シールド工法における傾斜面異常物体検知のための音響センサの 最適配置および最適観測方策

田 中 正 吾*・山 根 健 治**

Optimal Location of Acoustic Sensors and Optimal Observation Policy in Detecting Anomalous Plane Objects in Shield Construction Method

Shogo TANAKA* and Kenji YAMANE**

In excavating tunnels for subways and power cables, shield tunneling machines, which have many cutters on their cutter planes, are used. One of the authors previously proposed, for the machines, an effective detection system using acoustic sensors which detected anomalous objects ahead, to prevent the machine from getting damages. Not many observation data being available in the detection, optimal observation policy is practically of a great importance. From this viewpoint, the authors next considered the optimal location of receiving transducers on the cutter plane of the shield tunneling machine and also the optimal observation policy, for the case where three receiving transducers were used. The optimal location of receiving transducers was shown to be given as arbitrary equally-spaced points on the cutter plane circle. In addition to it, the optimal rotating angles were also founded to be arbitrary.

However, in the application, it is often difficult to locate sensors at arbitrary positions and to use three sensors from the view point of machine structure and costs to be used. This paper considers the optimal observation policy for detecting anomalous plane objects for the case where two receiving transducers can be used and the case where three receiving transducers can be located only on a diameter on the cutter plane.

Key words: tunnel excavating, anomalous plane objects, localization, acoustic sensors, optimal sensor location, optimal observation policy

1. はじめに

シールド工法においては地下トンネルを掘削する掘削機前方の異常物体の事前検知は、掘削機の破損防止およびそれによる工期の大幅な遅れを回避するという観点から重要な課題となっており、先に著者らは音響センサを利用した異常物体位置・形状計測システムを開発した^{1),7)}。ところが、このような計測システムではきわめて少ない観測データから異常物体の位置・形状を求める必要があるため、計測誤差をできるだけ少なくする観測点の配置、すなわち掘削機カッタ面上の受波器配置および複数地点観測の際のカッタ面停止時における回転角の最適化が重要である。この観点から先の研究に引き続き著

者らは、異常物体の位置・形状計測誤差を抑えるための受波器の最適配置および掘削機進行に伴う最適観測方策を、塊状異常物体²⁾および傾斜面状異常物体³⁾に対しそれぞれ(送・受波)両機能形および単一機能形センサの場合について、3個のセンサ(受波器)が利用できるという仮定のもとで、簡単のためセンサ配置に対する実際の制約がないものとして導出した。その結果、異常物体が塊状および傾斜面状のいずれの場合も、また使用するセンサが両機能形および単一機能形のいずれの場合も、最適センサ配置はカッタ面円周上の任意の3等分点で与えられ、かつそのときのカッタ面停止角は任意でよいことがわかった^{2),3)}。

ところが実際のシールド掘削機においては、カッタ面駆動装置および掘削土砂の取込み・搬送装置などがカッタ面裏側に取り付けられているため、必ずしも上述の最適センサ配置を実現できず、実際にはカッタ面上のある直径上のみにしか配置できないことがある。また、このようなセンサはかなり高価であり、掘削機本体のコスト

* 山口大学工学部 宇部市常盤台 2557

** 宇部工業高等専門学校 宇部市常盤台

* Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube

** Ube National College of Technology, Ube

(Received June 19, 1995)

(Revised November 6, 1995)

に対する計測システムのコストを抑えるという点、およびカット面裏側の種々の装置のため、あまり多くのセンサを取り付けられないという実際の制約もある。したがって、使用できるセンサを3個でなく2個に限定することも意義がある。そこで本論文では、1) 受波器数が2個の場合、2) 3個の受波器を利用できるがカット面のある直径上にしか配置できない場合のおおのについて、とりあえず紙面の都合上、傾斜面異常物体の場合に対し、最適センサ配置および掘削機進行に伴う最適観測方をミニマックス規範の観点から導出する。したがって、これまでの3センサ自由配置の場合と異なり、これら2つの場合は1地点でのデータのみからでは異常物体の位置・形状計測が不可能となり、掘削機進行に伴うカット面回転角を考慮の上、最適観測方策と最適センサ配置を同時に決定しなくてはならなくなる。そのため、これまでの最適センサ配置・最適観測方策^{2),3)}の設計とは異なり、解析的にまったく異なったアプローチを採らざるをえず、シールド工法および関連する応用における観測系の最適化に関し新しい知見を与えるという意味において、この研究は意義があると思われる。

なお、使用する音波周波数は土中でも減衰の少ない数kHz程度ときわめて低いものとし、同時に構造的にも指向性の弱いセンサを使用するものとする(具体的には指向角120 deg程度)。このようなセンサは、シールド工法における前方異常物体の検出を念頭におけば、事実上、無指向性センサとして議論できるので、本論文では無指向性センサと仮定する。

以下では、議論の簡潔さのため、はじめに送・受波両機能形センサの場合について、つぎに単一機能形センサの場合について考察する。

2. 傾斜面の位置・形状決定誤差および共分散

シールド掘削機では前面のカット面に取り付けられた送波器から音波を送波し、異常物体からの反射波をカット面上の受波器で受波し、それに要した時間と音速から異常物体に関する距離データが得られる。したがって、カット面上に複数個のセンサを配置しておけば、1地点での観測により受波器数だけの距離データが異常物体に対して得られる。実際の掘削機では適当な距離(1 m位)掘り進むごとにカット面を停止し、このような観測を繰り返すので、(掘削機停止回数)×(受波器数)だけの距離データが得られる。掘削機に用いられるこのような送波器・受波器には、1つのセンサで送波と受波の両機能を有するタイプと、一方の機能のみを有し送波器・受波器としてこれらがカット面上の異なる位置に取り付けられるタイプの2種類があるが、ここではまず簡単のため、送

波・受波両機能形センサを用いる場合に対して考える。ただし、両機能形センサの使用に際してはセンサが2個および(カット面直径上での)3個のいずれの場合も、各センサはそれ自身が送波した音波のみを受波するものとする。

いま、カット面中心を通る掘削機進行方向を x 軸、これに垂直なカット面方向を y, z 軸、原点を x 軸上の適当な点におき、カット面前方に傾斜面 $\mathcal{P}$ があるものとする(Fig. 1参照)。また、原点 O から傾斜面 $\mathcal{P}$ に下ろした垂線が $\mathcal{P}$ と交わる点を A とし $\vec{OA}=\mathbf{a}$ とおけば $\mathbf{a}$ は傾斜面の法線ベクトルと呼ばれ、傾斜面 $\mathcal{P}$ は

$$\mathbf{a}^T \mathbf{x} = \|\mathbf{a}\|^2 \quad (1)$$

と書ける。ここで $\mathbf{x} \triangleq (x, y, z)^T$ であり、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを、 T は転置記号を表わす。よって、傾斜面 $\mathcal{P}$ の位置および形状計測を行うことは法線ベクトル $\mathbf{a}$ を求めることに帰着される。

ところで傾斜面異常物体の位置・形状計測システムでは、音波が送波された後、傾斜面 $\mathcal{P}$ で反射され、さらに受波器で受波されるまでのトータルの音波伝播時間が検出され、土中音速との積により音波伝播距離 s_j が実測される。一方、傾斜面法線ベクトル $\mathbf{a}$ が与えられると、送・受波器位置 $\mathbf{x}_j$ ($1 \leq j \leq M$, M は観測点数)に対応して反射点がスネルの法則⁴⁾から定まり、 s_j の理論値が計算できる。したがって、実測値と理論値に対して最小2乗法を適用することにより法線ベクトル $\mathbf{a}$ が推定できる³⁾。いま、距離データ s_j に誤差がなければ最小2乗法により真の法線ベクトル $\mathbf{a}_0$ が求められるが、実際には音波伝播時間の検出誤差や土中音速の推定誤差などが伴うため、得られる法線ベクトル $\mathbf{a}$ は真値 $\mathbf{a}_0$ から誤差 $\Delta \mathbf{a}$ を生じる。ここではセンサ配置やカット面停止角の制御による観測方策の最適化を図ることを考えるため、この誤差ベクトル $\Delta \mathbf{a}$ の共分散行列 $\Sigma(\mathbf{a}_0) \triangleq E[\Delta \mathbf{a} \Delta \mathbf{a}^T]$ が重要な働きをする。音波伝播時間は、送波器・受波器の入出力特性を考慮した反射波予測波形と実際に得られる受波波形のパターンマッチングにより高精度に検出する手法¹⁾

Fig. 1 Relation of the cutter plane, the anomalous plane object, and the coordinate

を採用しているため、データ s_j に含まれる誤差の平均値はゼロと仮定できる。なお、カット面の回転停止角および掘削機の進行距離（レーザ測距による）の検出精度はそれぞれ 1 deg および 1~2 cm なので、これらの測定誤差はほとんど無視できる。仮に無視できないとしても、これらを s_j の誤差に含めて考えることができる。以上のことから Δa の共分散行列は、 s_j に含まれる誤差を分散 σ^2 の独立な雑音とすると、詳細は略すが文献 3) によれば

$$\Sigma(a_o) = \sigma^2 Q^{-1}(a_o) \quad (2)$$

となる。ここで、行列 $Q(a_o)$ は

$$Q(a_o) \triangleq \sum_{j=1}^M b_j(a_o) b_j^T(a_o) \quad (3)$$

で与えられ、この式に含まれるベクトル $b_j(a_o)$ は

$$b_j(a_o) \triangleq \frac{2}{a} \left\{ a_o + \left(\frac{1}{a^2} a_o a_o^T - I_3 \right) x_j \right\}; 1 \leq j \leq M \quad (4)$$

で与えられる (I_3 は 3 次の単位行列, $a = \|a_o\|$)。これから、行列 $Q(a_o)$ (したがって $\Sigma(a_o)$) は、傾斜面の真の法線ベクトル a_o と各 s_j に対応する送・受波器位置 $x_j (1 \leq j \leq M)$ により影響を受けることがわかる。

3. 最適センサ配置および掘削機進行に伴う最適観測方策

第 2 章に引き続き、両機能形センサの場合を考える。先の報告³⁾ではカット面上自由にセンサを配置できるものとして 3 個のセンサを使用する場合の最適センサ配置および最適観測方策を検討した。ところが実際のシールド工法では、コストの観点からセンサを 2 個しか使えない場合や、3 個のセンサを使用できるが掘削機の構造上、カット面上のある直径上にしか配置できない場合などがある。本章ではこれら実際の側面からの制約を考慮し、最適センサ配置および掘削機進行に伴う最適観測方策を検討する。これら最適化に当たっては、前回の報告³⁾同様、誤差共分散行列に関する行列式規範、つまり $\det[\Sigma(a_o)]$ の最小化を考えるが、(2)式により、これは $\det[Q(a_o)]$ の最大化に帰着できる。なお本論では、後の解析の都合上、傾斜面 $\mathcal{P}$ を規定する法線ベクトル a_o を

$$a_o = (a \cos \theta, a \sin \theta \cos \varphi, a \sin \theta \sin \varphi)^T \quad (5)$$

のようにパラメータ化する。すなわち、傾斜面 $\mathcal{P}$ の法線ベクトルノルム a は原点から傾斜面までの最短距離であり、 θ は a_o が x 軸となす角を、また φ は a_o の (y, z) 平面への射影ベクトルが y 軸となす角を表わす。

3.1 2 個のセンサを使用する場合

本節では、コストの観点から 2 個のセンサを使用する場合を考える。まず解析の簡単のため、遠距離傾斜面に対する最適センサ配置および最適観測方策を得ることを

念頭に、2 個のセンサを配置したカット面を同一地点で回転し、停止カット面ごとに観測を行う複数回観測の場合に対し、ミニマックス規範の意味でのカット面上の最適センサ配置および複数回観測に伴うカット面の最適回転停止角を導く。

いま、カット面中心を原点 O 、センサ S_1, S_2 とカット面中心との距離をそれぞれ R_1, R_2 、2 直線 OS_1, OS_2 のなす角を α とする (Fig. 2)。このカット面を p 回停止し、停止カット面ごとに観測を行うときのセンサ S_1 が y 軸となす角を $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p$ とする。シールド工法においては、カット面が観測のため停止するまでの回転数、ひいては回転角 Ω はとうぜん大きな値をとるが、最適観測方策を考える観点からは回転角として $\omega \triangleq \text{mod}(\Omega, 2\pi)^{(\equiv 1)} (0 \leq \omega < 2\pi)$ を考えれば十分なので、以後、最適観測方策のための回転角といえば、一般性を失うことなく $0 \leq \omega_i < 2\pi (1 \leq i \leq p)$ とする。このとき第 i 回目の観測におけるセンサ S_1, S_2 の位置ベクトル x_1^i, x_2^i は

$$x_1^i = \begin{bmatrix} 0 \\ R_1 \cos \omega_i \\ R_1 \sin \omega_i \end{bmatrix}, \quad x_2^i = \begin{bmatrix} 0 \\ R_2 \cos(\omega_i + \alpha) \\ R_2 \sin(\omega_i + \alpha) \end{bmatrix} \quad (6)$$

となる。よって、これら位置ベクトル (観測点) に対応する (4) 式のベクトル $b_1^i(a_o), b_2^i(a_o)$ は

$$b_k^i(a_o) = (2/a) \begin{bmatrix} a \cos \theta + R_k \cos \theta \sin \theta \cos(\varphi - \xi_i^k) \\ a \sin \theta \cos \varphi + R_k \sin^2 \theta \cos \varphi \cos(\varphi - \xi_i^k) \\ a \sin \theta \sin \varphi + R_k \sin^2 \theta \sin \varphi \cos(\varphi - \xi_i^k) \\ -R_k \cos \xi_i^k \\ -R_k \sin \xi_i^k \end{bmatrix} \quad (k=1, 2; 1 \leq i \leq p) \quad (7)$$

と書ける。ただし、 $\xi_i^1 \triangleq \omega_i, \xi_i^2 \triangleq \omega_i + \alpha$ とする ($1 \leq i \leq p$)。したがって、行列 $B(a_o) \triangleq [b_1^1(a_o), b_2^1(a_o), \dots, b_p^1(a_o), b_1^2(a_o)]$ を定義すれば、(3) 式は

$$Q(a_o) = B(a_o) B^T(a_o) \quad (8)$$

Fig. 2 Location of sensors

(注 1) $\text{mod}(x, y)$ は x を y で割ったときの剰余を表わす。

と表わされる。いま解析を容易にするため、行基本操作に関する2つの行列

$$T_1 \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\tan \theta \cos \varphi & 1 & 0 \\ -\tan \theta \sin \varphi & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$T_2 \triangleq \begin{bmatrix} 1 & \cos \theta \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \theta \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

を導入し、まずベクトル $b_i^k(a_o)$ に T_1 を乗ずると

$$T_1 b_i^k(a_o) \triangleq \begin{bmatrix} a \cos \theta + R_k \cos \theta \sin \theta \cos(\varphi - \xi_i^k) \\ -R_k \cos \xi_i^k \\ -R_k \sin \xi_i^k \end{bmatrix} \quad (k=1, 2; 1 \leq i \leq p) \quad (11)$$

となり、さらに(11)式のベクトルに T_2 を乗ずると

$$T_2 T_1 b_i^k(a_o) \triangleq \frac{2}{a} \begin{bmatrix} a \cos \theta \\ -R_k \cos \xi_i^k \\ -R_k \sin \xi_i^k \end{bmatrix}; k=1, 2; 1 \leq i \leq p \quad (12)$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned} T_2 T_1 B(a_o) &= [T_2 T_1 b_1^1(a_o), T_2 T_1 b_1^2(a_o), \dots, \\ &\quad T_2 T_1 b_p^1(a_o), T_2 T_1 b_p^2(a_o)] \\ &= \frac{2}{a} \begin{bmatrix} a \cos \theta & a \cos \theta & a \cos \theta \\ -R_1 & -R_2 \cos \alpha & -R_1 \cos \xi_1^2 \\ 0 & -R_2 \sin \alpha & -R_1 \sin \xi_1^2 \\ a \cos \theta & \dots & a \cos \theta \\ -R_2 \cos \xi_2^2 \dots -R_1 \cos \xi_p^1 & -R_2 \cos \xi_p^2 \\ -R_2 \sin \xi_2^2 \dots -R_1 \sin \xi_p^1 & -R_2 \sin \xi_p^2 \end{bmatrix} \quad (13) \end{aligned}$$

となり、これから $Q'(a_o) \triangleq \{T_2 T_1 B(a_o)\} \{T_2 T_1 B(a_o)\}^T$ の各要素 $q_{k,l}$ ($1 \leq k, l \leq 3$) は

$$\begin{aligned} q_{1,1} &= (4/a^2) \times 2pa^2 \cos^2 \theta \\ q_{1,2} &= q_{2,1} = (4/a^2) \times (-a \cos \theta) \sum_{k=1}^2 \left(R_k \sum_{i=1}^p \cos \xi_i^k \right) \\ q_{1,3} &= q_{3,1} = (4/a^2) \times (-a \cos \theta) \sum_{k=1}^2 \left(R_k \sum_{i=1}^p \sin \xi_i^k \right) \\ q_{2,2} &= (4/a^2) \sum_{k=1}^2 \left(R_k^2 \sum_{i=1}^p \cos^2 \xi_i^k \right) \\ q_{2,3} &= q_{3,2} = (4/a^2) \sum_{k=1}^2 \left(R_k^2 \sum_{i=1}^p \cos \xi_i^k \sin \xi_i^k \right) \\ q_{3,3} &= (4/a^2) \sum_{k=1}^2 \left(R_k^2 \sum_{i=1}^p \sin^2 \xi_i^k \right) \quad (14) \end{aligned}$$

で与えられる。ところが、 $\det [T_1] = \det [T_2] = 1$ より

$$\begin{aligned} \det [Q(a_o)] &= \det [B(a_o) B^T(a_o)] \\ &= \det [\{T_2 T_1 B(a_o)\} \{T_2 T_1 B(a_o)\}^T] \\ &= \det [Q'(a_o)] \quad (15) \end{aligned}$$

が成り立つ。有意なセンサ配置および観測方策(もちろん

$p \geq 2$ とする)に対しては $Q(a_o)$ 言い換えれば $Q'(a_o)$ は正則であり、かつ定義から明らかに $Q'(a_o)$ は正値対称行列となる。したがって、正値対称行列の行列式に関する不等式 $\det [Q'(a_o)] \leq q_{1,1} q_{2,2} q_{3,3}$ が成立する⁵⁾。この関係式のほか、相加平均・相乗平均の関係および制約 $0 \leq R_1, R_2 \leq R$ を考慮すると以下の不等式が成立する。

$$\begin{aligned} \det [Q(a_o)] &= \det [Q'(a_o)] \\ &\leq (4/a^2)^3 \times (2pa^2 \cos^2 \theta) \\ &\quad \times \left\{ \sum_{k=1}^2 \left(R_k^2 \sum_{i=1}^p \cos^2 \xi_i^k \right) \right\} \\ &\quad \times \left\{ \sum_{k=1}^2 \left(R_k^2 \sum_{i=1}^p \sin^2 \xi_i^k \right) \right\} \\ &\leq (4/a^2)^3 (2pa^2 \cos^2 \theta) \\ &\quad \times \{(pR_1^2 + pR_2^2)/2\}^2 \\ &\leq (4/a^2)^3 2p^3 a^2 R^4 \cos^2 \theta \quad (16) \end{aligned}$$

ただし、最初の不等式で等号が成り立つのは $Q'(a_o)$ が対角行列のとき、つまり $q_{1,2} = q_{1,3} = q_{2,3} = 0$ のときである。つぎに2番目の不等式で等号が成り立つのは、 $q_{2,2} = q_{3,3}$ のときである。また、最後の不等式で等号が成り立つのは $R_1 = R_2 = R$ のときである。したがって、関数 $\det [Q(a_o)]$ が(16)式で表わされる上限値をとるのはこれら3つの条件が同時に満たされる場合であり、まず $R_1 = R_2 = R$ のもとの最初の条件から

$$\sum_{i=1}^p \cos \omega_i + \sum_{i=1}^p \cos(\omega_i + \alpha) = 0 \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^p \sin \omega_i + \sum_{i=1}^p \sin(\omega_i + \alpha) = 0 \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^p \sin 2\omega_i + \sum_{i=1}^p \sin 2(\omega_i + \alpha) = 0 \quad (19)$$

が、また2番目の条件から

$$\sum_{i=1}^p \cos 2\omega_i + \sum_{i=1}^p \cos 2(\omega_i + \alpha) = 0 \quad (20)$$

が得られ、三角関数の和から積への公式を利用し、これら4式を変形すると以下の式が得られる。

$$\left(\cos \frac{\alpha}{2} \right) \sum_{i=1}^p \cos \left(\omega_i + \frac{\alpha}{2} \right) = 0 \quad (21)$$

$$\left(\cos \frac{\alpha}{2} \right) \sum_{i=1}^p \sin \left(\omega_i + \frac{\alpha}{2} \right) = 0 \quad (22)$$

$$(\cos \alpha) \sum_{i=1}^p \cos(2\omega_i + \alpha) = 0 \quad (23)$$

$$(\cos \alpha) \sum_{i=1}^p \sin(2\omega_i + \alpha) = 0 \quad (24)$$

すなわち、最適センサ配置および最適観測方策は条件 $R_1 = R_2 = R$ の下で、これら4式を同時に満足しなければならない。したがって、まず(21)、(22)式から $\cos(\alpha/2) = 0$ あるいは $\sum_{i=1}^p \cos(\omega_i + \alpha/2) = \sum_{i=1}^p \sin(\omega_i + \alpha/2) = 0$ のいずれかが成り立つ。つぎに(23)、(24)式から $\cos \alpha = 0$ あるいは $\sum_{i=1}^p \cos(2\omega_i + \alpha) = \sum_{i=1}^p \sin(2\omega_i + \alpha) = 0$ のいずれかが

成り立つ。したがって、(21)～(24)式を同時に満たす α , $\{\omega_i\}$ は、最適センサ配置および最適観測方策の決定に際して $0 \leq \alpha \leq \pi$ の範囲を考えれば十分であることから、結局、以下の3つの場合が考えられる。

a) ケース 1

まず $\alpha = \pi$ 。このとき (21), (22) 式は満たされるので $\alpha = \pi$ を (23), (24) 式に代入すると、等価的に

$$\sum_{i=1}^p \cos 2\omega_i = 0, \quad \sum_{i=1}^p \sin 2\omega_i = 0 \quad (25)$$

となる。いま、 $u_i \triangleq (\cos 2\omega_i, \sin 2\omega_i)^T (1 \leq i \leq p)$ とおくと、(25) 式は位相角 $2\omega_1, 2\omega_2, \dots, 2\omega_p$ の p 個の単位ベクトル $\{u_i\}$ で表わされる p 個の力の釣り合い条件を表わしている。明らかに、この条件は p 個の単位ベクトル $u_1, u_2, \dots, u_p$ の頂点が、円周上の p 等分点になるとき、もしくはカッタ面の停止回数 p が多く $p = p_1 + p_2 (p_1, p_2 \geq 2)$ と分けられるとき、円周上任意の p_1 等分点と p_2 等分点の重合せになるとき達成される。すなわち、 $\alpha = \pi$ のときの最適な回転角 $\{\omega_i\}$ は、 $\{2\omega_i\}$ が円周上の $p (\geq 2)$ 等分点に対応する位相角、あるいは $p = p_1 + p_2 (p_1, p_2 \geq 2)$ と分けられるとき、 $\{2\omega_i\}$ が円周上任意の p_1 等分点と p_2 等分点を重合せた位相角となる角度で与えられる。

b) ケース 2

$\alpha = \pi/2$ 。今度は (23), (24) 式が満たされるので $\alpha = \pi/2$ を (21), (22) 式に代入すると、等価的に

$$\sum_{i=1}^p \cos \omega_i = 0, \quad \sum_{i=1}^p \sin \omega_i = 0 \quad (26)$$

となる。したがって、上述のケース 1 と同様、 $\alpha = \pi/2$ のときの最適な回転角は、 $\{\omega_i\}$ が円周上の $p (\geq 2)$ 等分点に対応する位相角、あるいは $p = p_1 + p_2 (p_1, p_2 \geq 2)$ と分けられるとき、 $\{\omega_i\}$ が円周上任意の p_1 等分点と p_2 等分点を重合せた位相角となる角度で与えられる。

c) ケース 3

$\alpha \neq \pi/2$ かつ $\alpha \neq \pi$ 。この場合、(21)～(24)式を書き換えれば

$$\sum_{i=1}^p \cos\left(\omega_i + \frac{\alpha}{2}\right) = 0, \quad \sum_{i=1}^p \sin\left(\omega_i + \frac{\alpha}{2}\right) = 0 \quad (27)$$

$$\sum_{i=1}^p \cos(2\omega_i + \alpha) = 0, \quad \sum_{i=1}^p \sin(2\omega_i + \alpha) = 0 \quad (28)$$

いま (27), (28) 式の各組の数式を展開し加減することにより、それぞれ、以下の (29), (30) 式が得られる。

$$\sum_{i=1}^p \cos \omega_i = 0, \quad \sum_{i=1}^p \sin \omega_i = 0 \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^p \cos 2\omega_i = 0, \quad \sum_{i=1}^p \sin 2\omega_i = 0 \quad (30)$$

したがってこの場合、角 α に関係なく、(29), (30) 式から最適な回転角 $\{\omega_i\}$ が求められる。すなわち、(29) 式は、 $\{\omega_i\}$ が円周上の $p (\geq 2)$ 等分点に対応する位相角、あるいは $p = p_1 + p_2 (p_1, p_2 \geq 2)$ と分けられるとき、円周上任意の

p_1 等分点と p_2 等分点を重合せた位相角となることを意味する。一方、(30) 式は、 $\{2\omega_i\}$ が円周上の $p (\geq 2)$ 等分点に対応する位相角、あるいは $p = p_3 + p_4 (p_3, p_4 \geq 2)$ と分けられるとき、円周上任意の p_3 等分点と p_4 等分点を重合せた位相角となることを意味している。したがって、これらを同時に満足する $\{\omega_i\}$ が求める解である。

なお上述の各ケースにおいて、より一般的には p が大きく $p = \sum_{i=1}^q p_i (p_i \geq 2)$ と表わせるとき、すべての p_i に対する最適な回転角を任意に重合せたものも最適解となる。したがって、最適回転角 $\{\omega_i\}$ を任意の p について一般的に求めることは困難なので、実用的な観点から小さい p について以下、具体的に最適な $\{\omega_i\}$ を与える。すなわち、上の解析結果に基づき、 $p=2$ および $p=3$ の場合の最適センサ配置および最適観測方策を具体的に挙げる。これは傾斜面の法線ベクトル $\mathbf{a}_0$ が 3 個のパラメータから成ることから、少なくとも 2 回以上の観測が必要となるが、 $p=2$ または $p=3$ とすれば 4 個または 6 個の距離データが得られ、観測雑音の影響の低減化および掘削作業の効率化の観点から実用的に意味があるからである。ただし、先の議論から 2 個のセンサは共にカッタ面円周上で与えられることはもちろんである。さらに、ここでは任意の傾斜面に対するミニマックス規範を考えるので、一般性を失うことなく $\omega_1 = 0$ とする。これは、実際の掘削においては、回転しながら前進するカッタ面の停止時における相対的回転角が重要になり、1 回目の観測におけるカッタ面の回転角 ω_1 はミニマックス規範の観点からは意味をもたないからである。

(1) 具体例 $p=2$ (2 回観測) の場合

この場合、最適な α, ω_2 は、ケース 1 の結果から

$$\alpha = \pi, \quad \omega_2 = \pi/2, 3\pi/2 \quad (31)$$

が得られ、また、ケース 2 の結果から

$$\alpha = \pi/2, \quad \omega_2 = \pi \quad (32)$$

が得られる。すなわち 2 回観測の場合、最適センサ配置はカッタ面直径の両端または 2 個のセンサのなす中心角が $\pi/2$ [rad] のカッタ面円周上となり、対応するカッタ面の回転角は、上述のセンサ配置に対してそれぞれ $\pi/2$ (または $3\pi/2$) および π となる。これらのセンサ配置および観測方策で得られる 4 個の観測点は、いずれもカッタ面円周上の 4 等分点となることがわかる。

(2) 具体例 $p=3$ (3 回観測) の場合

この場合の最適な $\alpha, \omega_2, \omega_3$ は、ケース 1 の結果から

$$\alpha = \pi, \quad (\omega_2, \omega_3) = (\pi/3, 2\pi/3), (2\pi/3, 4\pi/3) \quad (33)$$

また、ケース 2 の結果によれば

$$\alpha = \pi/2, \quad (\omega_2, \omega_3) = (2\pi/3, 4\pi/3) \quad (34)$$

さらに、ケース 3 の結果によれば、任意の α に対し

$$(\omega_2, \omega_3) = (2\pi/3, 4\pi/3) \quad (35)$$

となる。ただし、(33)～(35)式において ω_2, ω_3 は順不同でよい。明らかに(34)式の場合は(35)式の場合に含まれる。結局、3回観測の場合、最適センサ配置および最適観測方策は、(33)式から、2個のセンサをカット面直径の両端に置きカット面を $2\pi/3$ (または $\pi/3$)ずつ回転する、あるいは(35)式から、2個のセンサの円周上任意配置に対しカット面を $2\pi/3$ ずつ回転すればよいことがわかる。なお、これらのセンサ配置および観測方策で得られる観測点は、前者の場合、カット面円周上の6等分点となり、後者の場合、カット面円周上の任意の2組の3等分点の重合せとなる。

以上の結果、あらかじめ $p=2$ あるいは $p=3$ と決められていれば、それぞれ対応した上述の最適センサ配置およびカット面の最適回転角を採用すればよいが、実際への応用では $p=2$ あるいは $p=3$ のいずれを採用するかはあらかじめ決められていない。したがって、 $p=2, p=3$ のいずれでも最適観測が行われるよう $\alpha=\pi$ (すなわちカット面直径の両端)の位置にセンサを配置しておけば、カット面を、2回観測の場合は $\pi/2$ [rad] の、3回観測の場合は相対的に $2\pi/3$ [rad] ずつの回転角が得られるような回転停止方策を採用すればよい。もちろん $\pi/2$ の代わりに $3\pi/2$ 、また $2\pi/3$ の代わりに $\pi/3$ としても結果は同様である。このように直径の両端にセンサを配置するセンサ配置法は掘削機の構造上、カット面直径方向にしか配置できない場合があることを考えると、実際的にも意味のある配置となっている。なお、 $p=2$ および $p=3$ の場合に遠距離傾斜面に対して求められた上述の配置法および観測方策は、後述の数値解析から近距離傾斜面に対しても最適であることが確認できる。

3.2 カット面直径上にセンサを3個配置する場合

本節では、前節と異なり3個のセンサを使用できるが、掘削機の構造上の制約からカット面上の任意の位置にセンサを配置できず、ある直径上にしか配置できない場合を考える。これは、実際の掘削機カット面では、120度ピッチ(ただし外周部は60度ピッチ)あるいは90度ピッチで多くのカットが放射状に取り付けられ、このカット間にセンサも取り付けられること(材料力学的制約のため)およびカット面の裏側にはカット面駆動装置や掘削土砂の取込み・搬送装置などがあるため、実際にはセンサをある1本のカット面直径上にしか配置できないことが普通だからである。本節でも簡単のため、遠距離傾斜面に対する最適センサ配置および掘削機進行に伴う最適観測方策を得ることを念頭に、ある直径上に3個のセンサを配置したカット面を同一地点で回転し、停止カット面ごとに観測を行う場合の最適センサ配置およびカット

面の最適回転角を導く(ミニマックス規範の意味で)。

いま、第 i 回目の観測において、センサを配置したカット面直径方向が y 軸となす角を ω_i ($0 \leq \omega_i < 2\pi$; $1 \leq i \leq p$) とする(図3参照)。また、この直径上で、カット面中心を原点とし位相角 ω_i の方向を正とする1次元座標系を考え、センサ S_1, S_2, S_3 の座標をそれぞれ R_1, R_2, R_3 (ただし $-R \leq R_1, R_2, R_3 \leq R$) とすると、同一地点でカット面を回転するときの第 i 回目の観測におけるセンサ S_k の位置ベクトル x_i^k は

$$x_i^k = \begin{bmatrix} 0 \\ R_k \cos \omega_i \\ R_k \sin \omega_i \end{bmatrix} \quad (k=1, 2, 3; 1 \leq i \leq p) \quad (36)$$

となる。これから、対応する(4)式のベクトル $b_i^k(a_o)$ は

$$b_i^k(a_o) = (2/a) \times \begin{bmatrix} a \cos \theta + R_k \cos \theta \sin \theta \cos(\varphi - \omega_i) \\ a \sin \theta \cos \varphi + R_k \sin^2 \theta \cos \varphi \cos(\varphi - \omega_i) \\ a \sin \theta \sin \varphi + R_k \sin^2 \theta \sin \varphi \cos(\varphi - \omega_i) \\ -R_k \cos \omega_i \\ -R_k \sin \omega_i \end{bmatrix} \quad (k=1, 2, 3; 1 \leq i \leq p) \quad (37)$$

と書ける。したがって、 $B(a_o) \triangleq [b_1^1(a_o), b_1^2(a_o), b_1^3(a_o), \dots, b_p^1(a_o), b_p^2(a_o), b_p^3(a_o)]$ とおき、この行列に対し(9)、(10)式の行列 T_1, T_2 による行基本操作を行うと

$$T_2 T_1 B(a_o) = \frac{2}{a} \begin{bmatrix} a \cos \theta & a \cos \theta & a \cos \theta \\ -R_1 \cos \omega_1 & -R_2 \cos \omega_1 & -R_3 \cos \omega_1 \\ -R_1 \sin \omega_1 & -R_2 \sin \omega_1 & -R_3 \sin \omega_1 \\ \dots & a \cos \theta & a \cos \theta \\ \dots & -R_1 \cos \omega_p & -R_2 \cos \omega_p \\ \dots & -R_1 \sin \omega_p & -R_2 \sin \omega_p \\ a \cos \theta \\ -R_3 \cos \omega_p \\ -R_3 \sin \omega_p \end{bmatrix} \quad (38)$$

となる。よって、 $Q'(a_o) \triangleq \{T_2 T_1 B(a_o)\} \{T_2 T_1 B(a_o)\}^T$ の各要素 $\{q_{k,l}\} (1 \leq k, l \leq 3)$ は

Fig. 3 Location of sensors

$$\begin{aligned}
q_{1,1} &= (4/a^2) \times 3pa^2 \cos^2 \theta \\
q_{1,2} &= q_{2,1} = (4/a^2)(-a \cos \theta) \left(\sum_{k=1}^3 R_k \right) \left(\sum_{i=1}^p \cos \omega_i \right) \\
q_{1,3} &= q_{3,1} = (4/a^2)(-a \cos \theta) \left(\sum_{k=1}^3 R_k \right) \left(\sum_{i=1}^p \sin \omega_i \right) \\
q_{2,2} &= (4/a^2) \left(\sum_{k=1}^3 R_k^2 \right) \left(\sum_{i=1}^p \cos^2 \omega_i \right) \\
q_{2,3} &= q_{3,2} = (4/a^2) \left(\sum_{k=1}^3 R_k^2 \right) \left(\sum_{i=1}^p \cos \omega_i \sin \omega_i \right) \\
q_{3,3} &= (4/a^2) \left(\sum_{k=1}^3 R_k^2 \right) \left(\sum_{i=1}^p \sin^2 \omega_i \right) \quad (39)
\end{aligned}$$

と求められる。したがって(15)式を考慮し、 $\det [Q(\mathbf{a}_o)]$ はつぎのように計算できる。

$$\begin{aligned}
\det [Q(\mathbf{a}_o)] &= \det [Q'(\mathbf{a}_o)] \\
&= \left(\frac{4}{a^2} \right)^3 (a \cos \theta)^2 \left[3p \left(\sum_{k=1}^3 R_k^2 \right)^2 \right. \\
&\quad \times \left\{ \left(\sum_{i=1}^p \cos^2 \omega_i \right) \left(\sum_{i=1}^p \sin^2 \omega_i \right) \right. \\
&\quad \left. - \left(\sum_{i=1}^p \cos \omega_i \sin \omega_i \right)^2 \right\} \\
&\quad - \left(\sum_{k=1}^3 R_k \right)^2 \left(\sum_{k=1}^3 R_k^2 \right) \\
&\quad \times \left\{ \left(\sum_{i=1}^p \cos^2 \omega_i \right) \left(\sum_{i=1}^p \sin \omega_i \right)^2 \right. \\
&\quad \left. + \left(\sum_{i=1}^p \sin^2 \omega_i \right) \left(\sum_{i=1}^p \cos \omega_i \right)^2 \right. \\
&\quad \left. - 2 \left(\sum_{i=1}^p \cos \omega_i \right) \left(\sum_{i=1}^p \sin \omega_i \right) \right. \\
&\quad \left. \times \left(\sum_{i=1}^p \cos \omega_i \sin \omega_i \right) \right\} \quad (40)
\end{aligned}$$

傾斜面の向き θ, φ に関する(40)式の間関数の最小値を最大化する R_1, R_2, R_3 および $\{\omega_i\} (1 \leq i \leq p)$ を、任意の観測回数 p に対し一般的に導出することは困難なので、本節では実際問題において重要となる $p=2$ の場合について R_1, R_2, R_3 および $\{\omega_i\} (1 \leq i \leq p)$ の最適解を求めることを考える。これは傾斜面の法線ベクトル $\mathbf{a}_o$ が3個のパラメータにより定まることから、 $p=2$ (2回観測) とすれば傾斜面に関する6個の距離データが得られ、実用上十分良好な推定値が得られることによる。なお、 $p=1$ では行列 $Q(\mathbf{a}_o)$ は非正則となり、有意な観測は不可能である。前述したように任意の傾斜面に関するミニマックス規範を考えるので前節と同様、一般性を失うことなく $\omega_1 = 0$ とする。このとき、(40)式より

$$\begin{aligned}
\det [Q(\mathbf{a}_o)] &= \left(\frac{4}{a^2} \right)^3 (a \cos \theta)^2 \left[6 \left(\sum_{k=1}^3 R_k^2 \right)^2 \sin^2 \omega_2 \right. \\
&\quad - \left(\sum_{k=1}^3 R_k \right)^2 \left(\sum_{k=1}^3 R_k^2 \right) (1 - \cos \omega_2) \sin^2 \omega_2 \\
&\quad \left. - \left(\sum_{k=1}^3 R_k \right)^2 \left(\sum_{k=1}^3 R_k^2 \right) (1 + \cos \omega_2) \sin^2 \omega_2 \right] \\
&= 4(4/a^2)^3 (a \cos \theta)^2 (\sin^2 \omega_2) (R_1^2 + R_2^2 + R_3^2) \\
&\quad \times (R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 - R_1 R_2 - R_2 R_3 - R_3 R_1) \\
&\leq 4(4/a^2)^3 (a \cos \theta)^2 (R_1^2 + R_2^2 + R_3^2)
\end{aligned}$$

$$\times (R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 - R_1 R_2 - R_2 R_3 - R_3 R_1) \quad (41)$$

が成り立つ。ただし、上式の等号は $\omega_2 = \pi/2, 3\pi/2$ のとき成立する。いま

$$C \triangleq \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

とおくと、行列 C の固有値は $3/2, 3/2, 0$ 、また対応する正規固有ベクトルはそれぞれ

$$\begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

と求められる⁹⁾。これから、(41)式中の最右辺に現れる R_1, R_2, R_3 に関する2次形式

$$\begin{aligned}
&R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 - R_1 R_2 - R_2 R_3 - R_3 R_1 \\
&= (R_1, R_2, R_3) C (R_1, R_2, R_3)^T \quad (43)
\end{aligned}$$

は幾何学的には中心軸が原点を通り $(1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})^T$ の方向を向く円柱面を表わすことがわかる。したがって、制約 $-R \leq R_1, R_2, R_3 \leq R$ のもとで2次形式(43)を最大にする R_1, R_2, R_3 は

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R \\ -R \\ -R \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R \\ R \\ -R \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -R \\ R \\ -R \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -R \\ R \\ R \end{bmatrix} \\
&\quad , \begin{bmatrix} -R \\ -R \\ R \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} R \\ -R \\ R \end{bmatrix} \quad (44)
\end{aligned}$$

である。これらによれば、(41)式中の $R_1^2 + R_2^2 + R_3^2$ も同時に最大値をとる。したがって、(44)式の R_1, R_2, R_3 は関数 $\det [Q(\mathbf{a}_o)]$ の上限値(41)式を最大化することになる。このことから最適なセンサ配置は3個のセンサがカッタ面直径の両端に1個と2個に分けられる場合になり、かつ最適観測方策は2回の観測におけるカッタ面の相対的回転角が $\pi/2$ のときに得られることがわかる。なお、(44)式の配置はセンサを点と仮定し理論的な最適配置を求めたものであるが、実際にはセンサがある大きさを有するため、実際の配置に際しては2個のセンサを接して配置することになる(もちろん評価値の若干の劣化はあるが)。ところで、カッタ面直径の一端に2個のセンサを接して配置する代わりに1個のセンサにより2回観測を行えば、観測雑音が、センサと土面の接触状態、伝播経路に沿う土中音速、センサ固有の雑音などに起因するものと考えているため、2つの観測データに含まれる観測雑音の独立性が損なわれ、観測雑音が独立という条件のもとで導出された本論の最適センサ配置が生かされないことになる。しかし、実際の制約から2個のセンサを接して配置することにより、上記の理由から、かえっ

て観測雑音の独立性が高められ、上述のセンサ配置の最適性が実現されることになる。このことは、後述の単一機能形(送波器1個, 受波器複数個)の場合も同様である。

以上のことから遠距離傾斜面に対する最適センサ配置および最適観測方策が解析的に与えられることになるが、後述の数値解析から、これらは近距離傾斜面の場合にも最適であることが確認できる。

4. 単一機能形センサの場合

前章ではセンサが送波・受波両機能を有する場合を考えたが、本章では送波器を1個カット面中心に配置するが、コストの観点から受波器を2個しか使えない場合、および3個使えるが掘削機の構造上、カット面のある直径上にしか配置できない場合のおおのについて、最適受波器配置および掘削機進行に伴う最適観測方策を検討する。

4.1 受波器を2個使用する場合

簡単のため、前章同様、遠距離傾斜面に対する最適受波器配置および最適観測方策を得ることを念頭に、2個の単一機能形受波器を配置したカット面を同一地点で回転し、停止カット面ごとに観測を行う場合のミニマックス規範の意味でのカット面上の最適受波器配置およびカット面の最適回転角を導く。この場合、送波器、受波器の位置および法線ベクトル $\mathbf{a}_0$ で定まる、(4)式に相当するベクトル $\mathbf{b}_j(\mathbf{a}_0)$ は、送波器位置を原点 O とし受波器位置を $\mathbf{x}_j$ とすると

$$\mathbf{b}_j(\mathbf{a}_0) = 2 \frac{2\mathbf{a}_0 - \mathbf{x}_j}{\|2\mathbf{a}_0 - \mathbf{x}_j\|} \quad (j=1, \dots, M) \quad (45)$$

と表わせる³⁾ (M は観測点数)。本節では2個の受波器の具体的配置を3.1節と同じく Fig. 2 の S_1, S_2 とする。このとき第 i 回目のカット面停止における受波器位置 $\mathbf{x}_i^1, \mathbf{x}_i^2$ は(6)式で表わされるので、(5), (6)式を(45)式に代入して得られる ($\mathbf{x}_i^1, \mathbf{x}_i^2$ に対応する)ベクトル $\mathbf{b}_i^1(\mathbf{a}_0), \mathbf{b}_i^2(\mathbf{a}_0)$ は

$$\mathbf{b}_i^k(\mathbf{a}_0) = \frac{2}{\{4a^2 + R_k^2 - 4aR_k \sin \theta \cos(\varphi - \xi_i^k)\}^{1/2}} \times \begin{bmatrix} 2a \cos \theta \\ 2a \sin \theta \cos \varphi - R_k \cos \xi_i^k \\ 2a \sin \theta \sin \varphi - R_k \sin \xi_i^k \end{bmatrix} \quad (k=1, 2; 1 \leq i \leq p) \quad (46)$$

と表わせる³⁾。ここで $\xi_i^1 \triangleq \omega_i$, $\xi_i^2 \triangleq \omega_i + \alpha$ とし、 p はカット面停止回数を表わす。したがって、(9)式の行列 T_1 を $\mathbf{b}_i^k(\mathbf{a}_0)$ に乗じ、遠距離傾斜面の場合を考えると

$$T_1 \mathbf{b}_i^k(\mathbf{a}_0) \cong \frac{1}{a} \begin{bmatrix} 2a \cos \theta \\ -R_k \cos \xi_i^k \\ -R_k \sin \xi_i^k \end{bmatrix} \quad (k=1, 2; 1 \leq i \leq p)$$

(47)

と近似計算できる。(47)式と(12)式の2つのベクトルを比較すると、詳細は略すが文献3)と同様の議論により、この場合の最適受波器配置およびカット面の最適回転角は3.1節の両機能形センサの場合とまったく同一のものになる。なお、後述の数値解析から近距離傾斜面に対しても3.1節で示したカット面直径の両端に受波器を配置する配置法およびそのときの最適回転角が、この場合にもほとんど最適になることが確かめられる。

4.2 カット面直径上に受波器を3個配置する場合

本節では、3個の単一機能形受波器を使用できるが掘削機の構造上、受波器をカット面上のある直径上にしか配置できない場合を考える。ただし送波器は、前節同様、カット面中心に1個配置するものとする。本節でも簡単のため、遠距離傾斜面に対する最適受波器配置および掘削機進行に伴う最適観測方策を得ることを念頭に、ある直径上に3個の受波器を配置したカット面を同一地点で回転し、停止カット面ごとに観測を行う場合の最適受波器配置およびカット面の最適回転角を導く。

いま、送波器位置を原点(カット面中心)とするほかは3.2節と同じく受波器 S_1, S_2, S_3 の位置およびカット面の回転角を Fig. 3 の記号により表わす。このとき第 i 回目のカット面停止時における受波器 S_k の位置ベクトル $\mathbf{x}_i^k$ は(36)式で表わされるので、(6), (36)式を(45)式に代入して得られる ($\mathbf{x}_i^k$ に対応する)ベクトル $\mathbf{b}_i^k(\mathbf{a}_0)$ は

$$\mathbf{b}_i^k(\mathbf{a}_0) = \frac{2}{\{4a^2 + R_k^2 - 4aR_k \sin \theta \cos(\varphi - \omega_i)\}^{1/2}} \times \begin{bmatrix} 2a \cos \theta \\ 2a \sin \theta \cos \varphi - R_k \cos \omega_i \\ 2a \sin \theta \sin \varphi - R_k \sin \omega_i \end{bmatrix} \quad (k=1, 2, 3; 1 \leq i \leq p) \quad (48)$$

と表わせる³⁾。したがって、前節同様、掘削機から遠距離にある傾斜面を考え、 $\mathbf{b}_i^k(\mathbf{a}_0)$ に(9)式の行列 T_1 を乗じると

$$T_1 \mathbf{b}_i^k(\mathbf{a}_0) \cong \begin{bmatrix} 2a \cos \theta \\ -R_k \cos \omega_i \\ -R_k \sin \omega_i \end{bmatrix} \quad (k=1, 2, 3; 1 \leq i \leq p) \quad (49)$$

と近似計算が可能になる。(49)式のベクトルと(38)式の行列の列ベクトルを比較すると、この場合も3.2節と同様の議論を展開できる。つまり、任意の p に対し一般的な最適解を求めることは困難であるが、実際応用の観点からは $p=2$ (2回観測) に対する解を求めれば十分である。その結果、詳細は略すが、この場合も3.2節の両機能形センサの場合とまったく同一の受波器配置およびカット面の回転角が最適になる。また、後述の数値解析

から、近距離傾斜面に対しても上述の受波器配置および回転角が最適になることが確かめられる。

5. 数値解析および検討

前章までにおいては、使用する受波器数が2個またはカット面直径上での3個の場合に対し、遠距離傾斜面の位置・形状計測のための最適センサ配置および最適観測方策を解析的に求めた。その結果、特に最適センサ配置に関してはカット面直径の両端にセンサを置くものとするでないものとの2つの解が得られた(受波器2個の場合)。本章では解析的導出が困難な近距離傾斜面の場合にも、遠距離傾斜面に対する(カット面直径の両端に受波器を配置する)最適受波器配置および最適観測方策が最適になることを数値的に示す。ここでは、近距離傾斜面を念頭に傾斜面法線ベクトルのノルム a を4mに、また任意の傾斜面を念頭に θ, φ は $0 \leq \theta \leq \pi/4, 0 \leq \varphi < 2\pi$ の範囲を考える。さらに、カット面半径 R は2.5mとし、傾斜面が近距離のため、観測は実際に即して1mずつ掘り進みながらカット面を停止して行うものとする。なお傾斜面は3個の未知パラメータにより規定されるので、第3章でも述べたように、使用する受波器数が2個の場合は $p=2$ および $p=3$ を、カット面直径上での3個の場合は $p=2$ を考えれば十分であることから、これらに対して最適性を確認する。

5.1 両機能形センサを使用する場合

本節では両機能形センサを2個使用、あるいはカット面直径上に3個配置する場合に、近距離傾斜面に対して(3),(4)式から求められる評価関数 $J_0(\mathbf{a}_0)$ (つまり $\det[Q(\mathbf{a}_0)]$ の傾斜面の向き θ, φ に関する最小値)を計算し、ミニマックス規範の観点から数値的に検討する。

(1) 2個のセンサを使用する場合

まず2個のセンサをカット面上に自由に配置できる場合であるが、ここでは紙面の都合上詳細は略すが、 $p=2$ (進行方向で傾斜面から4m, 3m前方の2地点での観測)の場合の最適解は、カット面円周上で $\alpha=\pi$ (センサ配置角)および $\omega_2=\pi/2, 3\pi/2$ (回転角)で与えられることが数値的に確認でき、遠距離傾斜面に対する(31)式の解と一致することがわかった。つぎに、3地点観測(傾斜面の前方から4m, 3m, 2mの3地点での観測)の場合についてもセンサ配置角 α および回転角 ω_2, ω_3 を変え、評価関数 $J_0(\mathbf{a}_0)=\text{Min}\{\det[Q(\mathbf{a}_0)]\}$ を計算してみたが、カット面円周上で $\alpha=\pi$ のセンサ配置および回転角 ω_2, ω_3 が $2\pi/3$ ずつあるいは $\pi/3$ ずつのときの観測方策に対する値を超えるものはなかった。

(2) 直径上で3個のセンサを使用する場合

直径上に3個のセンサを配置したカット面が、傾斜面

Fig. 4 Contour lines of the criterion function

の前方から4m, 3mの2地点観測を行う場合を考える。詳細は略すが、この場合カット面直径の両端にセンサを1個と2個に分けて配置し、しかも回転角が $\omega_2=\pi/2, 3\pi/2$ に対するものの評価値 $J_0(\mathbf{a}_0)$ は、そうでないものの評価値に比べ常により大きい値をとり、他の観測方策によってその値を超えることはなかった。参考のため、2個のセンサ S_1, S_3 がカット面直径の両端に1個ずつ配置され、残る1個のセンサ S_2 を直径上でシフトさせたときの最適性を確認する。 S_2 の位置 R_2 を $-2.5\text{m} \leq R_2 \leq 2.5\text{m}$ の範囲で、かつ2地点目の回転角 ω_2 を $0 \leq \omega_2 \leq 2\pi$ の範囲で変えたときの評価関数 $J_0(\mathbf{a}_0)$ の値を等高線として Fig. 4 に示す。この図から $R_2=\pm 2.5\text{m}, \omega_2=\pi/2, 3\pi/2$ が数値的に最適解であることがわかり、これらは3.2節で得られた遠距離傾斜面に対する解と一致することが確認できる。

5.2 単一機能形センサを使用する場合

5.1節では両機能形センサを使用して近距離傾斜面の位置・形状を計測する場合を扱ったが、本節では単一機能形送波器(カット面中心に1個配置)と単一機能形受波器を、2個あるいはカット面直径上に3個配置する場合を検討する。

(1) 2個の受波器を使用する場合

2個の受波器がカット面上に自由に配置できる場合を考える。紙面の都合上詳細は略すが、まず2地点観測($p=2$)に対する最適解は両機能形センサの場合と同一であることが数値的に確認できた。さらに、傾斜面から4m, 3m, 2mの3地点観測($p=3$)の場合、両機能形センサの場合と同様、受波器が直径の両端($\alpha=\pi$)に配置され、かつ回転角が $2\pi/3$ ずつあるいは $\pi/3$ ずつとなるときの最適解となることが数値的にわかった。参考のため受波器がカット面円周上に配置される場合に対し、 $0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \omega_2, \omega_3 \leq 2\pi$ の範囲で $\alpha, \omega_2, \omega_3$ を変えたときの評価関数 $J_0(\mathbf{a}_0)$ の値を求めると、その最大値は18.621をとった。これを与えるセンサ配置は $\alpha=\pi$, 回転

角は ω_2, ω_3 のいずれかが遠距離傾斜面の3地点観測に対する(33)式的最適回転角をとるとき、他の一方の回転角がこの最適回転角から $\pm\pi/18[\text{rad}]$ だけ変化した値となった。ところが、遠距離傾斜面に対する解(33)に対する評価値は18.581となり、上述の値(18.621)に比べ約0.2%の劣化にすぎない。よって、遠距離傾斜面に対する(33)式の解は近距離傾斜面に対してもほとんど最適であることがわかる。

(2) 直径上で3個のセンサを使用する場合

直径上に3個の受波器を配置したカット面により傾斜面から4m, 3mの2地点で観測を行う近距離傾斜面の場合($p=2$)を考える。詳細は略すが、両機能形センサに対して遠距離傾斜面観測を念頭に3.2節で示した解と同様、カット面直径の両端に1個と2個に分けて受波器を配置し、回転角を $\omega_2=\pi/2$ あるいは $3\pi/2$ としたものが最適解となることが数値的に確かめられた。

以上、5.1, 5.2節の結果から、両機能形、単一機能形ともに、2センサ方式(2地点および3地点観測)および直径上3センサ方式(2地点観測)のおおのについて、1mずつ掘り進みながら近距離傾斜面の位置・形状計測を行うときの最適受波器配置は、いずれもカット面直径の両端で与えられ、かつそのときの最適あるいは準最適なカット面の回転角は、2地点観測の場合 $\pi/2$ (または $3\pi/2$)で、3地点観測の場合 $2\pi/3$ ずつ(または $\pi/3$ ずつ)で与えられることがわかった。

6. 結 言

本論文では、シールド工法における異常物体検知のためのセンサが送・受波両機能を有する場合および送波または受波の単一機能を有する場合のおおのについて、実際問題への応用の観点から、2個の受波器を任意に配置できる場合、および3個の受波器を使用できるがカット面直径上にしか配置できない場合について、受波器の最適配置および掘削機進行に伴う最適回転角をミニマックス規範の観点から、遠距離傾斜面に対しては解析的に、また近距離傾斜面に対しては数値的に検討した。

その結果、2センサ方式においては、両機能形・単一機能形ともに傾斜面までの距離が遠距離・近距離にかかわらず、最適センサ配置はカット面直径の両端に、またそのときのカット面の相対的回転角は、2地点観測の場合 $\pi/2$, 3地点観測の場合 $2\pi/3$ ずつ(あるいは $\pi/3$ ずつ)が最適になることが確認できた。換言すれば、観測点が進行方向軸から遠い位置にあり、かつ異常物体の側から

カット面をみるとき、一様に配置されるような観測方針が最適になるということである。また、カット面直径上の3センサ方式による2地点観測については、両機能形・単一機能形ともに傾斜面までの距離が遠距離・近距離にかかわらず、最適センサ配置はカット面直径の両端に1個と2個に分けたものに、回転角は $\pi/2$ としたものが最適観測方針を与えることがわかった。

参 考 文 献

- 1) 田中, 金海, 寺田, 北村: シールド工法における前方異常物体の自動位置決定および形状計測, 計測自動制御学会論文集, 31-4, 461/470(1995)
- 2) 田中正吾: シールド工法における前方異常物体検知のための音響センサの最適配置及び最適観測方策, 計測自動制御学会論文集, 31-9, 1519/1527(1995)
- 3) 山根, 田中: シールド工法における傾斜面異常物体検知のための受波器の最適配置及び最適観測方策, 電気学会論文誌C, 115-7, 927/935(1995)
- 4) 実吉, 菊池, 能本(監修): 超音波技術便覧(新訂版), 日刊工業(1985)
- 5) R. E. Bellman: Introduction to Matrix Analysis, McGraw-Hill (1960)
- 6) F. R. Gantmacher: The Theory of Matrices, Chelsea (1959)
- 7) 田中, 二階堂, 寺田, 木下: トンネル工法における前方異常物体の自動検知, 電気学会論文誌D, 113-12, 1386/1394(1993)

[著 者 紹 介]

田 中 正 吾 (正会員)

1976年, 九州大学大学院工学研究科博士課程(電気工学専攻)修了。同年同大学助手を経て, 80年山口大学工学部電子工学科助教授, 91年同大学電気電子工学科教授, 現在に至る。インテリジェント計測, 異常診断などの理論および応用研究に従事(工学博士)。電気学会, システム制御情報学会などの会員。

山 根 健 治 (正会員)

1972年, 九州大学工学部機械工学科卒業, 74年同大学院工学研究科修士課程修了, 同年同大学助手, 76年宇部工業高等専門学校講師を経て, 現在同校制御情報工学科助教授。95年山口大学大学院博士後期課程(システム工学専攻)修了。形状計測などの研究に従事。日本機械学会, 電気学会の会員。博士(工学)。