, we show how to choose an weighting function for identification, which reflects the control objective and is suitable for two-degree-of-freedom control systems. In addition, we show a numerical example to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key Words: closed loop identification, prediction error method, two-degree-of-freedom control, joint design of control and identification

1. はじめに

近年、補償器と同定の結合設計が注目されている^{1),2)}. この方法は同定のための評価と補償器設計のための評価を関連づけ、これらを繰り返すことで目標の閉ループ系を定式化した評価指標を小さくするものであり、その有効性も検証されている³⁾⁻⁷⁾. 中でも Schrama らは閉ループ同定問題を予測誤差同定問題に帰着させ、その周波数重みに対する検討を行い⁴⁾, また Hansen らによって提案されている既約分解に基づく閉ループ同定法⁵⁾と H_∞ 制御則を結びつける方法を提案している⁶⁾. しかし、前者では閉ループ同定のフィルタとして同定対象の推定値を事前に必要とし、また、不安定システムへの適用は難しい場合があるといった問題点が残る. 後者では、特に補償器の構造が複雑な場合には同定対象および同定されたモデルの次数が膨大になり、数値的悪条件に陥りやすい

といった問題点がある. このことから、同定対象としては制御対象そのものにかぎらず設計仕様にあった、同定しやすい形に変形するといった工夫も必要と考えられる.

一方、筆者らはこれまでに補償器設計を中心とした立場から、2自由度制御系に注目し閉ループ系の誤差を同定対象とすること、閉ループ系全体を制御対象とすることにより、収束性を考慮に入れた設計法を提案し⁸⁾, 目標値追従性において良好な結果を得ている. しかし、この方法は補償器の次数が膨大になることや、同定に対する考察がやや不十分といった問題点が残っている.

そこで本論文では、結合設計の観点から閉ループ同定の立場に重点をおき、設計仕様を反映し同定が容易に行えるように、同定対象を制御対象それ自体に限定せず適切な形に変形することを提案する. また、特に2自由度制御系の立場からその同定・設計法を提案し、2自由度補償器の構造の利点を生かし設計仕様に合致した同定法の設計(同定モデルの入力・出力の導出)および同定のための周波数重みの設計を行い、数値実験によってその有効性を確かめる.

なお、本論文では1入力1出力系を考察の対象とし、

† 第24回制御理論シンポジウムで発表(1995・6)

* 京都大学工学部 宇治市五ヶ庄

* Faculty of Engineering, Kyoto University, Uji
(Received June 19, 1995)
(Revised September 4, 1995)

q はシフトオペレータを表わしている。また、同定実験においては雑音はすべて制御対象の入力端に加わるものを考える。

2. 問題とその解法

2.1 問題設定

本論文では、

$$y_p(t) = P(s)\{u(t) + W(s)w(t)\} \quad (1)$$

で表わされる制御対象 $P(s)$ の出力 $y_p(t)$ が希望モデル $G_m(s)r(t)$ ($r(t)$ はある特定の目標値関数) に近い応答を実現させることを考える。ここで、 $u(t)$ は制御入力、 $w(t)$ は平均 0 分散 σ^2 の白色雑音で $P(s)$ の入力端に加わるものを考える。また、 $W(s)$ はノイズモデルでこれは既知とし、 $w(t)$ と $r(t)$ には相関がないものとする。ただし、伝達関数が $G_m(s)$ のシステムに時間関数 $r(t)$ が入力された場合の出力 $y_c(t)$ を

$$y_c(t) = G_m(s)r(t) \quad (2)$$

と表わし、以下この表現形式を用いる。このことから評価指標を次式のように設定し、

$$J_\theta = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \{y_p(t) - G_m(s)r(t)\}^2 dt \quad (3)$$

これを小さくすることを目的とする。ここで、つぎの仮定を設ける。

【仮定 1】制御対象 $P(s)$ に対しそのモデル $P_m(s)$ が与えられており、両者の不安定零点・不安定極、相対次数は一致する。

【仮定 2】応答の希望モデル $G_m(s)$ が与えられており、これは $P(s)$ の不安定零点を保存する。また、 $P_m^{-1}G_m$ はプロパーであるとする。

【仮定 3】 $P(s)$ 、 $P_m(s)$ 共に安定化する補償器 $K_b(s)$ が

$$K_b(s) = \arg \min_K J_c(P_m(s), K(s)) \quad (4)$$

$$J_c = \left\| \frac{P_m(s)}{1 + P_m(s)K(s)} W_c(s) \right\|_2^2 \quad (5)$$

より設計可能である。ただし、 $W_c(s)$ は設計者が定めた周波数重みである。

2.2 解法の基本方針

J_θ を小さくするために、まず、Fig. 1 の 2 自由度制御系¹¹⁾を考える。この閉ループ系の応答は、

Fig. 1 Two-degree-of-freedom control system

$$K_f(s) = \begin{bmatrix} P_m^{-1}(s)G_m(s) \\ G_m(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

とし、(4)式の $K_b(s)$ を用いることで、

$$y_p(t) = \frac{PP_m^{-1} + PK_b}{1 + PK_b} G_m r(t) + \frac{P}{1 + PK_b} W w(t) \quad (7)$$

となる。ただし、 $\cdot(s)$ は表記の簡略化のため省略した。ここで、

$$P(s) = \Delta(s)P_m(s) \quad (8)$$

の表記を導入する。この表現により仮定から Δ は最小位相かつパイロパワナなシステムになりその同定が容易になるばかりでなく、すべての表記を簡単にし、後述の同定における周波数重みの決定が明確化・簡略化される。また、2 自由度制御系の利点を生かした同定が可能となる。詳細は 3 章で述べる。さて、(8)式の表現を用いると(7)式は

$$y_p(t) = \frac{\Delta + \Delta P_m K_b}{1 + \Delta P_m K_b} G_m r(t) + \frac{\Delta P_m}{1 + \Delta P_m K_b} W w(t) \quad (9)$$

となり、

$$J_\theta = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left\{ \frac{\Delta - 1}{1 + PK_b} G_m r(t) + \frac{P}{1 + PK_b} W w(t) \right\}^2 dt \quad (10)$$

となる。そこで、フィードフォワード補償器によって(10)式の目標値 $r(t)$ に関する積分項を、フィードバック補償器によって外乱 $w(t)$ に関する積分項を小さくすることで、全体として J_θ を小さくすることを考える。まず、補償器の設計手順を示す。本設計法では $P(s)$ と $P_m(s)$ が与えられている状況から出発し、実験によるモデルの再同定と補償器の再設計を繰り返すことで、(3)式の J_θ を小さくすることをめざす。

【Step 1】はじめのモデル $P_m(s)$ を $P_{m0}(s)$ とする。

【Step 2】次式より K_{b0} 、 K_{f0} を設計する。

$$K_{b0} = \arg \min_K J_c(P_{m0}, K) \quad (11)$$

$$K_{f0} = \begin{bmatrix} P_{m0}^{-1} G_m \\ G_m \end{bmatrix} \quad (12)$$

【Step 3】つぎに、

$$P(s) = \Delta_0(s)P_{m0}(s) \quad (13)$$

となる $\Delta_0(s)$ を $\hat{\Delta}_0(s)$ として同定する。

【Step 4】 $P_{m1}(s) = \hat{\Delta}_0(s)P_{m0}(s)$ とモデルを更新して

Step 2 に戻り同様の手順を繰り返す。

ここで、 i 回目の繰返しによって得られたモデル P_{mi} により設計された補償器

$$K_{bi} = \arg \min_K J_c(P_{mi}, K) \quad (14)$$

$$K_{fi} = \begin{bmatrix} P_{mi}^{-1} G_m \\ G_m \end{bmatrix} \quad (15)$$

は、つぎの繰返しでは、得られた $\hat{A}_i$ を用いて

$$\begin{aligned} K_{b(i+1)} &= \arg \min_K J_c(P_{m(i+1)}, K) \\ &= \arg \min_K J_c(\hat{A}_i P_{mi}, K) \end{aligned} \quad (16)$$

$$K_{f(i+1)} = \begin{bmatrix} P_{m(i+1)}^{-1} G_m \\ G_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_i P_{mi}^{-1} G_m \\ G_m \end{bmatrix} \quad (17)$$

と更新される。つまり、 $\hat{A}_i$ はそのままフィードフォワード補償器となる一方、フィードバック補償器設計のためのモデルとなる。これにより Step 3 における $\hat{A}$ の同定ではフィードフォワード・フィードバック補償器の2つの観点からの考察が必要となる。次章では、Step 3 における $\hat{A}$ の同定について述べる。

3. 同定法

本章では2章の $\hat{A}(s)$ の同定についてモデルの設定、周波数重み、入力信号について述べる。

3.1 予測誤差法

本論文では $\hat{A}(s)$ の同定に予測誤差法¹⁰⁾を用いる。まず、予測誤差法について略説する。なお、連続時間システムの同定は困難であるため同定においては離散時間システムを取り扱う。実際のシステムが

$$y[kT] = \Delta^d[q]u[kT] + \mathcal{H}[q]w[kT], \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

として表わせるものとする。ただし、 T はサンプリング周期、 $y[kT]$ は観測出力、 $u[kT]$ は入力、 $w[kT]$ は平均0分散 σ^2 の白色雑音であり、 $\mathcal{H}[q]$ は誤差モデルである。このとき、パラメータベクトルを θ とし、 $\Delta^d[q]$ 、 $\mathcal{H}[q]$ の推定値をそれぞれ $\hat{\Delta}^d[q, \theta]$ 、 $\hat{\mathcal{H}}[q, \theta]$ として(18)式のモデルを

$$v[kT] = \hat{\Delta}^d[q, \theta]u[kT] + \hat{\mathcal{H}}[q, \theta]\varepsilon[kT, \theta] \quad (19)$$

とすると、予測誤差同定法は予測誤差 $\varepsilon[kT, \theta]$

$$\varepsilon[kT, \theta] = \frac{1}{\hat{\mathcal{H}}[q, \theta]} \{y[kT] - \hat{\Delta}^d[q, \theta]u[kT]\} \quad (20)$$

に適当な重み $\mathcal{L}[q]$ を施した $\varepsilon_f[kT, \theta]$

$$\varepsilon_f[kT, \theta] = \mathcal{L}[q]\varepsilon[kT, \theta] \quad (21)$$

に対して、

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_f^2[kT, \theta] \quad (22)$$

を求める同定法である。ただし、(3)式との対応関係からあらかじめ T をつけ加えた。ここで、 $N \rightarrow \infty$ とすると、

$$\hat{\theta} \rightarrow \theta^* := \arg \min_{\theta} J_{id} \quad (23)$$

$$J_{id} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_f^2[kT, \theta] \quad (24)$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{H}} \{ \Delta^d - \hat{\Delta}^d \} u[kT] + \mathcal{H} w[kT] \right]^2 \quad (25)$$

となる。

3.2 $\hat{A}$ の同定

本論文における $\hat{A}$ の同定問題に戻る。 i 回目の補償器が(14)(15)式で表わされたのに対し、 $(i+1)$ 回目の補償器は(16)(17)式のように更新されることから、応答 $y_{p(i+1)}(t)$ は

$$\begin{aligned} y_{p(i+1)}(t) &= \frac{\hat{A}_i \hat{A}_i^{-1} + PK_{b(i+1)}}{1 + PK_{b(i+1)}} G_m r(t) \\ &+ \frac{P}{1 + PK_{b(i+1)}} W w(t) \end{aligned} \quad (26)$$

となり、評価指標 J_g は

$$\begin{aligned} J_g &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \left\{ \frac{\hat{A}_i \hat{A}_i^{-1} - 1}{1 + PK_{b(i+1)}} G_m r(t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{P}{1 + PK_{b(i+1)}} W w(t) \right\}^2 dt \end{aligned} \quad (27)$$

となるので、フィードフォワード補償器 $K_{f(i+1)}$ を設計することは、上式の右辺第1項を小さくすることから

$$\hat{A}_i = \arg \min_{\hat{A}} J^{FF} \quad (28)$$

$$J^{FF} =$$

$$\begin{aligned} &\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \left\{ \frac{\hat{A}_i \hat{A}_i^{-1} - 1}{1 + PK_{b(i+1)}} G_m r(t) + H_{(i+1)} w(t) \right\}^2 dt \\ &\simeq \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \left\{ \frac{1}{\hat{A}_i} \frac{\hat{A}_i - \hat{A}_i}{1 + PK_{bi}} G_m r(t) + H_{bi} w(t) \right\}^2 dt \end{aligned} \quad (29)$$

となる $\hat{A}_i$ をみつめることとほぼ等価である。つまり、フィードフォワード補償器の観点からの $\hat{A}_i$ の同定問題は(29)式を最小化する $\hat{A}_i$ を求めることであり、これはすなわち、フィードフォワード補償器の目的とほぼ等価である。ただし、ここでは $K_{b(i+1)}$ の設計には $\hat{A}_i$ が必要となることからこれは利用不可能であり、代わりに K_{bi} を用いた。また、

$$H_i(s) := \frac{P}{1 + PK_{bi}} W \quad (30)$$

とした。

つぎに、フィードバック補償器の観点から考察する。フィードバック補償器 $K_{b(i+1)}$ は

$$\begin{aligned} J_c(P_{m(i+1)} \cdot K_{b(i+1)}) &= \\ &\left\| \frac{P_{m(i+1)}}{1 + P_{m(i+1)} K_{b(i+1)}} W_c \right\|_2^2 = \left\| \frac{\hat{A}_i P_{mi}}{1 + \hat{A}_i P_{mi} K_{b(i+1)}} W_c \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (31)$$

を最小化していることから、これを(10)式の右辺第2項と見比べ、

$$\begin{aligned}
& \frac{P}{1+PK_{b(i+1)}} - \frac{\hat{\Delta}_i P_{mi}}{1+\hat{\Delta}_i P_{mi} K_{b(i+1)}} \\
&= \frac{(\Delta_i - \hat{\Delta}_i) P_{mi}}{(1+\Delta_i P_{mi} K_{b(i+1)})(1+\hat{\Delta}_i P_{mi} K_{b(i+1)})} \\
&\simeq \frac{(\Delta_i - \hat{\Delta}_i) P_{mi}}{(1+\Delta_i P_{mi} K_{bi})(1+\hat{\Delta}_i P_{mi} K_{bi})} \quad (32)
\end{aligned}$$

が H_2 ノルムの意味で小さいことが望ましい¹⁾。すなわち、フィードバック補償器の観点による $\hat{\Delta}_i$ の同定問題は(32)式を H_2 ノルムの意味で最小化する $\hat{\Delta}_i$ を求める問題として扱うことにする。

以下では、これらのことを考慮に入れ、フィードフォワード・フィードバック補償器2つの観点からの同定法、周波数重みの選択について述べる。なお、周波数重みについては文献4)と同様に予測誤差同定法の観点から決定する。

3.2.1 $K_f(s)$ 設計のための同定

フィードフォワード補償器の観点からは、(28)式の $\hat{\Delta}_i$ を求めることであった。しかし、連続時間システムの同定は困難であるため、離散時間システムに変換し予測誤差問題に帰着させて $\hat{\Delta}_i$ を同定した後、連続時間システムに変換するという手順をふむ。このため、以下ではサンプラとホールダによって離散化されるシステムをカリグラフ体で表わし、具体的には次式の表現を用いる。

$$\begin{aligned}
P_{mi}(s) &\rightarrow \mathcal{P}_{mi}[q] & P(s) &\rightarrow \mathcal{P}[q] & K_{bi}(s) &\rightarrow \mathcal{K}_{bi}[q] \\
G_m(s) &\rightarrow \mathcal{G}_m[q] & \Delta_i(s) &\rightarrow \Delta_i^d[q] & H_i(s) &\rightarrow \mathcal{H}_i[q] \\
W(s) &\rightarrow \mathcal{W}[q]
\end{aligned}$$

また、(29)式の J^{FF} を

$$\begin{aligned}
J^{FF} &\simeq \\
&\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{1}{\hat{\Delta}_i^d} \frac{\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d}{1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{G}_m r[kT] + \mathcal{H}_i w[kT] \right\}^2 \quad (33)
\end{aligned}$$

で近似する。ここで、

$$\begin{aligned}
Y_{FF}[kT] &:= \frac{1}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} y_{pi}[kT] \\
&= \frac{1}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \left\{ \Delta_i^d \mathcal{G}_m r[kT] \right. \\
&\quad \left. + \frac{\Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{W} w[kT] \right\} \quad (34)
\end{aligned}$$

$$U_{FF}[kT] := \mathcal{G}_m r[kT] - \frac{\mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} y_{pi}[kT]$$

Fig. 2 Identification for K_f

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \left\{ \mathcal{G}_m r[kT] \right. \\
&\quad \left. - \frac{\mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi} \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{W} w[kT] \right\} \quad (35)
\end{aligned}$$

となる $Y_{FF}[kT]$, $U_{FF}[kT]$ を考える (Fig. 2 参照)。これらの間には

$$Y_{FF}[kT] = \Delta_i^d[q] U_{FF}[kT] + \mathcal{H}_d[q] w[kT] \quad (36)$$

$$\mathcal{H}_d[q] := \frac{\Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{W} \quad (37)$$

の関係が成り立つ。このとき $\mathcal{H}_d[q]$ の推定値 $\hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta]$ を用いて(36)式のモデルを

$$Y_{FF}[kT] = \hat{\Delta}_i^d[q, \theta] U_{FF}[kT] + \hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta] w[kT] \quad (38)$$

とし、適当な周波数重み $\mathcal{L}_{FF}[q]$ を用いて予測誤差法により $\hat{\Delta}_i^d[q, \theta]$ を同定すると、

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} J_{id}^{FF}(\theta) \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
J_{id}^{FF}(\theta) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{\mathcal{L}_{FF}}{\hat{\mathcal{H}}_d} \{ (\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) U_{FF}[kT] + \mathcal{H}_d w[kT] \} \right\}^2 \\
&= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{\mathcal{L}_{FF}}{\hat{\mathcal{H}}_d} \left\{ \frac{\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{G}_m r[kT] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{H}_d w[kT] \right\} \right\}^2 \quad (40)
\end{aligned}$$

となる。これを(33)式と見比べ、

$$1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi} \simeq 1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}, \quad \hat{\mathcal{H}}_d \simeq \mathcal{H}_d \quad (41)$$

となる $\hat{\Delta}_i^d[q]$, $\hat{\mathcal{H}}_d[q]$ が同定されることを仮定すると

$$\mathcal{L}_{FF}[q] = \mathcal{H}_d[q] \cdot \frac{1}{\hat{\Delta}_i^d} \simeq \frac{\mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi}} \mathcal{W} \quad (42)$$

と選ぶことで、

$$J_{id}^{FF} \simeq J^{FF} \quad (43)$$

となる。このように、(8)式の Δ の表記と(34)、(35)式で表わされる $Y_{FF}[kT]$, $U_{FF}[kT]$, (42)式の $\mathcal{L}_{FF}[q]$ を用いることで補償器 $K_{f(i+1)}$ 設計する問題が予測誤差問題に帰着された。これにより $K_{f(i+1)}$ が直接設計可能となる。

3.2.2 $K_b(s)$ 設計のための同定

フィードバック補償器のための $\hat{\Delta}_i$ は(32)式を小さくするのが目的であった。ここで、 $K_{b(i+1)}$ は利用不可能であることから代わりに K_{bi} を用い、また、前節と同様の

Fig. 3 Identification for K_b

考察から離散時間領域の表現を用い Fig. 3 のような閉ループ系から得られる応答 $y[kT]$, $u[kT]$ に対して

$$Y_{FB}[kT] := \frac{1}{1 + \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi}} y[kT]$$

$$= \frac{\Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \bar{r}[kT] + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{W} w[kT]}{(1 + \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})} \quad (44)$$

$$U_{FB}[kT] := \frac{\mathcal{P}_{mi}}{1 + \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi}} u[kT]$$

$$= \frac{\mathcal{P}_{mi} \bar{r}[kT] - \mathcal{P}_{mi} \cdot \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi} \mathcal{K}_{bi} \mathcal{W} w[kT]}{(1 + \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})} \quad (45)$$

となる $Y_{FB}[kT]$, $U_{FB}[kT]$ を考え、これらを用いて $\hat{\Delta}_i^d[q]$ を同定することを考える。これらの間には

$$Y_{FB}[kT] = \hat{\Delta}_i^d[q] U_{FB}[kT] + \mathcal{H}_d[q] w[kT] \quad (46)$$

の関係があることから $\mathcal{H}_d[q]$ は (37) 式のものを用いた, $\hat{\Delta}_i^d[q]$, $\mathcal{H}_d[q]$ の推定値を $\hat{\Delta}_i^d[q, \theta]$, $\hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta]$ とし,

$$Y_{FB}[kT] = \hat{\Delta}_i^d[q, \theta] U_{FB}[kT] + \hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta] \varepsilon[kT, \theta] \quad (47)$$

のモデルから適当な重み $\mathcal{L}_{FB}[q]$ を用いて予測誤差法により $\hat{\Delta}_i^d[q, \theta]$ を同定すると,

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} J_{id}^{FB}(\theta) \quad (48)$$

$$J_{id}^{FB}(\theta) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\mathcal{L}_{FB}}{\mathcal{H}_d} \{ (\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) U_{FB}[kT] + \mathcal{H}_d w[kT] \} \right]^2$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\mathcal{L}_{FF}}{\mathcal{H}_d} \left\{ \frac{(\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) \mathcal{P}_{mi}}{(1 + \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})} \bar{r}[kT] \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{(1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi}) \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{(1 + \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})} \mathcal{W} w[kT] \right\} \right]^2 \quad (49)$$

となる。これは (41) 式を仮定とすると

$$J_{id}^{FB}(\theta) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \left[\mathcal{L}_{FB} \left\{ \frac{(\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) \mathcal{P}_{mi}}{(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})(1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})} \right. \right.$$

$$\left. \left. \left(\frac{1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi}}{\mathcal{W} \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}} \bar{r}[kT] \right) + w[kT] \right\} \right]^2 \quad (50)$$

となることから, $\bar{w}[kT]$ を平均 0 分散 σ^2 の白色雑音として, $\Phi_{\bar{r}}$, $\Phi_{\bar{w}}$ をそれぞれ $\bar{r}$, $\bar{w}$ のパワースペクトルとするとき

$$\Phi_{\bar{r}} = \left| \frac{\mathcal{W} \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi}} \right|^2 \Phi_{\bar{w}} \quad (51)$$

すなわち

$$\bar{r}[kT] = \frac{\mathcal{W} \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}}{1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi}} \bar{w}[kT] = \frac{\mathcal{W} \mathcal{P}}{1 + \mathcal{P} \mathcal{K}_{bi}} \bar{w}[kT] \quad (52)$$

とし,

$$\mathcal{L}_{FB}[q] = 1 \quad (53)$$

とすると, $w[kT]$, $\bar{w}[kT]$ は白色雑音であることから

$$J_{id}^{FF} = \left\| \frac{(\Delta_i^d - \hat{\Delta}_i^d) \mathcal{P}_{mi}}{(1 + \Delta_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})(1 + \hat{\Delta}_i^d \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})} \right\|^2 \quad (54)$$

$$\approx \left\| \frac{(\Delta_i - \hat{\Delta}_i) \mathcal{P}_{mi}}{(1 + \Delta_i \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})(1 + \hat{\Delta}_i \mathcal{P}_{mi}\mathcal{K}_{bi})} \right\|^2 \quad (55)$$

となり, $\hat{\Delta}_i$ 同定のための評価を (32) 式の評価とすることが可能となる。

これらのことをまとめると, フィードフォワード補償器の観点による $\hat{\Delta}(s)$ の同定では, (34), (35) 式の $Y_{FF}[kT]$, $U_{FF}[kT]$, (42) 式の $\mathcal{L}_{FF}[q]$ を用いて, (40) 式の J_{id}^{FF} を最小にする $\hat{\Delta}$ を同定し, また, フィードバック補償器の観点では (52) 式より, 設計者の与えた白色入力 $\bar{w}[kT]$ によりあらかじめ $\bar{r}[kT]$ を得て, これを用いて得られる (44), (45) 式の $Y_{FB}[kT]$, $U_{FB}[kT]$ から, (50) 式の J_{id}^{FB} を最小にする $\hat{\Delta}$ を予測誤差法により求めることで同定の評価が J_{θ} と深く関連したものになる。ただし, Y_{FF} , U_{FF} , Y_{FB} , U_{FB} はすべて実験によって得られた応答に既知のフィルタを施したものであり, 容易に得られることに言及しておく。しかし, 本来同定すべき $\hat{\Delta}$ は同一のものであり, 1 つの $\hat{\Delta}$ を同定することが自然と思われる。そこで, 2 つの観点に対し重み α を用い, (37) 式の $\mathcal{H}_d[q]$ の推定値 $\hat{\mathcal{H}}_d[q]$ を用いて

$$\begin{bmatrix} \hat{Y}_{FF}[kT] \\ \alpha Y_{FB}[kT] \end{bmatrix}^T$$

$$= \hat{\Delta}^d[q, \theta] \begin{bmatrix} \bar{U}_{FF}[kT] \\ \alpha U_{FB}[kT] \end{bmatrix}^T + \hat{\mathcal{H}}_d[q, \theta] \begin{bmatrix} w[kT] \\ w[kT] \end{bmatrix}^T \quad (56)$$

$$\hat{Y}_{FF}[kT] := \mathcal{L}_{FF}[q] Y_{FF}[kT] \quad (57)$$

$$\bar{U}_{FF}[kT] := \mathcal{L}_{FF}[q] U_{FF}[kT] \quad (58)$$

から $\hat{\Delta}$ を同定する。ただし, α は適当な定数である。また, Δ の同定では (29), (32) 式のように $K_{b(i+1)}$ の代わりに K_{bi} を用いた。このため, $\hat{\Delta}_i$ は K_{bi} の意味で Δ_i をよく近似しており, $K_{b(i+1)}$ の意味ではやや変化が生じることが予想される。そのため本設計法では繰返しが必要となり, これは文献 1), 2) でも指摘されている。

3.3 考 察

本設計法の特徴としては, 同定対象を (8) 式で表わされる Δ としたことで,

1. $\hat{\Delta}(s)$ は最小位相かつパイロプロパーなシステムになり同定が容易になる。
2. フィードフォワード補償器, フィードバック補償器の両方の観点からの同定が可能となりまたその周波数重みも明確である。
3. 文献 4) のように同定のフィルタに同定対象 $\Delta(s)$ の推定値を事前に必要とはしていない。

ということが挙げられる。ただし、(41)式のような $\hat{J}^d[q]$, $\hat{\mathcal{H}}_d[q]$ が同定されることを仮定しているが、これは本来同定は $\hat{J}^d[q] \simeq J^d[q]$, $\hat{\mathcal{H}}_d[q] \simeq \mathcal{H}_d[q]$ となる推定値を求めることであることから厳しい仮定とは思われない。

4. 数 値 例

4.1 補償器の設計

つぎに数値例によって本設計法の有効性を示す。まず、制御対象 $P(s)$ に対してモデル $P_{m0}(s)$ が次式のように与えられたとする。

$$P_{m0}(s) = \frac{900(s+2)}{(s-18)(s+10)^2} \quad (59)$$

$$P(s) = \frac{675(s+2)}{(s-15)(s+9)(s+10)} \cdot \frac{3640}{(s-a)(s-\bar{a})} \quad (60)$$

$$a = -15 + 60j \quad (61)$$

また、希望モデル $G_m(s)r(t)$ を次式のように設定した。

$$G_m(s) = \frac{1600}{(s+40)^2} \quad (62)$$

$r(t)$: ステップ目標値

これらのシステムをサンプリングタイム T で離散化したものを離散時間表現とする。たとえば、 $\mathcal{P}[q]$ は $P(s)$ を T で離散化したものである。また、(59)式の $P_{m0}(s)$ は2章の仮定を満たしていない(不安定極と相対次数の不一致)が、ここでは本設計法のロバスト性などの確認のためこのように設定した。まず、 P_{m0} を用いて(4)式から H_2 制御則により補償器 $K_{b0}(s)$ を設計する。しかし、(4)式の評価は H_2 制御則の標準的仮定を満たしていないため、

$$K_{b0} = \arg \min_K \bar{J}_c(P_{m0}, K) \quad (63)$$

$$\bar{J}_c(P, K) = \left\| \frac{\beta W_c \frac{P}{1+PK}}{\bar{W}_c \frac{PK}{1+PK}} \right\|_2^2 \quad (64)$$

$$W_c(s) = \frac{90}{s}, \bar{W}_c(s) = \frac{140(s+5)}{(s+1000)}, \beta = 1 \quad (65)$$

から $K_{b0}(s)$ を設計した。また、 $\beta = 1$ で設計した $K_{b0}(s)$

では P の安定化ができなかったため $\beta = 0.33$ とした。つぎに、前述の考察から $\hat{J}$ を同定する。このときの同定実験の条件を以下に示す。

- ・実験時間 : 1(sec)
- ・サンプリングタイム : 2(msec)
- ・データ数 : 500(個)
- ・同定モデル : BJ モデル

また、本文中では $P(s)$ の入端のみに加わる雑音を考えたが、ここではより実際的な場合を考え $P(s)$ の入力端、出力端の両方にそれぞれ

$$d_i(t) := W_i w_i(t) \quad (66)$$

$$d_o(t) := W_o w_o(t) \quad (67)$$

の雑音加わるものとする。ただし、 w_i, w_o は平均0分散がそれぞれ σ_i^2, σ_o^2 の白色雑音であり、また簡単のため $W_i(s) = W_o(s) = 1$ とした。

つぎに、モデル $P_{m1}(s)$ を

$$P_{m1}(s) = \hat{J}(s) P_{m0}(s) \quad (68)$$

とし、 $K_{b1}(s)$ を設計した。このとき(64)式の $\beta = 1$ で $K_{b1}(s)$ は $P(s)$ の安定化が可能であった。さらに、同様の手順を繰り返すことで $K_{b2}(s)$ を得た($\beta = 1$ を用いた)。このときの $P(s)$, $P_{m0}(s)$, $P_{m2}(s)$ のゲイン特性を Fig. 4 に、また

$$y_m(t) = G_m r(t) \quad (69)$$

$$y_{pi}(t) = \frac{PP_{m1}^T + PK_{bi}}{1 + PK_{bi}} r(t) + \frac{P}{1 + PK_{bi}} d_i(t) + \frac{1}{1 + PK_{bi}} d_o(t) \quad (70)$$

の応答を Fig. 5 に示す。このように、交差周波数帯域付近で正しい同定が行え、希望モデルに近い応答が実現できた様子が理解できる。

4.2 従来法との比較

つぎに、本設計法(以下方法1と呼ぶ)と Schrama らによって提案されている方法⁴⁾(以下方法2と呼ぶ)を比較することで、方法1の有効性を検証する。これらの方法の問題設定にはやや相違があり、完全な比較は行えないので閉ループ同定の部分だけの比較を行う。方法2に

Fig. 4 Gain plot of plant and models

Fig. 5 Step response

Fig. 6 Gain plot of plant and models (method 2)

についての詳細は省略し結果だけ示すと、Fig. 3 の閉ループ系から得られる応答 $y(t)$, $u(t)$ を用いて、

$$y[kT] = P_m[q, \theta]u[kT] + \mathcal{H}_s[q]\varepsilon[kT, \theta] \quad (71)$$

として、

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T}{N} \sum_{k=1}^N \{\mathcal{L}[q]\varepsilon[kT, \theta]\}^2 \quad (72)$$

$$\mathcal{L}(q) = \frac{1}{1 + \hat{\mathcal{P}}_m[q]\mathcal{H}_{bo}[q]} \quad (79)$$

$\hat{\mathcal{P}}_m[q]$: $\mathcal{P}_{m1}[q]$ の推定値 (事前情報として必要)

から直接 $\mathcal{P}_{m1}[q]$ を同定する方法である。ここで、 $\hat{\mathcal{P}}_m[q]$ としては $\mathcal{P}_{m0}[q]$ を用いた。このときの結果を Fig. 6 に示す。また、 P_{m1} を用いて設計した K_{b1} では P の安定化は困難であった。これは P が不安定なシステムであるのに対し、 P_{m1} は安定なシステムとして得られたこと、また P_{m1} の次数や相対次数の選択が難しいことなどが考えられる。このことから方法 1 の有効性が理解できる。

5. おわりに

本論文では、補償器と同定の結合設計の観点から閉ループ同定の立場にたち、同定を容易にするために同定対象を制御対象それ自体に限定せず、設計仕様を陽に表わせるような適切な変形を施した形にすることを提案し、2 自由度制御系の観点からその設計法を示した。特に、同定対象を (8) 式の Δ とすることで、フィードバック・フィードフォワード補償器の両方の観点からの同定が可能になり、また、設計仕様を反映した周波数重みの合理的選択を行っている。さらに、数値例によって従来法との比較を含め、提案手法の有効性を示した。

参考文献

- 1) M. Gevers: Towards a Joint Design of Identification and Control?, Essays on Control, Trentelman, Willems Eds., (Birkhäuser) 111/151 (1993)
- 2) R. J. P. Schrama: Accurate Identification for Control: The Necessity of an Iterative Scheme, IEEE Trans.,

AC-37-7, 991/994 (1992)

- 3) R. J. P. Schrama and Paul M. J. Van den Hof: An Iterative Scheme for Identification and Control Design Based on Coprime Factorization, Proc. of ACC, 2842/2846 (1992)
- 4) R. G. Hakvoort, R. J. P. Schrama and P. M. J. Van den Hof: Approximate Identification in view of LQG Feedback Design, Proc. of ACC, 2824/2828 (1992)
- 5) Z. Zang, R. R. Bitmead and M. Gevers: Disturbance Rejection: On-line Refinement of Controllers by Closed Loop Modeling, Proc. of ACC, 2829/2833 (1992)
- 6) A. G. Partanen and R. R. Bitmead: Two Stage Iterative Identification/Controller Design and Direct Experimental Controller Refinement, Proc. of 32nd CDC, 2833/2838 (1993)
- 7) H. Hajalmarson, M. Gevers, F. De Bruyne and J. Leblond: Identification for control: closing the loop gives more accurate controllers, Proc. of the 33rd CDC, 4150/4155 (1994)
- 8) F. R. Hansen, G. F. Franklin and R. Kosut: On a fractional representation approach to closed loop experiment design, Proc. of ACC, 1319/1320 (1988)
- 9) 岡田, 杉江: 閉ループ同定を利用した補償器の繰り返し設計法, 第 17 回 DST シンポジウム資料, 167/170 (1994)
- 10) L. Ljung: System identification-Theory for the User: Prentice-Hall (1987)
- 11) 前田, 杉江: アドバンスド制御のためのシステム制御理論, 朝倉書店 (1990)

[著者紹介]

岡田 昌史 (学生会員)

1969 年 3 月 21 日生。1992 年 3 月京都大学工学部精密工学科卒業。1994 年 3 月同大学大学院 (応用システム科学専攻) 修了。同年 4 月同大学大学院博士課程に進学し、現在に至る。ロボスト制御、システム同定の研究に従事。システム制御情報学会の学生会員。

杉江 俊治 (正会員)

1978 年京都大学大学院修士課程修了。84 年同博士後期課程研究者指導認定退学。78 年～80 年日本電信電話公社勤務。85 年大阪府立大学工学部助手。88 年京都大学工学部助教授となり現在に至る。88 年～89 年ウォータールー大学、およびロンドン大学客員研究員。ロボスト制御、ロボット工学の研究に従事。工学博士。1991 年システム制御情報学会榎本記念論文賞、1994 年計測自動制御学会論文賞 (武田賞) および著述賞を受賞。システム制御情報学会、ロボット学会、IEEE の会員。