ボンドグラフ解析における仮想 R 素子[†]

小林 史典*

Virtual R-Elements in Bond Graph Analysis

Fuminori KOBAYASHI*

When an element in a bond graph becomes derivatively causal, a resistor, of 0Ω in series or of $\infty\Omega$ in parallel, with the element changes its causality into integral without any other effect. The resulting system can be analyzed by treating these virtual R's first as symbolic and then as numeric.

Key Words: bond graph, stroke assignment, derivative causality

1. はじめに

複数の物理次元にまたがるシステムを統一的にモデリングできるボンドグラフ¹⁾は、このための解析システム ENPORT²⁾, TUTSIM などとともに、すでに広く使われている³⁾。しかし、ENPORT のような数値計算では感度解析などが不可能であり、記号処理に関する研究は盛んである^{4), 5)}。

記号処理の問題点は、ボンドグラフの特徴である変数の因果性が、通常とは逆の微分型になる状況の取扱いである。数値計算では、微分型の変数をまとめてエネルギーベクトルを分割することで微分因果が扱える²⁾し、記号処理でも、伝達関数は解析的に求められる⁶⁾。しかし一般には、微分因果があると中間標準型までしか到達せず¹⁾、システム特性の深い考察に有効な状態方程式は得られない。微分因果をなくす方法として従来、物理的に分離した素子をまとめてモデリングする方法が使われてきたが、サブシステムに分割してマクロに扱わないと実用的に解けない大規模システムには、適用が困難である。

ここでは、微分因果になる素子に、因果の自由度をもつ R 素子を直列または並列に挿入することで、積分因果を保つ方法を提案する。R の値として直列では 0、並列では ∞ を使えば、その存在は元の系に影響を与えない仮想的なものになり、記号計算で解析的に解いた後、最終的に数値計算で R に 0 または ∞ を代入して、希望の結果を得ることができる。

2. 原 理

2.1 微分因果

Fig. 1 (a) のように、C 素子が素子と反対側に、また I 素子が素子側にストロークを持てば、積分因果であり、系は原理通りの方法で解析できる。

しかし、これらの素子と他の素子の接続関係によっては、同図 (b) のように、通常とは逆の側にストローク (特別のため白抜きで示した) をつけなければならない。この状況が微分因果である。

2.2 仮想 R の挿入

こうした状況で、微分因果になる素子を直接ではなく、たとえば C の場合は Fig. 2 (a) のように、1 接点で R 素子を挿入しながら接続することを考える。このグラフは、左側との接続、C 素子の積分因果、1 接点の規則、という条件をすべて満足しており、通常の方法で解析できる。

この状況は、電気回路で言えば Fig. 2 (a') のように、直列に抵抗を入れたのと同価である。因果条件は、抵抗が存在しさえすれば満たされ、その値にはよらないので、 $R=0\Omega$ とすれば、抵抗は仮想的なものにすぎない。

I 素子が微分因果になる場合も、0 接点を使うことを除いて同様である (Fig. 2 (b))。そしてこの状況は、並列に抵抗が入った回路と同価であるので (Fig. 2 (b'))、 $R=\infty$ とすれば、やはり抵抗の存在は仮想的になる。

Fig. 1 Causality strokes for C and I elements

[†] 第 32 回自動制御連合講演会および第 30 回 SICE 学術講演会で発表 (1989・10 および 1991・7)

* 九州工業大学情報工学部 飯塚市川津 680-4

* Faculty of Computer Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology, Iizuka

(Received April 15, 1996)

Fig. 2 Virtual R elements and their effects

2.3 等価ブロック線図の記号処理

上述の仮想 R 素子は、存在することが重要である。最初から値を 0 または ∞ とすると、存在しないのと同じになり、微分因果は解決されない。このために、状態方程式が得られるまでは R を記号として扱う必要がある。

記号を使ったシステム解析手法はいろいろ提案されている。しかし、Mathematica, Maple などの記号処理システムに委託すると大がかりなので、簡単な文字列処理で実現できる手法⁷⁾を利用する。この手法はブロック線図を前提にしているが、幸い、ここで扱うボンドグラフはすべて積分因果でストロークが割り付けられ、ボンド上の変数は入出力が決まる。このため、等価なブロック線図を得ることは簡単である。

3. 仮想 R の計算処理

3.1 仮想 R のゲイン

仮想 R の値は、前述のように 0 と ∞ の 2 種類である。しかし、仮想 R を挿入した回路をブロック線図で表現すると、Fig. 2 (a''), (b'') のように、仮想 R のゲインは、直列の 0Ω は $1/R$ 、並列の ∞ は R になって、どちらも ∞ である。

3.2 ∞ の処理

文献 7) の記号計算は、目的の伝達関数または状態方程式を逆ポーランド記法 (RPN) の記号式で出力する。この式を、各素子の値を代入しながら評価して Bode 線図や根配置を得るが、このときに仮想 R のゲインを ∞ とおけばよい。

ところが、たとえば伝達関数で考えて^(注1)、Fig. 2 (a''), (b'') の伝達特性は

(注1) システム全体が関係する状態方程式での説明は紙面を要するため、伝達関数とする。

$$\frac{G_1}{1 + G_1 G_2} \quad (1)$$

という形をしている。 G_1 が ∞ のとき、これを単純に計算すると問題が生じる。分母、分子とも ∞ のため、 ∞ の扱える IEEE754 規格準拠の浮動小数点演算であっても、除算結果が不定 (非数) になるからである。

そこで、 $G_1/(1 + G_1 G_2)$ は文献 7) の手法では " $G_1 G_2 < \#$ " という式で表されることを利用する。すなわち、式の評価における 2 項演算子 " $\#$ " の処理を、被演算項を $oprnd_1, oprnd_2$ として

$$\text{if } oprnd_1 = \infty \quad (2)$$

then return $1/oprnd_2$

else return $oprnd_1/(1 + oprnd_1 oprnd_2)$

という形で行うことにする (この場合は G_1 が $oprnd_1$, " $G_2 <$ " が $oprnd_2$ である)。こうすれば、 $oprnd_1$ の値にかかわらず希望の結果が得られる。

式は、システム全体ではもっと複雑になるが、 ∞ のゲインが現れるのは、仮想 R 素子に伴う Fig. 2 の状況に限られる。このため、 ∞ を伴う部分式はかならず上の形であり、この処理だけを考えれば十分である。

3.3 例題

例として、C 素子が 2 つ (C_1, C_2) 並列になる場合と、I 素子が 3 つ ($I_1 \sim I_3$) 直列になる場合を計算すると、それぞれ下の式 (3), (4) のようになる (R_i は C_i の直列または I_i の並列抵抗を示し、 C_i, I_i は sC_i, sI_i を表す。" $*$ " と " $+$ " は 2 項の乗算と加算の RPN 演算子である):

$$\lim_{R_2 \rightarrow 0} C_1 1/R_2 C_2 < \# < C_1 * \% * \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{R_2 \rightarrow 0} C_1 \frac{1}{1 + \frac{1/R_2}{1 + 1/R_2 C_2} C_1} \\ &= \frac{C_1}{1 + \frac{C_1}{C_2}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \end{aligned}$$

$$\lim_{R_2, R_3 \rightarrow \infty} I_1 R_2 I_2 < \# < R_3 I_3 < \# + I_1 * \% * \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{R_2, R_3 \rightarrow \infty} I_1 \frac{1}{1 + (\frac{R_2}{1 + R_2 I_2} + \frac{R_3}{1 + R_3 I_3}) I_1} \\ &= \frac{I_1}{1 + (\frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3}) I_1} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3}} \end{aligned}$$

これらはそれぞれ C_1 と C_2 の並列および $I_1 \sim I_3$ の直

列^(注2)に等しく、仮想R素子の有効性が示されている。

4. む す び

ボンドグラフの微分因果問題を、直列に 0Ω または並列に $\infty\Omega$ の仮想的なR素子を付加して解決する方法を提案し、例を示した。最近ボンドグラフでは可変因果問題⁸⁾が1つの焦点になっているが、仮想R素子は、因果の制約がないので、これにも有効と考えられる。

参 考 文 献

- 1) 須田信英: システムダイナミクス, 157/225, コロナ社 (1988)
- 2) R. Rosenberg: User's guide to ENPORT-4, John Wiley (1974)
- 3) Proc. Int. Conf. on Bond Graph Modeling (Western Simulation Multiconf.), SCS, San Diego, U.S.A. (1993)
- 4) P. Nolan: Symbolic and algebraic analysis of bond graphs, J. Franklin Inst., **328**-5/6, 1027/1046 (1991)
- 5) R. Sen, et al.: Birth, growth and role of COSMO, in3), 160/163 (1993)
- 6) D. Margolis: Bond graph causality and the derivation of analytical transfer functions for low order systems, in3), 243/248 (1993)
- 7) 原, 小林: 制御系CADのための結合計算アルゴリズム, システムと制御, **29**-2, 105/114 (1985)
- 8) C. Bidard, et al.: Bond graph and variable causality, IEEE Int. Conf. Systems, Man Cybern. Systems Eng. Service Humans, 270/275 (1993)

(注2) I素子の伝達特性はアドミタンスで表されるので、直列は $I_1 + I_2 + I_3$ ではない。